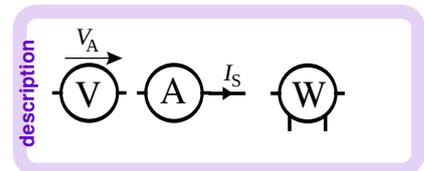
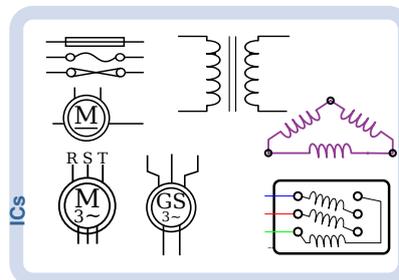
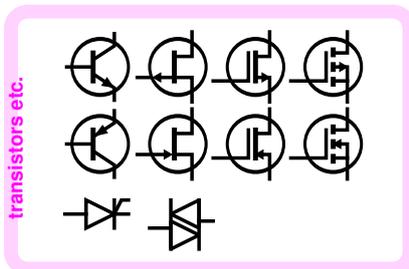
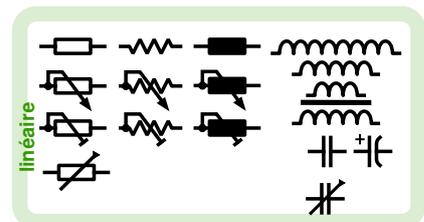
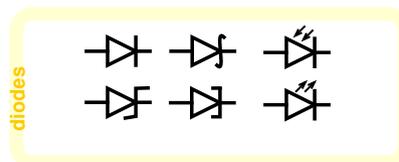
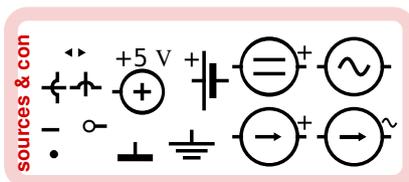
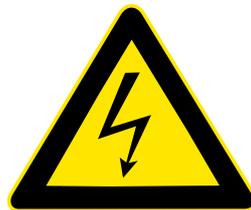


3^{ÈME} ANNÉE ÉNERGIE, RISQUES ET ENVIRONNEMENT

SUPPORT DE COURS D'ÉLECTRICITÉ/ÉLECTROTECHNIQUE

David FOLIO

<david.folio@insa-cvl.fr>



L'objet du support de cours n'est pas de fournir le cours complet. Il s'agit plutôt d'un guide pour vous aider à suivre et comprendre le cours. Il vous appartient de le compléter et de l'enrichir des différents éléments abordé en cours et en TD.

Table des matières

| | | |
|-----------|---|-----------|
| I | Électricité | 3 |
| I.1 | Notions de base de l'électricité | 3 |
| I.1.1 | Les grandeurs électriques | 3 |
| I.1.2 | Énergie et puissance électrique | 5 |
| I.1.3 | Les dipôles | 6 |
| I.2 | Le régime monophasé | 10 |
| I.2.1 | Les signaux électriques | 10 |
| I.2.2 | Dipôles en régime alternatif sinusoïdal | 13 |
| I.2.3 | Énergie et puissance en monophasé | 14 |
| I.3 | Réseaux et distributions triphasés | 18 |
| I.3.1 | Systèmes Triphasés | 19 |
| I.3.2 | Distribution Triphasée | 20 |
| I.3.3 | Récepteurs Triphasés | 21 |
| I.3.4 | Puissances en triphasé | 23 |
| II | Électrotechnique | 25 |
| II.1 | Introduction | 25 |
| II.1.1 | Transport et Distributions | 25 |
| II.1.2 | Les risques électriques | 26 |
| II.1.3 | Moyens de protection | 27 |
| II.2 | Le transformateur | 30 |
| II.2.1 | Introduction | 30 |
| II.2.2 | Constitution d'un transformateur | 30 |
| II.2.3 | Principe de fonctionnement | 31 |
| II.2.4 | Le transformateur parfait | 31 |
| II.2.5 | Adaptation d'impédance | 32 |
| II.2.6 | Le transformateur réel | 33 |
| II.2.7 | Les pertes de puissance d'un transformateur | 33 |
| II.2.8 | Bilan Énergétique et Rendement | 35 |
| II.3 | Machine Asynchrone (MAS) | 38 |
| II.3.1 | Description | 38 |
| II.3.2 | Constitution | 38 |
| II.3.3 | Fonctionnement du moteur asynchrone | 39 |
| II.3.4 | Caractéristiques | 41 |
| II.3.5 | Modélisation et mise en équation | 42 |
| II.4 | Machine Synchrone (MS) | 44 |
| II.4.1 | Description | 44 |
| II.4.2 | Principe de Fonctionnement | 44 |
| II.4.3 | Constitution | 46 |
| II.4.4 | Alternateur synchrone | 46 |
| II.4.5 | Bilan des puissances et pertes | 49 |
| II.5 | Moteur à courant-continu (MCC) | 50 |
| II.5.1 | Présentation | 50 |
| II.5.2 | Mise en équation et Modèles | 51 |
| A | Références Bibliographiques | 57 |

Avant de commencer

Pourquoi s'intéresser à l'électricité/électrotechnique ?

Du fait de leurs multiples avantages (souplesse/facilité d'utilisation, excellent rendement, performances élevées...) on peut constater aujourd'hui que l'énergie électrique c'est très largement généralisé, et est devenue aujourd'hui facilement accessible et disponible quasiment partout en France. L'une des propriétés particulières de l'énergie électrique est que certaines de ses caractéristiques dépendent à la fois du producteur/distributeur d'électricité, des fabricants d'équipements et du client. Ainsi bon nombre de dispositifs électriques ont la particularité d'être à la fois sensibles aux perturbations de la tension (ou du courant) électrique, et sont également générateurs de perturbations (eg. problème de compatibilité électrique — CEM). En particulier, c'est une énergie clé reliée directement ou indirectement, et ce de façon réversible aux autres formes d'énergies.



L'électrotechnique ou le génie électrique industriel est une partie de la physique qui concerne l'étude des applications techniques de l'électricité.

Traditionnellement on associe l'électrotechnique aux “*courants forts*”, par opposition aux “*courants faibles*” qui seraient du domaine exclusif de l'électronique. Cependant si on rencontre bien en électrotechnique :

- de très fortes puissances, de plusieurs mégawatts (MW) à quelques milliers de MW, principalement lors de la production et du transport de l'énergie électrique
Ex.: une tranche de centrale nucléaire a une puissance de 1300 MW
- on rencontre aussi de faibles puissances, de l'ordre du kW ou du W, pour le chauffage, l'électroménager, etc. ;

Le génie électrique industriel a un champ d'application extrêmement vaste, elle concerne de très nombreuses entreprises industrielles, dans les domaines de la production et du transport de l'énergie électrique (EDF, RTE, Areva, Siemens, Alstom, Alcatel, General Electric, etc.), dans les équipements électriques (Leroy Sommer, Legrand, Schneider Electric, Bosch, Valéo, etc.), dans les transports utilisant des moteurs électriques (SNCF, RATP, Alstom, etc.), en électronique de puissance (ST Microelectronics, Safran (ex Sagem), etc.), et également dans des domaines plus inattendus comme l'aérospatial (EADS, etc.).

L'électrotechnique est liée étroitement à l'électronique et à l'automatique (disciplines de l'E.E.A.) auxquelles elle a fréquemment recours, en particulier pour la commande des moteurs.

I.1 Notions de base de l'électricité

Les grandeurs physiques

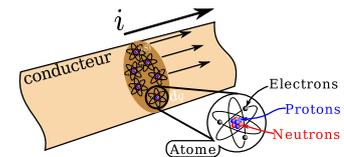
Une **grandeur physique** est une quantité qui peut se calculer ou se *mesurer*. Elle peut être décrite par un nombre réel, un nombre complexe, un vecteur, etc., parfois accompagné d'une *unité de mesure* (mais pas toujours!). Certaines grandeurs physiques sont liées par une relation mathématique, dite *loi physique*.

Une **grandeur algébrique** est une grandeur physique affectée d'un *signe*, ce qui permet d'en orienter le sens sur un axe donné.

I.1.1 Les grandeurs électriques

I.1.1.A Le courant électrique

Définition 1 (Courant électrique). Un **courant électrique** est la *grandeur algébrique* correspondant à la circulation de *porteurs de charges mobiles* (p.c.m.) électriques dans un **conducteur**.



↪ Par convention, le sens du courant est le sens de déplacement des *charges positives*.

La **charge électrique** (notée q) est une propriété fondamentale des particules élémentaires qui constituent la matière. Elle s'exprime en coulomb C ou en A/s

↪ Charge élémentaire : $q = 1.60217 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

I.1.1.B Milieu conducteur

Un milieu est dit conducteur s'il existe des p.c.m. (électrons, ions, etc.) susceptibles de se déplacer dans tout le milieu. Dans le cas contraire, le milieu est dit *isolant*.

I.1.1.C Différents types de courant

Courant *particulaire* : particules chargées se déplaçant dans le vide

Courant de *convection* : mouvement des p.c.m. provoqué par le mouvement de leur support matériel chargé .

Courant de *conduction** : déplacement des p.c.m. dans un milieu fixe dans le référentiel d'étude.

I.1.1.D Différents types de porteurs de charges (p.c.m.)

Dans les métaux : électrons libres $q = -e$ (charge élémentaire $e = 1.60217 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).

Chaque atome du métal libère un ou plusieurs électrons qui se propagent librement dans le métal.

Dans les semi-conducteurs : électrons libres (charge $q = -e$) et trous (charge $q = +e$).

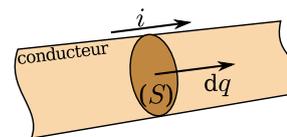
Dans les liquides : cations (ions +), anions (ions -).

Dans les gaz : porté à très haute température, il peut y avoir ionisation d'une partie d'un gaz dans certaines conditions comme une décharge électrique, on parle de plasma.

I.1.1.E L'intensité du courant électrique

Définition 3 (Intensité électrique). On désigne l'**intensité du courant électrique** $i(t)$ à travers une section (S) de conducteur, le débit de charges $dq(t)$ qui traverse la section (S) de conducteur pendant un intervalle de temps dt , soit :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (\text{I.1})$$



Le courant d'un circuit ouvert est nul !

I.1.1.F Potentiel et Tension électrique

Dans un conducteur, le mouvement des p.c.m. est du à la force électromagnétique :

$$\vec{F} = q\vec{E}(P)$$

avec $\vec{E}(P)$ le champs électrique au point P du conducteur.

Généralement, le champ électrique $\vec{E}(P)$ est imposé par un élément générateur.

La connaissance de $\vec{E}(P)$ permet de déterminer le *potentiel électrique* V dont il découle :

$$V = - \int_S \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{I.3})$$

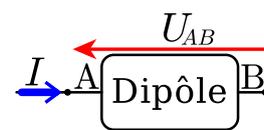
Définition 5 (Potentiel électrique). Le **potentiel électrique**, exprimé en volts (V) dans le S.I., est l'une des grandeurs définissant l'*état électrique* d'un point P de l'espace. Il est défini à partir de la distribution des charges électriques dans l'espace à l'aide de l'application de la *loi de Coulomb* à une distribution volumique de charge et en utilisant le *principe de superposition*.

