



Découvrez notre Chaîne YouTube "[Ingénierie et Projets](#)"

Découvrez notre Chaîne Secondaire "[Information Neuronale et l'Ingénierie du Cerveau](#)"

Titre: Cours MAP : Mathématiques Appliquées

Auteurs: Jocelyne Erhel

Ecole: INRIA, UR Rennes

Résumé: L'objectif de ce cours est la résolution de systèmes linéaires avec soit autant de données que d'inconnues, soit plus de données que d'inconnues (système surdéterminé), soit plus d'inconnues que de données (système sous-déterminé). Un système linéaire est un ensemble de m équations linéaires à n inconnues.

Extrait du sommaire:

- 1 Introduction 7
 - 1.1 Notations 7
 - 1.2 Objectif du cours 7
 - 1.3 Application au calibrage d'un modèle 8
 - 1.3.1 Exemple : interpolation et approximation polynomiale 8
 - 1.4 Application à un moteur de recherche 9
- 2 Bases de l'algèbre linéaire 11
 - 2.1 Matrices et vecteurs 11
 - 2.1.1 Matrices particulières 11
 - 2.1.2 Opérations sur les matrices 11
 - 2.1.3 Matrices carrées symétriques 11
 - 2.1.4 Partitions par blocs 12
 - 2.2 Normes matricielles 12
 - 2.3 Orthogonalité dans \mathbb{R}^n 12



- 2.4 [Image](#), noyau, rang d'une matrice 13
- 2.5 Valeurs propres et vecteurs propres 15
- 2.6 Notions de complexité et de performances 15
- 2.7 Bibliothèques BLAS et LAPACK 16
 - 2.7.1 Opérations BLAS1 16
 - 2.7.2 Opérations BLAS2 16
 - 2.7.3 Opérations BLAS3 16
 - 2.7.4 Bibliothèque LAPACK 17
- 3 Arithmétique flottante 19
 - 3.1 Erreurs de calcul 19
 - 3.1.1 Sources d'erreur 19
 - 3.1.2 Mesures de l'erreur 19
 - 3.2 Arithmétique flottante 20
 - 3.2.1 Format flottant 20
 - 3.2.2 Arrondis 21
 - 3.2.3 Opérations arithmétiques 22
 - 3.2.4 Exceptions 22
 - 3.2.5 Norme IEEE-754 23
 - 3.2.6 Phénomène d'absorption 23
 - 3.2.7 Phénomène de cancellation 24
 - 3.2.8 Extensions de la norme IEEE 25
 - 3.3 Stabilité des problèmes 26
 - 3.3.1 Lien avec le résidu 26
 - 3.3.2 Exemple : effet papillon 26
 - 3.4 Stabilité et ordre des schémas de discrétisation 27
 - 3.5 Convergence des algorithmes itératifs 27
 - 3.6 Stabilité des algorithmes directs 29
 - 3.6.1 Exemple : produit scalaire 29
 - 3.6.2 Exemple : produit extérieur 30
- 4 Résolution de systèmes linéaires carrés 31
 - 4.1 Inverse d'une matrice 31



- 4.1.1 Matrices particulières 32
- 4.2 Résolution d'un système linéaire 32
 - 4.2.1 Cas des matrices symétriques définies positives 33
- 4.3 Analyse des erreurs pour un système linéaire 34
 - 4.3.1 Stabilité numérique de Gauss et de Cholesky 34
 - 4.3.2 Analyse de perturbation d'un système linéaire 35
 - 4.3.3 Précision de la résolution d'un système linéaire 37
- 5 Problèmes aux moindres carrés - cas du rang plein 39
 - 5.1 Existence et unicité d'une solution 39
 - 5.1.1 Existence d'une solution dans le cas général 39
 - 5.1.2 Condition d'unicité de la solution 40
 - 5.2 Equations normales 40
 - 5.3 Factorisation QR 41
 - 5.4 Analyse d'erreur pour les problèmes aux moindres carrés de rang plein 42
 - 5.4.1 Stabilité numérique de la factorisation QR 42
 - 5.4.2 Analyse de perturbation et conditionnement 42
 - 5.4.3 Précision d'une résolution de problème aux moindres carrés de rang plein 43
- 6 Décomposition en Valeurs Singulières 45
 - 6.1 Diagonalisation d'une matrice carrée 45
 - 6.1.1 Diagonalisation des matrices symétriques 46
 - 6.2 Décomposition SVD (Singular Value Decomposition) d'une matrice rectangulaire 46
 - 6.2.1 SVD réduite. Rang, image et noyau 48
 - 6.3 Approximation de rang k et rang numérique 48
 - 6.4 Calcul de la SVD 49
 - 6.4.1 Bidiagonalisation 50
 - 6.5 Analyse d'erreur du calcul de la SVD 51
 - 6.5.1 Stabilité numérique du calcul d'une SVD 51
 - 6.5.2 Analyse de perturbation des valeurs singulières 51
 - 6.5.3 Précision du calcul des valeurs singulières 51
- 7 Problèmes aux moindres carrés - cas général 53
 - 7.1 Problèmes aux moindres carrés - cas du rang plein 53



7.1.1 SVD, équations normales et factorisation QR 53

7.1.2 SVD, inverse et pseudo-inverse 54

7.2 Problèmes aux moindres carrés - cas général 54

7.2.1 Résolution d'un problème aux moindres carrés avec la SVD 56

7.3 SVD et conditionnement des matrices 56

8 Conclusion 57

[Mathématique appliquée cours 17](#)

Télécharger le fichier PDF: [Cours MAP : Mathématiques Appliquées](#)

[Nous Soutenir](#) 

Le blog contient des publicités, elles permettent de financer l'hébergement et maintenir le blog en fonctionnement. Vous pouvez utiliser adblock pour une lecture sans publicités.