Définition 6 (Tension électrique). La *tension électrique* (aussi confondue avec la **différence de potentiel**), est la *valeur algébrique* correspondant à la circulation du champ électrique \vec{E} le long d'un circuit.

La **tension électrique** U_{AB} entre les points A et B , est la différence entre les potentiels V_A au point A et V_B au point B :

$$U_{AB} = V_A - V_B \quad (\text{I.4})$$

U_{AB} est une grandeur algébrique, c'est-à-dire : $U_{AB} = -U_{BA}$. Elle se mesure au moyen d'un voltmètre ou d'un oscilloscope (branché en parallèle).



La tension aux bornes d'un court-circuit (ou fil) est nulle

Conséquence, une source de tension branché entre 2 points au même potentiel ne fonctionne pas.

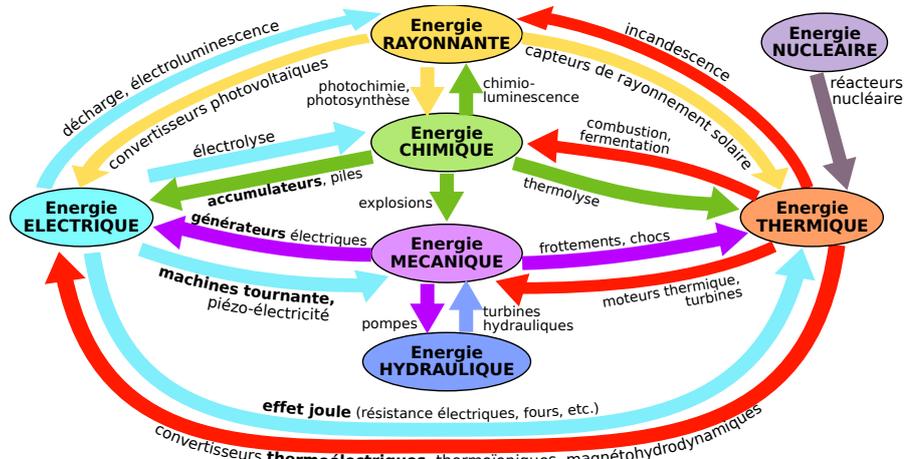


On parle de la tension *aux bornes* d'un dipôle, et de l'intensité *traversant* ce dipôle.

I.1.2 Énergie et puissance électrique

Définition 9 (Énergie). En physique, l'**énergie** correspond à la capacité de faire un *travail*, c-à-d. d'agir (unité joules : J)

L'énergie constitue "un pont" entre les différents domaines de la physique



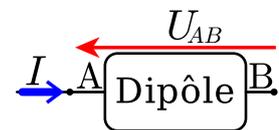
Conservation de l'énergie : "Rien ne se perd, rien ne se crée tout se transforme" (Lavoisier, 1789)

↔ L'énergie électrique : $\mathcal{E} = \int_{t_1}^{t_2} u_{AB}(t) \cdot i(t) dt$ ou $\mathcal{E} = Q\Delta V$

Définition 10 (Puissance). En physique, la **puissance** est la quantité d'énergie par unité de temps fournie par un système à un autre. La **puissance** $p(t)$ est un *débit d'énergie* : $p(t) = \frac{d\mathcal{E}(t)}{dt}$ (unité watt : W)

Définition 11 (Puissance électrique). La *puissance électrique instantanée* échangé par un dipôle est défini par le produit :

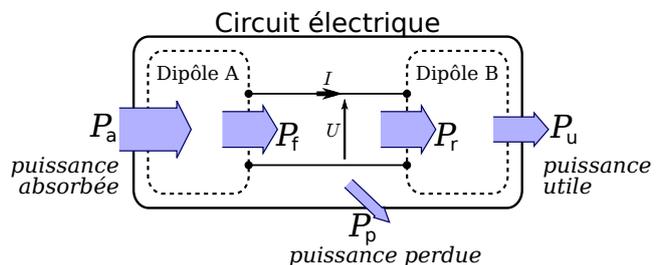
$$p(t) = u_{AB}(t) \cdot i(t) \tag{I.7}$$



↔ La puissance électrique se mesure au moyen d'un wattmètre

Bilan des puissances dans un circuit électrique :

- ◇ Puissance *absorbée* à l'entrée : P_a
 - ◇ Puissance *utilisée* à la sortie : P_u
 - ◇ Puissance *perdue* (ou perte) : P_p
- ↔ Principe de la conservation de l'énergie : $P_a = P_u + P_p$



- ◇ Le dipôle A (eg. **générateur**) fournit la puissance P_f au circuit
 - ↔ P_a peut être une puissance mécanique (alternateur), chimique (pile), thermique (module Peltier), ou rayonnante (photovoltaïque).

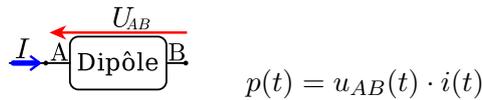
- ◇ Le dipôle B (eg. **récepteur**) reçoit la puissance P_r du circuit
 - ↔ P_u peut être une puissance mécanique (moteur), chimique (électrolyse), thermique (effet joule), ou rayonnante (ampoule).



Généralement on considère : $P_f + P_r = 0$ (pas de perte dans les "fils")

Rendement :

$$\eta = \frac{P_{\text{sortie}}}{P_{\text{entree}}} = \frac{P_u}{P_a} \Leftrightarrow \eta = \frac{P_a - P_p}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + P_p}$$



Puissance électrique $p(t) \Rightarrow$ grandeur algébrique

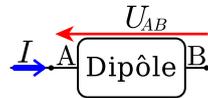
- ◇ si $p(t) \geq 0$, alors il s'agit d'une *puissance consommée* par le dipôle \Leftrightarrow dipôle récepteur
- ◇ sinon $p(t) \leq 0$, alors il s'agit d'une *puissance fournie* par le dipôle \Leftrightarrow dipôle générateur

⚠ Ceci est vrai pour la *convention récepteur*

⚠ En *convention générateur* c'est l'inverse !

I.1.3 Les dipôles

I.1.3.A Notions de dipôle et définitions



Définition 12 (Le dipôle). Un *dipôle* est un **conducteur électrique** possédant *deux bornes*.

Le comportement d'un dipôle est caractérisé par :

- ◇ la tension ou différence de potentielle (d.d.p.) entre ces bornes (A et B) : $U_{AB} = (V_A - V_B)$
- ◇ le courant I qui le traverse.

\Leftrightarrow **Conservation de la charge** : à tout instant le courant entrant par une borne est égal au courant sortant par l'autre borne.

I.1.3.B Caractéristique des dipôles

Définition 13 (La caractéristique d'un dipôle). La relation liant le courant I à la d.d.p. U_{AB} (et réciproquement) est appelé *caractéristique électrique* du dipôle.

\Leftrightarrow Par extension la caractéristique électrique désigne aussi la **représentation graphique** de cette fonction.

On distingue :

la **caractéristique statique** en *régime stationnaire*

\Leftrightarrow la relation entre I et U_{AB} ne comporte ni dérivée, ni primitive.

la **caractéristique dynamique** en *régime variable*

Définition 14 (Points de fonctionnement). Soit deux dipôles A (générateur) et B (récepteur) possédant chacune leur caractéristique tension-courant propre :

$$U = f_A(I) \text{ et } U = f_B(I)$$

L'intersection de ces deux caractéristiques définit le *point de fonctionnement* $Q = (U^Q; I^Q)$ de l'ensemble du montage.

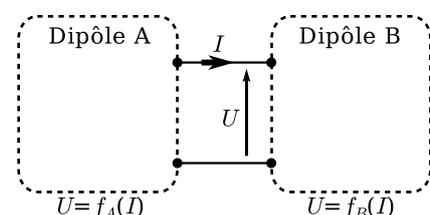
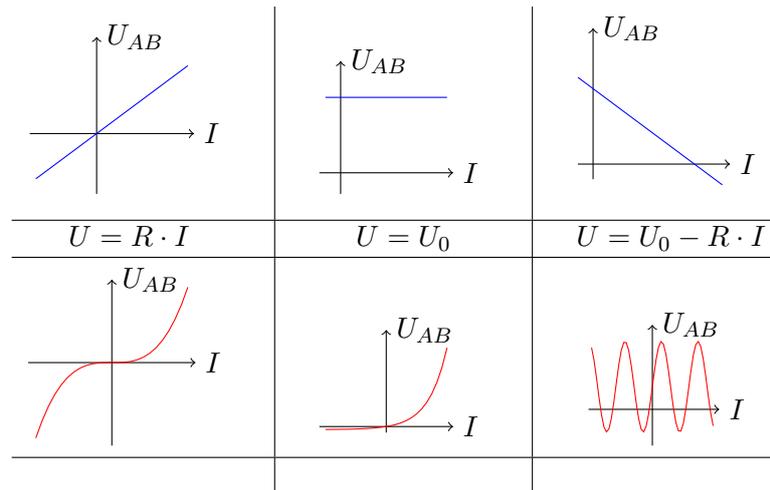


TABLE I.1 – Exemple de caractéristique électrique



I.1.3.C Classification des dipôles électrique

Un dipôle est dit

- ◇ **ACTIF** s'il *peut* de fournir de l'énergie électrique de façon permanente
 ↪ *dipôle générateur*, mais aussi et certains récepteurs.
- ◇ **PASSIF** s'il *ne peut* fournir de l'énergie électrique de façon permanente.
 ↪ Sa caractéristique passe par l'origine (ie. $I = 0$ si $U_{AB} = 0$)
 ↪ *dipôle récepteur*.
- ◇ **SYMÉTRIQUE** si sa caractéristique est symétrique par rapport à l'origine.
 ↪ un dipôle symétrique est toujours un dipôle passif, et son comportement n'est pas modifié si on inverse le sens du courant : il n'est *pas polarisé*.
- ◇ **LINÉAIRE** si sa caractéristique est définit par
 - une fonction linéaire (eg. l'équation d'une droite) :

$$I = pU_{AB} + q \quad \text{ou} \quad U_{AB} = aI + b \quad (\text{I.8})$$

- ou une équation différentielle linéaire à coefficient constant :

$$\sum_{k=0}^N a_k \frac{d^k u(t)}{dt^k} = \sum_{p=0}^M b_p \frac{d^p i(t)}{dt^p} \quad (\text{I.9})$$

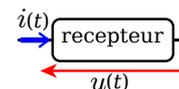


Un circuit électrique est dit **linéaire** s'il est constitué *uniquement* de **composants linéaires**.

I.1.3.D Conventions

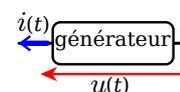
Convention récepteurs :

Le courant et la tension sont orientés en sens inverse. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles s'opposant à la circulation du courant.



Convention générateur :

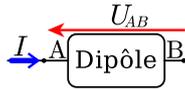
Le courant et la tension sont orientés dans le même sens. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles favorisant la circulation du courant.



Grandeurs électriques \equiv **Grandeurs algébriques** : les grandeurs électriques **courant et tension** sont des *grandeurs algébriques* : leurs signes dépendent de la convention utilisée.

↪ La caractéristique d'un dipôle dépendra de la convention choisie.

I.1.3.E Dipôles linéaires passifs



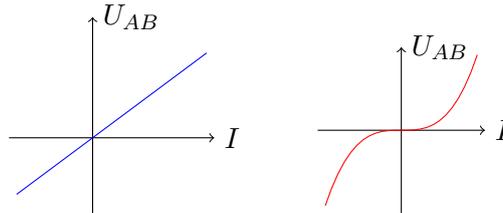
Dipôles passifs linéaires :

↔ **PASSIF** : le dipôle *ne peut* fournir de l'énergie électrique de façon permanente ($\Leftrightarrow p(t) \geq 0$).

↔ **LINÉAIRE** : la caractéristique électrique du dipôle est linéaire

↔ Sa caractéristique passe par l'origine (ie. $I = 0$ si $U_{AB} = 0$)

↔ dipôle récepteur.



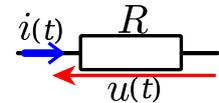
↔ Les dipôles passifs linéaires sont aussi des *dipôles symétriques*

La résistance

La résistance est un "*dipôle résistif*", aussi appelée *résistor* ou *conducteur ohmique*.

Équation caractéristique : la *loi d'Ohm*

$$u(t) = R \cdot i(t) \quad \Leftrightarrow \quad i(t) = G \cdot u(t) \quad (\text{I.10})$$



↔ avec R la **résistance** (unité : ohm, Ω), et $G = 1/R$ la *conductance* (unité : siemens, S)

◇ Quand $R \rightarrow 0$: le résistor \Leftrightarrow **court-circuit** ($U \rightarrow 0$).
(ou $G \rightarrow \infty$)

◇ Quand $R \rightarrow \infty$: le résistor \Leftrightarrow **circuit ouvert** ($I \rightarrow 0$).
(ou $G \rightarrow 0$)

Le conducteur ohmique correspond à un **dipôle linéaire, passif** et **symétrique** se comportant en dipôle *récepteur* ($p(t) \geq 0$).

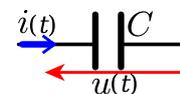
⚠ Ce comportement **linéaire idéale** n'est vrai que sur un "*domaine de fonctionnement*".

Le Condensateur

Un **condensateur** (Eng.: *capacitor*) est un *composant électronique*, qui est constitué de **deux armatures conductrices** qui se font faces séparées par un **diélectrique**, de *permittivité absolue* ε .

Équation caractéristique du condensateur :

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad u(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad (\text{I.11})$$

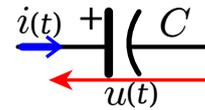


↔ avec C la **capacité** (unité : farad, F)

◇ Si $u(t) = \text{Cste}$ alors $i(t) = 0, \forall C$, le condensateur se comporte comme un circuit ouvert.



Il existe des condensateurs dits *polarisé* (ie. non-symétrique) : ils ont une borne positives et une négative.



↪ Même principe que les condensateurs classique, *mais une inversion de la polarité peut conduire à la destruction du composant!*

La Bobine

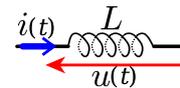
Une **bobine** ou **inductance** (Eng.: *self* ou Eng.: *inductor*) est constituée de N spires obtenues par enroulement d'un fil métallique (eg. du cuivre) éventuellement autour d'un noyau en matériau ferromagnétique (noyau de fer).

Équation caractéristique du condensateur :

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \Leftrightarrow i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau \quad (\text{I.12})$$

↪ avec L l'**inductance**

(unité : henry, H)



◇ Si $i(t) = \text{Cste}$ alors $u(t) = 0, \forall L$, la bobine se comporte comme un court-circuit.

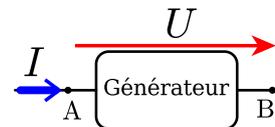


La bobine est un composant de l'électronique que l'on peut difficilement miniaturiser, rendant son intégration dans certains circuits difficile.

I.1.3.F Dipôles linéaires actifs

Un dipôle est dit **actif** s'il est capable de fournir de l'énergie électrique de façon permanente.

↪ Il s'agit principalement des dipôles générateurs (ou sources).



Deux familles de sources :

- ◇ les générateurs de tensions
- ◇ les générateurs de courant

Deux types de sources :

- ◇ les **sources indépendantes** (par défaut)
- ◇ les *sources liées* : la grandeur électrique **dépend** d'un paramètre (eg. tension ou courant) du circuit.



Pour les sources actives, on adopte la convention générateur !

I.2 Le régime monophasé

I.2.1 Les signaux électriques

Un signal électrique peut être caractérisé par sa forme : continue ou variable, périodique ou non, unidirectionnel ou alternatifs, etc. On distingue également :

les **signaux analogiques** : variation *continue* dans le temps des signaux électriques

↔ Information : valeurs instantanées des grandeurs électriques

les **signaux numériques** : variation *binnaire* des signaux électriques

↔ Codage de l'information

I.2.1.A Le régime variable

Contrairement au régime continu où les grandeurs électriques sont **constantes** par rapports aux temps, les grandeurs du régime variable évoluent en fonction du temps.

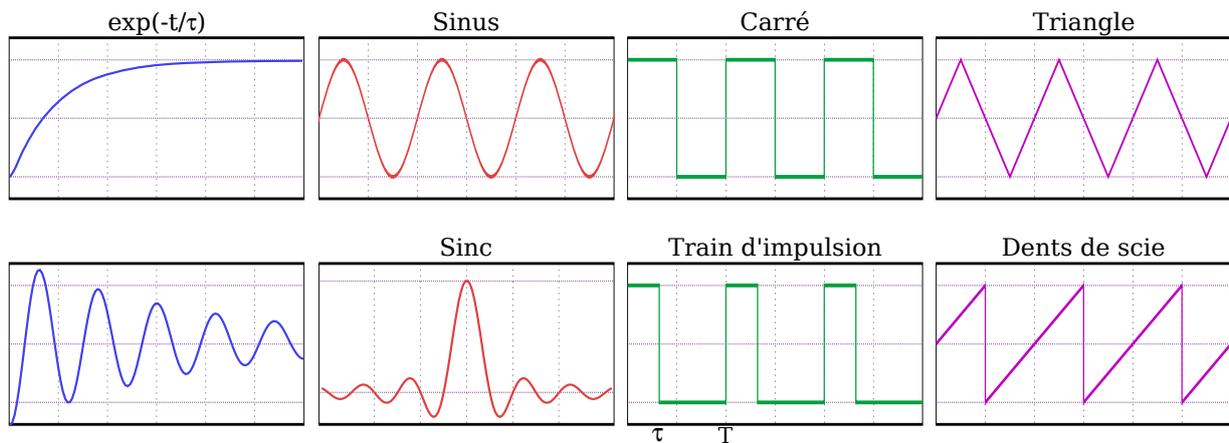


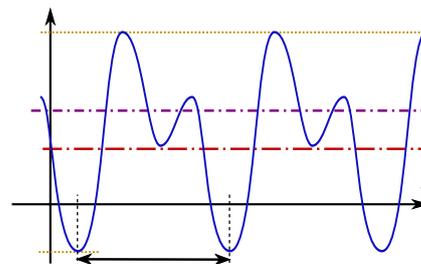
Fig. I.1 – Quelques exemples de signaux variables

I.2.1.B Les signaux périodiques

Parmi la multitude de signaux variables, on s'intéresse principalement aux signaux électriques périodiques.

Définition 1 (Signaux périodiques). Un signal temporel est périodique de période T ssi :

$$x(t + kT) = x(t), \forall t \in \mathbb{R}^+, \forall k \in \mathbb{N} \quad (I.13)$$



Caractéristiques des signaux périodique :

◊ La **fréquence** $f = \frac{1}{T}$ s'exprimant en Hertz (Hz) ;

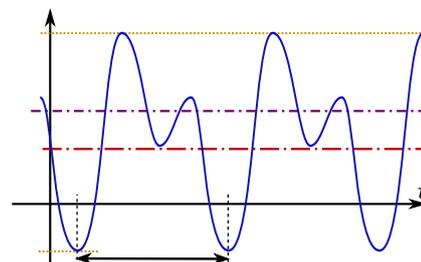
↔ Toutefois, on préfère souvent raisonner en termes de **pulsation** (aussi appelée *fréquence angulaire*) : $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ (rad/s).

◊ La valeur crête à crête : $X_{pp} = \hat{X} = \max(x) - \min(x)$

Caractéristiques des signaux périodiques :

◊ La **composante continue** qui représente la grandeur moyenne :

$$\langle x \rangle = \bar{X} = X_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (I.14)$$





La valeur moyenne est une grandeur algébrique, est indépendante de la période T du signal. Elle est nulle pour un signal symétrique.

◇ La **valeur efficace** (ou RMS – Eng.: *Root Mean Square*) :

$$X_{\text{eff}} = X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} \quad (\text{I.15})$$



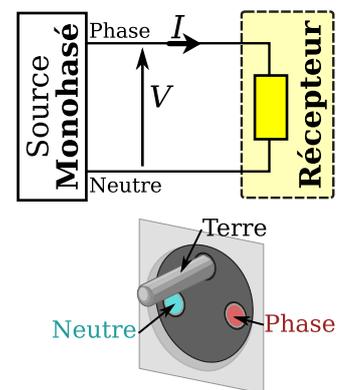
La valeur efficace U_{eff} d'une tension $u(t)$, correspond à la valeur de la tension continue constante U_0 qui produirait les mêmes effets (eg. même dégagement de chaleur) sur un dipôle purement résistif.

I.2.1.C Les signaux monophasés

Le **Monophasé** est un système de distribution d'énergie électrique, où la tension et le courant **varient** de manière *alternative sinusoïdale*.

- ◇ Utilisation : alimentation disponible au niveau des "prises de courant" domestique.
- ◇ 3 connexions dans les installations domestiques :
 - la phase,
 - le neutre
 - et la terre
- ◇ eg., en France la distribution monophasé domestique :

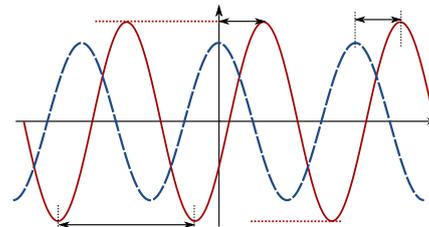
$$V = 220\text{--}230\text{V}, f = 50\text{Hz}$$



Un signal électrique monophasé est un signal **alternatif sinusoïdal** $s(t)$ défini par :

$$s(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{I.16})$$

- ◇ A l'amplitude,
- ◇ φ la phase (eg. en rad)
- ◇ ω la pulsation (eg. en rad/s).



Caractéristiques des signaux *alternatifs sinusoïdaux*

- ◇ Valeur moyenne : $\langle s \rangle = \bar{S} = S_{\text{moy}} = 0$
- ◇ Valeur efficace : $S_{\text{eff}} = X = \frac{A}{\sqrt{2}}$
- ◇ Valeur crête à crête : $S_{\text{pp}} = 2A$



Les caractéristiques ci-dessus ne sont vrai que pour les *signaux alternatifs sinusoïdaux*



La forme temporelle d'une grandeur sinusoïdale est souvent peu "pratique" à manipuler. On préfère généralement exploiter des représentations analogues *plus simples* à exploiter.

Représentation complexe d'une grandeur sinusoïdale :

- ◇ Forme temporelle : $x(t) = X\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$
- ◇ Forme complexe :

$$\begin{aligned}\underline{x}(t) &= X e^{j(\omega t + \varphi)} = X e^{j\varphi} e^{j\omega t} \\ &= \underline{X} e^{j\omega t}\end{aligned}\tag{I.17}$$

↪ $\underline{X} = X e^{j\varphi}$ est l'**amplitude complexe** associée à $x(t)$.

Représentation de Fresnel

Définition 2 (Représentation de Fresnel). Cette représentation permet, à l'aide d'une construction géométrique simple, de réaliser *des opérations* sur plusieurs fonctions sinusoïdales de même pulsation ω .

↪ Associer à la grandeur sinusoïdale $x(t) = X\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$

- ◇ Le vecteur de Fresnel : $\vec{\underline{x}} = \{X, \varphi\}$



Il est d'usage de considérer la valeur efficace $X = X_{\text{eff}}$ à la place de l'amplitude, dans le module du nombre complexe et du module du vecteur de Fresnel.

Rappels mathématiques

Soit $\underline{g} \in \mathbb{C}$ une grandeur complexe, et $j^2 = -1$ l'imaginaire pure. On peut écrire cette grandeur complexe selon :

Coordonnées cartésiennes :

- ◇ forme algébrique : $\underline{g} = a + jb$
- ◇ forme vectorielle : $\vec{\underline{g}} = (a, b)$

Coordonnées polaires :

- ◇ forme exponentielle : $\underline{g} = \rho e^{j\theta}$
- ◇ forme trigonométrique :
 $\underline{g} = \rho(\cos \theta + j \sin \theta)$
- ◇ forme vectorielle : $\vec{\underline{g}} = (\rho, \theta) = \rho \angle \theta$

De plus une grandeur complexe $\underline{g} \in \mathbb{C}$ peut être caractérisée par :

son module : $|\underline{g}| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\underline{g} \underline{g}^*}$

son argument : $\arg(\underline{g}) = \theta = \text{atan2}(b, a)$

son complexe conjugué : $\underline{g}^* = a - jb$

Opérations sur les grandeurs sinusoïdales

Addition et Soustraction ↪ eg. forme cartésienne de la grandeur complexe

Multiplication et Division ↪ eg. la forme polaire de la grandeur complexe

Dérivation : $\frac{d\underline{x}}{dt} = j\omega \cdot \underline{x}$ ↪ Dérivée par rapport au temps ↔ $\times j\omega$

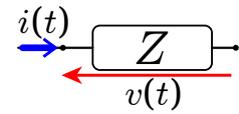
Intégration : $\int \underline{x} dt = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{x}$ ↪ Intégration par rapport au temps ↔ $\times \frac{1}{j\omega}$

I.2.2 Dipôles en régime alternatif sinusoïdal

I.2.2.A Notions d'impédances et d'admittances



Un dipôle ne comportant que des dipôles linéaires passifs, soumis à une tension sinusoïdale $v(t)$ de fréquence f , est traversé, en **régime permanent** (ie. régime sinusoïdale forcée), par un courant sinusoïdal $i(t)$ de même fréquence.



Signaux électriques alternatifs sinusoïdaux :

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ◇ Tension $v(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta_v)$ • Vecteur de Fresnel $\vec{v} = \{V; \theta_v\}$ • Tension d'amplitude complexe $\underline{V} = V e^{j\theta_v}$ | <ul style="list-style-type: none"> ◇ Courant $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \theta_i)$ • Vecteur de Fresnel $\vec{i} = \{I; \theta_i\}$ • Courant d'amplitude complexe $\underline{I} = I e^{j\theta_i}$ |
|--|--|

↔ On définit le *déphasage courant/tension* : $\phi = \theta_v - \theta_i$

L'impédance d'un dipôle est une grandeur complexe $\underline{Z} \in \mathbb{C}$ définit par :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}} \quad (\text{I.18})$$

- ◇ Forme exponentielle : $\underline{Z} = \frac{V}{I} e^{j(\theta_v - \theta_i)} = Z e^{j\phi}$
- ◇ Forme trigonométrique : $\underline{Z} = Z(\cos \phi + j \sin \phi)$
- ◇ Forme vectorielle : $\vec{Z} = \{Z; \phi\}$
 - Module : $|\underline{Z}| = Z = \frac{U}{I} \quad \mapsto$ impédance apparente du dipôle (exprimé en Ω) ;
 - Argument : $\arg \underline{Z} = \phi = \theta_v - \theta_i$
 ↔ déphasage par rapport à la source utilisée comme référence de phase (eg. en rad)
- ◇ Forme algébrique : $\underline{Z} = R + jX$
 - $R = Z \cos \phi \quad \mapsto$ partie réelle dite *résistive* (exprimé en Ω) ;
 - $X = Z \sin \phi \quad \mapsto$ partie imaginaire dite réactive ou *réactance* (exprimé en Ω).



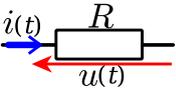
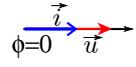
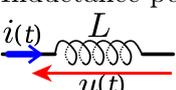
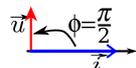
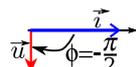
La notion d'impédance permet d'**étendre la loi d'Ohm** aux signaux sinusoïdaux.

L'admittance d'un dipôle est l'inverse de l'impédance : $\underline{Y} = \underline{Z}^{-1} = \frac{\underline{I}}{\underline{V}}$

- ◇ Forme algébrique : $\underline{Y} = G + jB$
 - $G = \text{Re}(Y) \quad \mapsto$ *conductance* (exprimé en $1/\Omega$ ou S) ;
 - $B = \text{Im}(Y) \quad \mapsto$ *susceptance* (exprimé en $1/\Omega$ ou S).

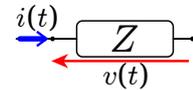
Exercice I.1. Montrer que $G = \frac{R}{R^2 + X^2}$ et $B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$

I.2.2.B Impédances des dipôles passifs linéaires

| Dipôles linéaires passifs | Temporelle $u(t) \leftrightarrow i(t)$ | Module $U \leftrightarrow I$ (valeur efficace) | Impédance Complexes | Représentation de Fresnel |
|---|---|--|---|---|
| Résistance idéale  | $u(t) = Ri(t)$ | $U = RI$ | $\phi = 0, z = R$ |  |
| Inductance pure  | $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ | $U = L\omega I$ | $\phi = \frac{\pi}{2}, z_L = Lj\omega$ |  |
| Condensateur parfait  | $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$ | $U = \frac{1}{C\omega} I$ | $\phi = -\frac{\pi}{2}, z_C = \frac{1}{Cj\omega}$ |  |

I.2.3 Énergie et puissance en monophasé

Rappelons que la *puissance électrique instantanée* échangé par un dipôle est défini par le produit : $p(t) = v(t) \cdot i(t)$



Puissance électrique instantanées $p(t)$ est une grandeur algébrique :

- ◊ si $p(t) \geq 0$, alors il s'agit d'une *puissance consommée* par le dipôle \Leftrightarrow dipôle récepteur
- ◊ sinon $p(t) \leq 0$, alors il s'agit d'une *puissance fournie* par le dipôle \Leftrightarrow dipôle générateur

⚠ Ceci est vrai pour la *convention récepteur*

⚠ En *convention générateur* c'est l'inverse !

En régime alternatif sinusoïdal les grandeurs électriques sont caractérisées par :

- la tension : $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_u)$
- le courant $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \theta_i)$

L'expression de la puissance instantanée lorsque la tension et le courant sont des fonctions sinusoïdales du temps conduit à :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = UI \cos(\theta_u - \theta_i) + UI \cos(2\omega t + \theta_u + \theta_i) \tag{I.19}$$

La puissance instantanée expression correspond ainsi à la somme de deux termes :

- une composante alternative correspondant à la puissance **fluctuante** :

$$p_f(t) = UI \cos(2\omega t + \theta_u + \theta_i) \tag{I.20}$$

- une composante continue correspondant à la puissance **active** :

$$P = UI \cos(\phi) \tag{I.21}$$

On peut choisir arbitrairement d'annuler une des phases à l'origine, en posant par exemple $\theta_u = 0$ (ie. la tension est choisie comme référence des phases).

📖 La puissance est le produit de deux fonctions sinusoïdales, il ne s'agit donc pas d'une opération linéaire.

I.2.3.A Puissance active

Dans le cas d'un fonctionnement périodique de période T , on définit la **puissance moyenne** reçue par le dipôle sur une période :

$$P = P_{\text{moy}} = \langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) \cdot dt = \langle u(t)i(t) \rangle \quad (\text{I.22})$$

↪ Pour des signaux alternatifs sinusoïdaux : $P = UI \cos(\phi)$

La seule a être **physiquement** une puissance

Liée à un transformation d'énergie

Le **rendement** est un rapport de *puissances actives*

I.2.3.B Puissance apparente, puissance réactive

Puissance apparente $S = UI$ (unité : Volt-Ampère – VA)

↪ Définie la *valeur maximale* pouvant-être prise par la puissance active

◇ Puissance de dimensionnement : section des câbles

Facteur de puissance $k = \frac{P}{S}$ $|k| \in [0; 1]$

↪ Le facteur de puissance rend compte de l'efficacité qu'a un dipôle pour consommer de la puissance électrique

◇ Caractéristique d'un récepteur électrique

◇ En régime sinusoïdal : $k = \cos \phi$

Puissance réactive Q (unité : Volt-Ampère-Réactif – VAR)

◇ Phénomènes d'accumulation électrostatiques ou magnétiques

↪ Illustre les effets *réactifs* du circuit

◇ En régime sinusoïdal : $Q = UI \sin \phi$



Pour déterminer les différentes puissance, il faut considérer les valeurs efficaces des signaux : $U = U_{\text{eff}}$ et $I = I_{\text{eff}}$

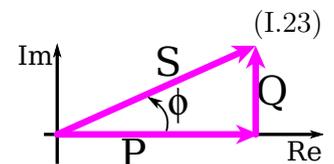
Relation entre puissance

↪ Puissance apparente complexe :

$$\underline{s} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \quad (\text{I.23})$$

↪ $\underline{s} = P + jQ$, ou encore $\underline{s} = S e^{j\phi}$

◇ Triangle des puissances :



Les puissances S et Q n'ont pas de sens "physique"

↪ Seule la puissance active P à un sens "physique"



Les unités sont différentes des Watts alors qu'elles sont homogènes à une puissance afin de respecter le principe physique qui autorise d'additionner des grandeurs de *mêmes unités*. En effet additionner des puissances actives avec des puissances réactives ou apparentes n'a aucun sens physique.

Les expressions de P , Q , S et k présentées ne sont vraies que pour les régimes alternatifs sinusoïdaux !

Théorème I.2.1 (Boucherot). La puissance active d'un système est la **somme** des puissances actives P des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive Q .

⚠ Le théorème de Boucherot ne s'applique pas à la puissance apparente S !

↪ Le théorème de Boucherot traduit le principe de la conservation de l'énergie électrique.

↪ La méthode de Boucherot permet, en régime sinusoïdal de tension et de courant, de calculer les puissances actives et réactives totales consommée par une installation électrique comportant plusieurs dipôles.

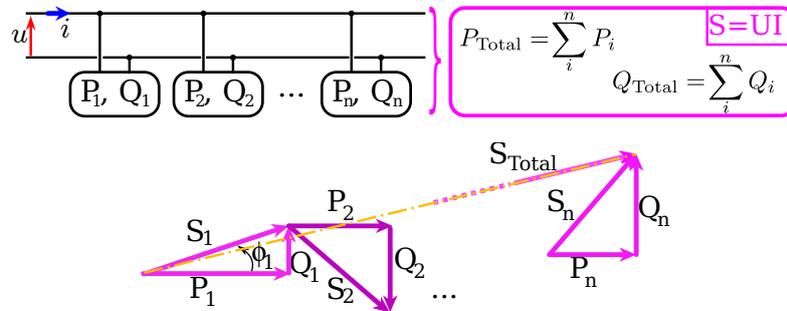


Fig. I.2 – Illustration du théorème de Boucherot

Exercice I.3. Soit un dipôle d'impédance $\underline{Z} = R + jX$, traversé par un courant sinusoïdal de valeur efficace I .

- Démontrer les résultats suivants : $P = \text{Re}\{Z\}I^2$, $Q = \text{Im}\{Z\}I^2$ et $S = |Z|I^2$
- Faire de même lorsque l'on considère une admittance $\underline{Y} = G + jB$
- Déterminer les différentes puissances lorsque le dipôle est une résistance pure R , une bobine idéale L et une capacité idéale C (cf. table I.2)

| Dipôle | P | Q |
|------------------|--------|------------------------|
| Résistance | RI^2 | 0 |
| Inductance | 0 | $\frac{1}{C\omega}I^2$ |
| Condensateur | 0 | $L\omega I^2$ |

TABLE I.2

Remarque I.2. Selon la valeur de la puissance réactive Q , on peut conclure :

Si $Q > 0$:

Si $Q < 0$:

Si $Q = 0$:

I.2.3.C Relèvement d'un facteur de puissance

Nécessité de relever le facteur de puissance k

◊ Les appareil électrique consomme une puissance déterminée : $P_s = U_s I_s \cos \phi$

- La puissance P_s est imposée par la charge

Ex.: Une ampoule de $P_s = 10\text{W}$

- La tension U_e est fixée par le générateur

Ex.: une source de $U_e = 220\text{ V}$

↪ Le courant I_e est d'autant plus grand que le facteur de puissance k est faible

◊ Le courant doit être transporté sur de longue distance par des câbles électriques

- Impédance d'une ligne électrique : $Z_l = R_l + jX_l$

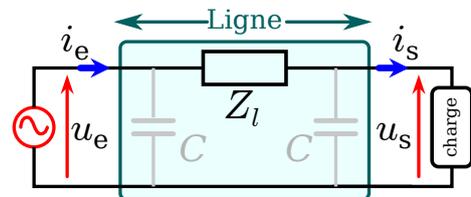
- Pertes Joules : $P_J = R_l I^2$

- Puissance réactive : $Q = X_l I^2$

- Chute de tension en ligne : $\Delta U = \frac{R_l P_s + X_l Q_s}{U_s}$

- Rendement : $\eta = \frac{P_s}{P_e} = \frac{1}{1 + \frac{P_J}{P_s}}$

↪ Pour améliorer le rendement il faut augmenter le facteur de puissance $k = \cos \varphi$



Les fournisseurs d'électricités pénalisent les installations ayant $k < 0.9$!

I.3 Réseaux et distributions triphasés

Le **Triphasé** est un système comportant *trois circuits monophasés* dans lesquels les tensions et les courants : sont de *même nature* et ont la *même fréquence fondamentale, mais sont déphasés entre eux*.

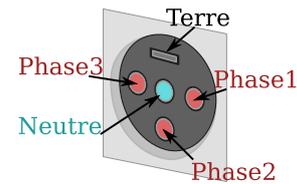
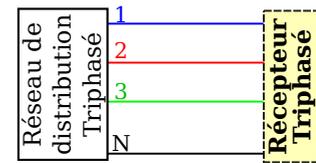
↔ Dans le cas idéal même amplitude et déphasage de $\frac{2\pi}{3}$

Utilisation :

- ◇ production, transport et distribution de l'énergie électrique ;
- ◇ installations industrielles (machines électriques tournantes de forte puissance)

5 connexions :

- ◇ 3 phases,
- ◇ 1 neutre,
- ◇ et la terre.



Pourquoi le triphasé ?

La tension monophasée (ie. celle du “secteur”) provient d’un réseau triphasé où l’on utilise le neutre avec une des trois phases.

Transport plus économique :

- ◇ 3 fils de phase au lieu de 6 (3×2 si on utilise du monophasé)
- ◇ Sections de conducteurs moins importantes
- ◇ Courants plus faibles \Rightarrow moins de *pertes Joule*
 - ↔ À puissance égale, le système triphasé nécessite **deux fois moins** de volume de conducteur qu’en monophasé.

Élimination de la puissance fluctuante : puissance instantanée constante, c-à-d. qu’il ne reste que de la puissance active.

↔ Puissance mécanique constante

- Moins de vibrations dans les machines
- Moins de risques de rupture des arbres de transmission

↔ Le système triphasé offre une plus grande efficacité

Remarque I.3 (Transport). Pour éviter des sections importantes de conducteurs (ie., poids important...), il faut utiliser des **tensions élevées**. Toutefois, les contraintes technologiques actuelles imposent une limitation à 1 MV.

En France, le transport longue distance se fait en général sous 225 kV et 400 kV. Il existe des lignes sous 750 kV (tel que la Russie ou le Canada).

I.3.1 Systèmes Triphasés

Définition 1 (Système triphasé). On appelle **système triphasé** un ensemble de *trois grandeurs* (tensions et courants) **alternatives sinusoïdales** de même nature, de même fréquence et *mais sont déphasés entre eux* (eg de $\frac{2\pi}{3}$).

Un système de grandeurs triphasées peut se mettre sous la forme temporelle :

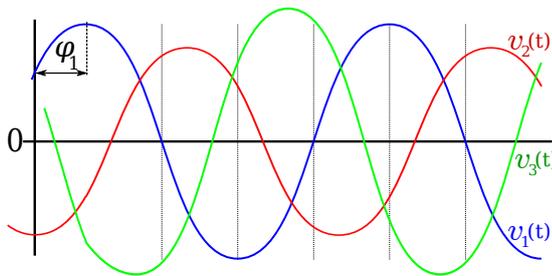
- ◇ $g_1(t) = G_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1)$
- ◇ $g_2(t) = G_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{3})$
- ◇ $g_3(t) = G_3\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1 + \frac{2\pi}{3})$

Amplitude complexe :

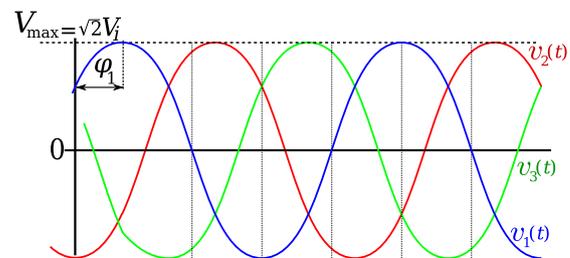
- ◇ $\underline{G}_1 = G_1 e^{j\varphi_1}$
- ◇ $\underline{G}_2 = G_2 e^{j(\varphi_1 - \frac{2\pi}{3})}$
- ◇ $\underline{G}_3 = G_3 e^{j(\varphi_1 + \frac{2\pi}{3})}$

Forme vectorielle (ie. pour Fresnel) :

- ◇ $\vec{g}_1 = \{G_1; \varphi_1\}$
- ◇ $\vec{g}_2 = \{G_2; \varphi_1 - \frac{2\pi}{3}\}$
- ◇ $\vec{g}_3 = \{G_3; \varphi_1 + \frac{2\pi}{3}\}$



a Systèmes triphasés



b Systèmes triphasés équilibrés

Fig. I.3 – Représentation temporelles de signaux triphasés.

Définition 2 (Système triphasé équilibré). Le système triphasé est dit **symétrique** (ou **équilibré**) ssi les grandeurs sinusoïdales sont de même valeur efficace et déphasées de $\varphi = 2\pi/3 = 120^\circ$. Dans le cas contraire, le système triphasé est dit **déséquilibré**

Un système de grandeurs triphasées équilibrées ont la même valeur efficace G (ici direct) :

- ◇ $g_1(t) = G\sqrt{2}\sin(\omega t)$
- ◇ $g_2(t) = G\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$
- ◇ $g_3(t) = G\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$

Amplitude complexe :

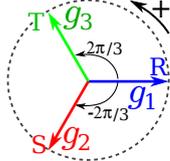
- ◇ $\underline{G}_1 = G$
- ◇ $\underline{G}_2 = G e^{-j\frac{2\pi}{3}}$
- ◇ $\underline{G}_3 = G e^{+j\frac{2\pi}{3}}$

Forme vectorielle (ie. pour Fresnel) :

- ◇ $\vec{g}_1 = \{G; 0\}$
- ◇ $\vec{g}_2 = \{G; -\frac{2\pi}{3}\}$
- ◇ $\vec{g}_3 = \{G; +\frac{2\pi}{3}\}$

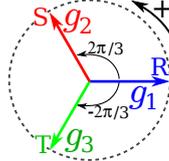
Définition 3 (Système triphasé direct et inverse). Le système triphasé est dit **direct** si les phases sont ordonnées dans le sens *trigonométrique inverse* (ie., *sens horaire*), et **inverse** dans l'autre cas.

Système triphasé direct



Ordre : 1, 2, 3, 1, ...
(dans le sens horaire)

Système triphasé inverse



Ordre : 3, 2, 1, 3, ...
(dans le sens horaire)

Forme vectorielle :

- ◇ $\vec{g}_1 = \{G; 0\}$
- ◇ $\vec{g}_2 = \{G; +\frac{2\pi}{3}\}$
- ◇ $\vec{g}_3 = \{G; -\frac{2\pi}{3}\}$

Remarque I.4. Notons que tous systèmes triphasés équilibrés (direct ou inverse) vérifient :

$$\begin{cases} g_1(t) + g_2(t) + g_3(t) = 0 \\ \underline{G}_1 + \underline{G}_2 + \underline{G}_3 = 0 \\ \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 = 0 \end{cases}$$

I.3.2 Distribution Triphasée

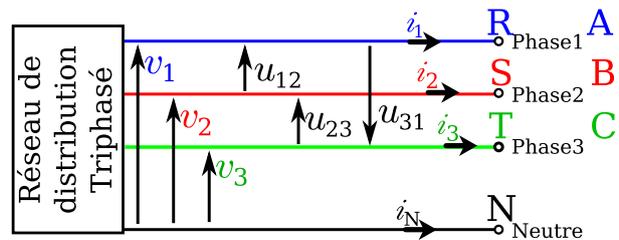
Sur un système de distributions triphasés différents potentiels sont définis :

- ◇ Les **tensions simples**
ou étoilées ou de phases
 - Mesurées entre la phase et le neutre
 - Notée v_i , et V_i sa valeur efficace

↪ Neutre indispensable

- ◇ Les **tensions composées**
ou de lignes
 - Mesurées entre deux phases
 - Notée u_{ij} , et U_{ij} sa valeur efficace

↪ Neutre inutile



i_1, i_2, i_3 : courant de ligne

Sur un réseau triphasé on peut mesurer

- ◇ les tensions composées U_{ij}
↪ Les tensions simples V_i ne sont mesurable que si le neutre est sorti.
- ◇ les courant de ligne

Les tensions $\{v_1, v_2, v_3\}$, $\{u_{12}, u_{23}, u_{31}\}$ et les courants $\{i_1, i_2, i_3\}$ forment un système triphasé :

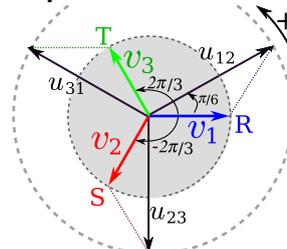
Tensions simples

- ◇ $\underline{V}_1 = V$
- ◇ $\underline{V}_2 = V e^{-j\frac{2\pi}{3}}$
- ◇ $\underline{V}_3 = V e^{+j\frac{2\pi}{3}}$

Tensions composées

- ◇ $\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = \underline{V}_1 \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$
- ◇ $\underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = \underline{V}_2 \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$
- ◇ $\underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = \underline{V}_3 \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$

Représentation vectorielle



↪ Le rapport des modules des tensions simples et composées est $\sqrt{3}$, soit : $U = \sqrt{3}V$

↔ Si les tensions simples forment un système triphasés équilibré alors les tensions composées également (et réciproquement).

Systèmes de distribution triphasé équilibré

◇ Même **valeurs efficaces** :

$$\begin{cases} V_1 = V_2 = V_3 & = V \\ U_{12} = U_{23} = U_{31} & = U \\ I_1 = I_2 = I_3 & = I \end{cases}$$

◇ Déphasage entre phases $\phi_i = 2\pi/3 = 120^\circ$

◇ À tout instant les tensions vérifient :

$$\begin{cases} v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) = 0 \\ \frac{V_1}{\sqrt{3}} + \frac{V_2}{\sqrt{3}} + \frac{V_3}{\sqrt{3}} = 0 \\ \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u_{12}(t) + u_{23}(t) + u_{31}(t) = 0 \\ \frac{G_{12}}{\sqrt{3}} + \frac{G_{23}}{\sqrt{3}} + \frac{G_{31}}{\sqrt{3}} = 0 \\ \vec{U}_{12} + \vec{U}_{23} + \vec{U}_{31} = 0 \end{cases}$$

◇ Idem pour les courants, et $\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$

Remarque I.5 (Sur le plan pratique. . .). En France, les fournisseurs d'électricité distribuent un réseau triphasé **équilibré de tensions**, caractérisé par :

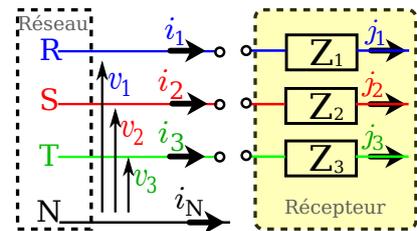
$f = 50$ Hz, $U \approx 400\text{--}660$ V (valeur efficace entre phases), $V \approx 230\text{--}380$ V

I.3.3 Récepteurs Triphasés

Définition 4 (Récepteurs triphasés). Un **récepteur triphasé** est constitué de **3 dipôles** \underline{Z}_k , aussi appelés *enroulements* ou *phases*.

Si ces 3 dipôles ont la même impédance $\underline{Z} = Z e^{j\phi}$ (ie. 3 dipôles identiques), le récepteur est dit **équilibré**. Autrement, on parle de récepteur triphasé *déséquilibré*.

Les courant qui traversent les éléments du récepteurs sont appelé *courant de phase* et sont notés J .



↔ **Conséquence** : dans un récepteur **linéaire** et **équilibré**, les courants J_k qui le traversent forment un système de courants triphasés (mêmes valeurs efficaces J et déphasages de 120°).

À partir d'un réseau triphasé comprenant par 3 ou 4 conducteurs, il est possible de relier trois dipôles de deux manières différentes :

1. Un pôle de chaque élément est relié à une phase tandis que les autres sont interconnectés, il s'agit du **couplage étoile** (symbole Y ou λ) ;
2. Chaque dipôle est placé entre deux phases, il s'agit du **couplage triangle** (symbole D ou Δ).

I.3.3.A Couplage étoile

Sur un couplage en étoile chaque dipôle \underline{Z} est soumis à une tension simple V_k et est traversé par le courant de phase \underline{J}_k qui correspond au courant de ligne \underline{I}_k

L'impédance \underline{Z} impose un déphasage courant $\phi_{I/V}$ entre la tension simple \underline{V} et le courant de ligne \underline{I}

◇ $\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ (si charge équilibré : $\underline{I}_N = 0$)

◇ $\underline{I}_1 = \frac{V_1}{\underline{Z}} = \frac{V_1}{Z} e^{-j\phi_{I/V}} = I_1 e^{-j\phi_{I/V}}$

◇ $\underline{I}_2 = \frac{V_2}{\underline{Z}} = \frac{V_2}{Z} e^{-j(\phi_{I/V} + \frac{2\pi}{3})} = I_2 e^{-j(\phi_{I/V} + \frac{2\pi}{3})}$

◇ $\underline{I}_3 = \frac{V_3}{\underline{Z}} = \frac{V_3}{Z} e^{-j(\phi_{I/V} - \frac{2\pi}{3})} = I_3 e^{-j(\phi_{I/V} - \frac{2\pi}{3})}$

◇ $\underline{I}_k = \underline{J}_k$

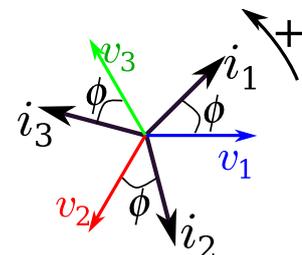




Fig. I.4 – Couplage en étoile

I.3.3.B Couplage triangle

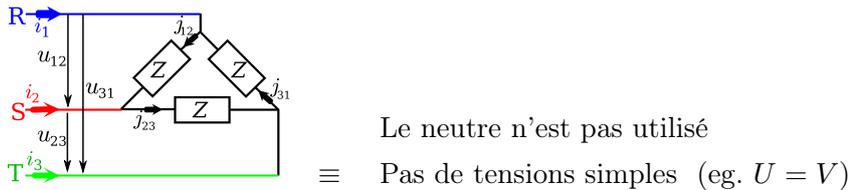


Fig. I.5 – Couplage en étoile

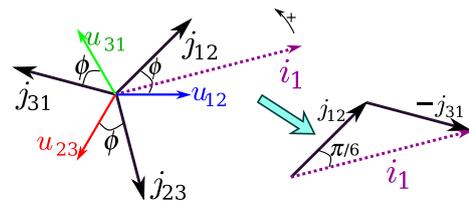
Sur un couplage en étoile chaque dipôle \underline{Z} est soumis à une tension composée \underline{U}_{ij} , et est traversé par le courant de phase \underline{J}_{ij}

L'impédance \underline{Z} impose un déphasage courant $\phi_{J/U}$ entre la tension composée \underline{U} et le courant de phase \underline{J}

- ◇ $\underline{I}_1 = \underline{J}_{12} - \underline{J}_{31}$
- ◇ $\underline{I}_2 = \underline{J}_{23} - \underline{J}_{12}$
- ◇ $\underline{I}_3 = \underline{J}_{31} - \underline{J}_{23}$
- ◇ $\underline{J}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}} = J e^{-j(\phi_{J/U} - \frac{\pi}{6})}$
- ◇ $\underline{J}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}} = J e^{-j(\phi_{J/U} - \frac{\pi}{2})}$
- ◇ $\underline{J}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}} = J e^{-j(\phi_{J/U} - \frac{7\pi}{6})}$

↪ Si la charge est équilibré :

- ◇ $\underline{J}_{12} + \underline{J}_{23} + \underline{J}_{31} = 0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$
- $\underline{I}_1 = \underline{J}_{12} - \underline{J}_{31} = J\sqrt{3} e^{-j\phi_{J/U}}$
- $\underline{I}_2 = \underline{J}_{23} - \underline{J}_{12} = J\sqrt{3} e^{-j(\phi_{J/U} + \frac{2\pi}{3})}$
- $\underline{I}_3 = \underline{J}_{31} - \underline{J}_{23} = J\sqrt{3} e^{-j(\phi_{J/U} - \frac{2\pi}{3})}$



- ◇ Le module des courants de lignes est $\sqrt{3}$ plus élevé que les courants de phases : $I = J\sqrt{3}$

I.3.3.C Branchement d'un récepteur triphasé

Réseau triphasé : présence de la tension simple V et de la tension composée U

↪ **Convention** : on désigne un réseau triphasé par sa *tension composée* (ou de ligne) U en *valeur efficace* !

- Ex.: Sur un réseau qualifié de "réseau 220 V", celui-ci définit : $U = 220$ V et $V = 127$ V.

Dans la mesure où il est possible de coupler un récepteur en étoile (Y) ou en triangle (Δ), le choix d'un couplage se fait :

- ◇ selon la tension de ligne U du réseau ;
- ◇ selon la tension supportée par chaque dipôles (ou enroulements)

Pour se faire, la plaque signalétique d'un récepteur triphasé précise deux tensions d'alimentation selon la convention : Δ/Y

- ◇ 1^{ère} = réseau sur lequel le récepteur doit être monté en triangle Δ ;
- ◇ 2^{nde} = réseau sur lequel le récepteur doit être monté en étoile Y.

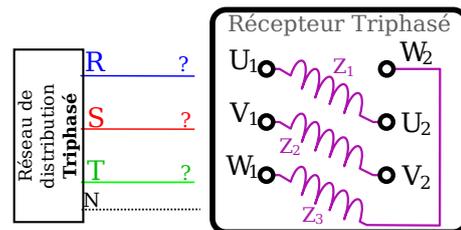
Exemple I.3.1. Soit un récepteur triphasé portant l'indication 220 V/380 V. Il faut donc le coupler :

- ◇ en triangle sur le réseau 220 V \rightarrow 220V par enroulements
- ◇ en étoile sur le réseau 380 V \rightarrow 220V par enroulements

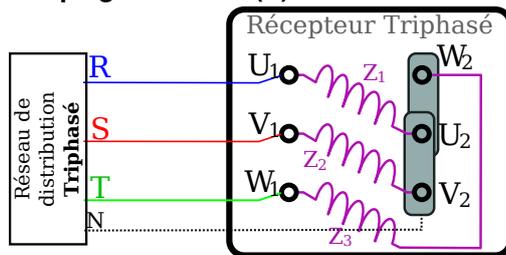
\hookrightarrow **Intérêt** : plusieurs réseaux compatibles avec plus de récepteurs.

Afin de brancher un récepteur triphasé à un réseau de distribution, il est souvent possible de choisir le couplage à partir de son bornier de raccordement

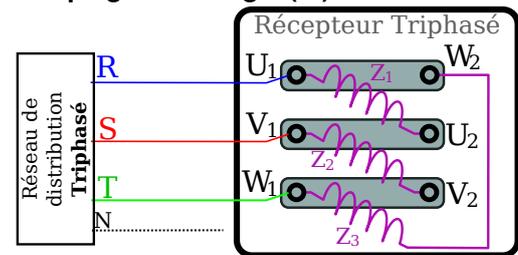
\hookrightarrow Objectif : faciliter les branchements (ie., câblage Δ ou Y)



Couplage en étoile (Y)



Couplage en triangle (Δ)



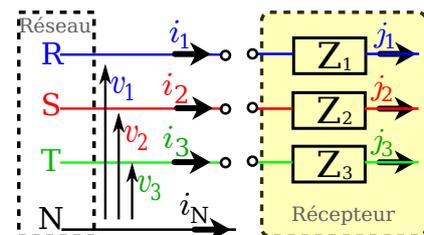
I.3.4 Puissances en triphasé

On rappelle que l'on a établi qu'en régime sinusoïdale (ie. monophasé) :

- ✓ Puissance instantanée $p(t) = u(t)i(t)$ (unité : Watt - W)
- ✓ Puissance active $P = UI \cos \phi$ (unité : Watt - W)
- ✓ Puissance apparente $S = UI$ (unité : Volt-Ampère - VA)
- ✓ Puissance réactive $Q = UI \sin \phi$ (unité : Volt-Ampère-Réactif - VAR)
- ✓ Facteur de puissance : $k = \cos \phi$

Grâce au théorème (I.2.1) de Boucherot on sait que la somme des puissances consommées ou fournies est égale à la somme des puissances présentes sur chaque phase (ie. sur chaque dipôle). On peut ainsi en déduire que pour un système triphasé on a :

- ◇ Puissance instantané en triphasé "quelconque" d'une charge câblé en étoile : $p(t) = v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t) + v_3(t)i_3(t)$
- \hookrightarrow En cas de charge déséquilibrée, les tensions et courants sont déphasés de ϕ_1, ϕ_2 ou ϕ_3 suivant les phases

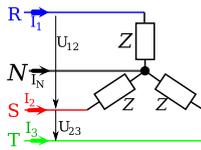


- ◇ **Puissance active** : $P = V_1 I_1 \cos \phi_1 + V_2 I_2 \cos \phi_2 + V_3 I_3 \cos \phi_3$

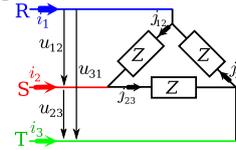
- ◇ **Puissance réactive** : $Q = V_1 I_1 \sin \phi_1 + V_2 I_2 \sin \phi_2 + V_3 I_3 \sin \phi_3$

Dans le cas d'une charge équilibrée chaque impédance consomme la même puissance P_k , on en déduit ainsi que la puissance total selon le couplage choisit est donnée par :

Couplage étoile



Couplage triangle



◇ Pour chaque dipôle : $P_k = V_k I_k \cos \phi$

$$\text{avec } \phi = (\vec{I}, \vec{V})$$

◇ Pour chaque dipôle : $P_k = U_{ij} J_{ij} \cos \phi$

$$\text{avec } \phi = (\vec{J}, \vec{U})$$

◇ Pour le récepteur complet :

$$P = 3P_k = 3VI \cos \phi = \sqrt{3}UI \cos \phi$$

◇ Pour le récepteur complet :

$$P = 3P_k = 3UJ \cos \phi = \sqrt{3}UI \cos \phi$$

◇ Puissance active : $P = \sqrt{3}UI \cos \phi$

◇ Puissance réactive : $Q = \sqrt{3}UI \sin \phi$

◇ Puissance apparente : $S = \sqrt{3}UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$

◇ Facteur de puissance : $k = \frac{P}{S} = \cos \phi$

◇ Rappel : $U = \sqrt{3}V$ et $I = \sqrt{J}$

◇ Les relations sont identiques pour les 2 types de couplages

⚠ Le déphasage ϕ dans les éléments du récepteur diffère selon le couplage

II.1 Introduction

L'Électrotechnique (parfois appelée *Génie électrique*) est une partie de la physique qui s'intéresse aux dispositifs et systèmes mettant en jeu de l'énergie sous forme électrique. On peut citer notamment :

- la production (centrale électrique, génératrice, etc.),
- le transport et la distribution (ligne et réseau de distribution),
- la transformation et le traitement,
- l'exploitation, consommation et gestion de l'énergie électrique.

II.1.1 Transport et Distributions

Si l'on s'intéresse aux pertes en ligne (cf. Section I.2.3.C) lors d'un transport de puissance électrique, et plus particulièrement aux pertes Joule, ces dernières sont, quelque soit un conducteur donné, d'autant plus importantes que le courant électrique est élevé. Or, à puissance transportée constante, l'utilisation d'une tension plus élevée implique un courant électrique plus faible puisque, d'une manière générale et quelque soit le nombre de phases utilisées, la puissance électrique est proportionnelle au produit de la tension par le courant. . . De fait, afin de limiter au maximum les pertes en ligne, il faut transporter un courant aussi faible que possible : quand les distances deviennent importantes, le **transport de l'énergie électrique** ne peut ainsi se faire qu'à **très haute tension**.

Exemple II.1.1. Une ligne de 100 km avec une résistance de 10Ω sur laquelle circule 400 MW entraînerait environ 4 MW de perte Joules si elle était exploitée à 200 kV, mais seulement 1 MW si elle était exploitée à 400 kV.

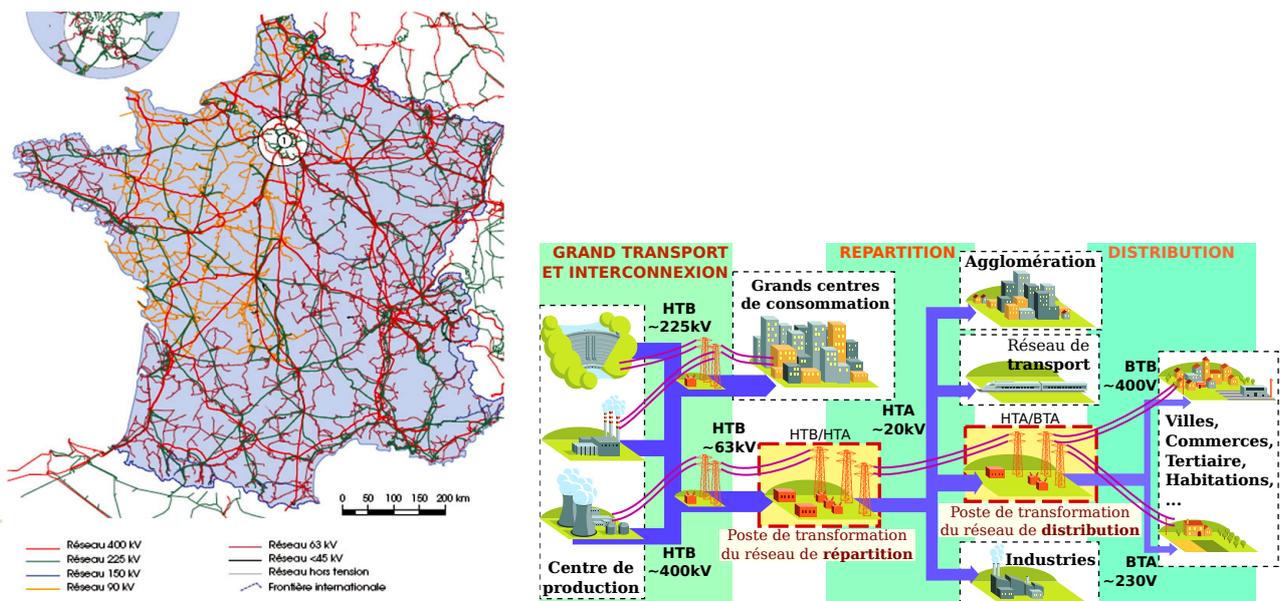


Fig. II.1 – Le réseau électrique

Ainsi de la sortie du centre de production (eg. centrale électrique) au compteur de l'utilisateur final, l'électricité doit transiter sur un réseau électrique (cf. figure II.1).

Les réseaux électriques actuels utilisent un **signal alternatif triphasé sinusoïdal** afin de minimiser les pertes, et différentes tensions sont appliquées selon :

- ◇ Grand transport : 225 à 400 kV
- ◇ Répartition : 225 à 63 kV  Réseaux domestique en monophasé
- ◇ Distribution : 20 kV à 220/400 V

II.1.2 Les risques électriques

À l'instar de l'électronique qui exploite généralement de faibles tensions et courants électrique, dans le domaine de l'électrotechnique on s'intéresse à des puissances électriques beaucoup plus importantes.

Toutefois, l'énergie électrique est une énergie

- Invisible, inodore, inaudible
- Largement utilisée et accessible (usage domestique et industrielle)



 L'énergie électrique est donc potentiellement *très dangereuse* : une installation électrique mal réalisée ou mal contrôlée peut présenter *des risques* : **électrisation** → *électrocution* des personnes, risques d'incendie, non disponibilité de l'énergie, etc. . .

Il est donc nécessaire de protéger à la fois les *personnes* (mise à la terre, dispositifs différentiels, etc.) et les **installations** (disjoncteurs, fusibles, etc.).

Un peu de vocabulaire :

Il ne faut pas confondre :

Électrisation : “*manifestations et lésions provoquées par le passage d'un courant électrique*”

Électrocution : *décès* par choc électrique . . . effet d'une électrisation. . .

II.1.2.A Les risques pour l'Homme

L'énergie électrique pouvant se trouver à la portée de tout un chacun, peut s'avérer **extrêmement dangereuse** pour les personnes.

En particulier, la résistance électrique du corps humain n'est pas infinie : soumis à une tension, le corps va donc laisser passer un courant électrique, pouvant s'avérer dangereux pour lui. Même si cette résistance varie et dépend de plusieurs paramètres (qui sont la présence d'humidité, la transpiration, la tenue vestimentaire, la durée de contact, le courant traversant, etc.), on peut considérer que la résistance du corps humain est de l'ordre de : $R_{\text{Homme}} \approx 2 \text{ k}\Omega$.

Ainsi, si un courant traverse le corps humain, il y a des risques de lésions, et même danger de mort (cf. tableau II.1).

| Courant | Effets électriques | |
|---------|---------------------------------|------------------------|
| 0.5 mA | Seuil de perception | Sensation très faible |
| 10 mA | Seuil de non lâché | Contraction musculaire |
| 30 mA | Seuil de paralysie | Paralysie ventilatoire |
| 75 mA | Seuil de fibrillation cardiaque | <i>irréversible</i> |
| 1 A | | <i>Arrêt du cœur</i> |

TABLE II.1 – Effets du courant alternatif sur le corps humain (15 Hz à 1000 Hz).

 *Le courant électrique devient dangereux à partir de 20 mA, et une tension de 50 V. Si elles ne sont pas protégées correctement, les installations domestiques (où on dispose d'une tension de 230 V) sont potentiellement mortelles.*

Mais attention, si l'intensité du courant est un facteur important dans les risques électriques et ses conséquences, la durée durant laquelle celui-ci traverse le corps humain, c'est à dire le temps de contact ou de passage, est tout aussi déterminante. En effet, il est mortel d'établir un contact de 5 s avec une tension alternative de 50 V en milieu sec (et 25 V en milieu humide) ; par contre, on augmente les chances de survie de la personne en diminuant la durée de contact.

↪ Il est par conséquent indispensable de protéger les personnes contre les dangers électriques.

II.1.3 Moyens de protection

II.1.3.A Les schémas de liaison à la terre

Les réseaux de distribution sont caractérisés essentiellement par la nature du courant, le nombre de conducteurs actifs, mais aussi par **la liaison à la terre**, et c'est ce dernier aspect que l'on appelle le **régime de neutre** ou encore **schéma de liaison à la terre** (SLT). Le régime du neutre décrit la manière dont le neutre du générateur, en général la sortie d'un transformateur, est relié avec la terre ainsi que la situation des masses de l'installation par rapport à la terre. Il joue un rôle très important puisque, lors d'un défaut d'isolement ou de la mise accidentelle d'une phase à la terre, les valeurs prises par les courants de défaut, les tensions de contact et les surtensions sont étroitement liées à celui-ci.

Les schémas de liaison à la terre sont repérés par deux lettres :

- la première lettre rend compte de la situation du neutre par rapport à la terre du côté du fournisseur de l'énergie : on donne la lettre **T** lorsque le neutre est directement lié à la terre et la lettre **I** lorsque le neutre est isolé ou bien relié à la terre par l'intermédiaire d'une impédance ;
- la seconde lettre décrit la situation des masses de l'installation : on donne la lettre **T** lorsque celles ci sont reliées à la terre et la lettre **N** lorsque celles-ci sont reliées au neutre.

Il existe trois types de régimes de neutre : le SLT **TT**, le SLT **TN** et le SLT **IT**. Chaque schéma a ses avantages et ses inconvénients et par conséquent ses utilisations. Si le régime **TN** est préféré pour les installations industrielles, les locaux demandant une continuité de service tels que les blocs opératoires ou les centrales nucléaires nécessitent le schéma **IT**, qui ne provoque pas une coupure du circuit au premier défaut mais assure cependant la protection des personnes.

Dans les installations domestiques, on utilise le régime **TT** dont le schéma de principe est reporté sur la figure II.2. Ce SLT a en effet l'avantage d'empêcher les surtensions, réduisant ainsi les risques d'incendie. De plus, il est simple à mettre en œuvre et à contrôler, et il ne demande pas d'entretien. Il permet la coupure au premier défaut, ce qui facilite la détection de celui-ci (mais qui s'avère un inconvénient dans le domaine industriel). En revanche, de par sa nature même, il induit des courants de fuite en cas de défaut, et c'est d'ailleurs la détection de ces courants qui permet l'ouverture du circuit. Or, si une protection différentielle de type 300 ou 500 mA telle que celle effectuée dans les disjoncteurs principaux que fournit EDF à ses abonnés suffit à protéger les installations, il faut ajouter dans le schéma **TT** un organe de protection des personnes : un dispositif différentiel sensible aux courants de 30 mA. En effet, nous pouvons aisément comprendre d'après ce que nous avons vu précédemment qu'un courant de 500 mA présente un danger colossale pour l'utilisateur.

II.1.3.B Les dispositifs de protection

Une installation électrique doit être en mesure d'assurer la protection des conducteurs, des équipements, et des personnes. Différents organes de protection sont disponibles : nous abordons ici les cas du fusible, du disjoncteur et du dispositif différentiel.

Le fusible

Le fusible est un objet qui a pour rôle d'assurer la sécurité d'une installation en interrompant la circulation du courant électrique. Lorsque l'intensité qui traverse cet élément est supérieure à une valeur donnée, il ouvre le circuit en se détruisant par une fusion du filament conducteur qui le compose (d'où son nom de fusible). La section du filament est en effet calculée en fonction de l'intensité maximale du courant à laisser passer. Il existe essentiellement trois types de fusibles :

1. les fusibles à usage général (gG) qui offrent une protection contre les surcharges et les court-circuits et qui sont couramment utilisés dans les applications domestiques ;
2. les fusibles accompagnement moteur (aM) utilisés pour la protection des court-circuits uniquement en cas de forts courants de pointe (en présence de moteurs par exemple ou de primaires de transformateur) ;
3. les fusibles à fusion ultra rapide qui permettent la protection des semi-conducteurs.

Remarquons que les fusibles ne sont pas adaptés pour la protection des personnes, que par ailleurs seul un dispositif différentiel permet d'assurer.

Le disjoncteur

Le disjoncteur a pour vocation la *protection des conducteurs et des équipements*. Il remplace de plus en plus le fusible, en particulier parce qu'il ne se détruit pas lors de l'ouverture du circuit : c'est un dispositif réarmable. En effet, si le disjoncteur est un appareil capable d'établir, de supporter et d'interrompre des courants dans les conditions normales du circuit, il peut aussi supporter pendant une durée spécifiée et interrompre des courants dans des conditions de court-circuit ou de surcharge. Il a un **fort pouvoir de coupure**.

Il existe plusieurs types de disjoncteurs :

- (a) le disjoncteur magnétique, qui assure la protection contre les court-circuits ;
- (b) le disjoncteur thermique, qui assure la protection contre les surcharges ;
- (c) le disjoncteur magnéto-thermique, qui cumule les deux fonction et assure la protection contre les court-circuits et contre les surcharges. C'est ce type de disjoncteurs qui équipe nos tableaux électriques.



Ne pas confondre disjoncteur et *dispositif différentiel* !

Le dispositif différentiel à courant résiduel

Dans une installation monophasée ou triphasée, un dispositif différentiel à courant résiduel (DDR) est un appareil de **protection des personnes** qui permet de limiter les risques d'électrocution en détectant les fuites de courant à la terre de l'installation électrique. Le principe d'un DDR est de **comparer les intensités traversant les les différents conducteurs** (Ex.: les courants I_1 et I_2 des fils de phase et de neutre en monophasé, cf. figure ??). En cas de différence (ie. fuite d'un courant I_f), le DDR coupe immédiatement le courant. En effet, si l'on prend l'exemple d'une installation monophasée normale, le courant électrique qui arrive dans un récepteur par le fil de phase doit ressortir dans sa totalité par le fil de neutre (principe de la conservation des charges). De fait, si le courant dans le conducteur de phase au départ d'un circuit électrique est différent de celui du conducteur neutre, c'est qu'il y a une fuite de courant I_f , c'-à-d. **un défaut**.

La différence d'intensité du courant à laquelle réagit un disjoncteur est appelée la *sensibilité différentielle du disjoncteur*, notée $I_{\Delta n}$. Selon norme électrique française (NF C15-100), elle est obligatoirement de 30 mA sur les circuits terminaux domestiques. La figure ?? illustre le principe de fonctionnement d'un DDR dans le cas d'une installation monophasée.



Un DDR ne permet pas de protéger contre le risque électrique par contact direct phase/neutre puisque ce circuit correspond au fonctionnement normal de l'installation.

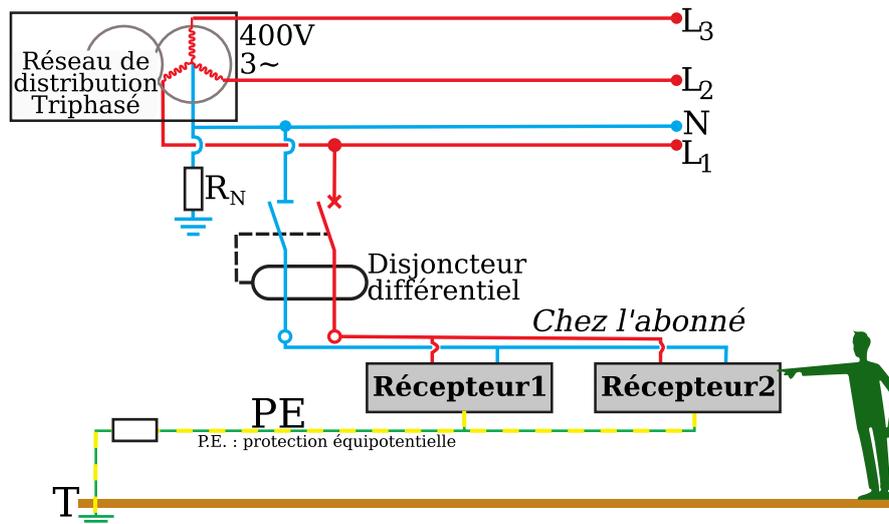


Fig. II.2 – Le schéma de liaison à la terre (**TT**) : les masses sont reliées à la terre par le biais de la Protection Équipotentielle (PE).



Fig. II.3 – Le fusible



Fig. II.4 – Le disjoncteur

Les Machines Électriques

On distingue deux catégories de machines électriques :

1. Les machines électrique statique (ie., pas de pièce en mouvement) ;
2. Les machines électrique tournantes permettant la conversion d'énergie électrique en travail ou énergie mécanique.

La plupart des machines électriques fonctionnent grâce au magnétisme, mais il existe aussi des machines électrostatiques et d'autres utilisant l'effet piézoélectrique.

II.2 Machine électrique statique : le transformateur

II.2.1 Introduction

Qu'est-ce qu'un transformateur ?

Définition 1 (Le transformateur). Le transformateur est un système électrique **statique** permettant de **transférer** l'énergie électrique **en modifiant** les amplitudes des grandeurs électriques *alternatives* (ie., de tension et de courant) entre deux réseaux de **même fréquence** et de même forme.



Un transformateur a pour but de modifier les amplitudes des grandeurs électriques alternatives : il transforme des signaux de tension et de courant de fréquence donnée en signaux de même fréquence mais de valeurs efficaces différentes. L'une des particularités du transformateur est qu'il a un rendement très élevé, souvent proche de 100% : dans les gros transformateurs, on a moins de 1% de pertes. Pour simplifier, nous ne considérerons ici que le cas du transformateur monophasé, mais les principes physiques abordés s'appliquent aussi au cas du transformateur triphasé.

Pourquoi utiliser un transformateur ?

Le transformateur joue un rôle important dans le transport et la distribution de l'énergie électrique. En effet, nous avons vu précédemment que pour le transport de l'énergie électrique (cf. Section II.1.1) il est **nécessaire d'élever la tension**. Il est donc nécessaire d'élever la tension fournie par les générateurs avant de la transporter, et pour cela d'utiliser des transformateurs. D'un autre côté, les tensions élevées demandent une maîtrise plus importante. En particulier, il n'est pas envisageable de câbler les bâtiments avec des tensions très élevées : une fois le transport effectué, l'énergie électrique doit être distribuée sous la forme de basses tensions et l'on doit par conséquent avoir là aussi recours à un transformateur. En résumé, le transformateur permet à l'énergie électrique d'être transportée à longue distance de façon économique et distribuée dans les industries et les habitations.

II.2.2 Constitution d'un transformateur

Comme nous pouvons le voir sur la figure II.5 ci-contre, un transformateur est constitué :

- d'un circuit magnétique fermé ;
- de deux circuits électriques sans liaison entre eux, enroulés autour du circuit magnétique :

Le circuit électrique lié au générateur est appelé le circuit primaire (eg. indicé 1), celui qui est lié au récepteur est appelé le circuit secondaire (eg. indicé 2).

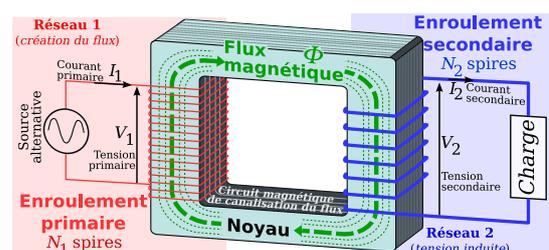


Fig. II.5 – Schéma de principe d'un transformateur

Appelons V_1 la valeur efficace de \underline{V}_1 au primaire et V_2 la valeur efficace de \underline{V}_2 au secondaire alors :

- Si $V_1 < V_2$, le transformateur est dit élévateur de tension ;
- Si $V_1 > V_2$, le transformateur est dit abaisseur de tension ;
- Si $V_1 = V_2$, le transformateur est un transformateur d'isolement ;

II.2.3 Principe de fonctionnement

L'enroulement primaire est soumis à une tension sinusoïdale. Il est donc traversé par un courant sinusoïdal et donne naissance à travers le circuit magnétique à un flux sinusoïdal. Ce flux engendre alors une force électromotrice induite E_1 dans l'enroulement primaire et E_2 dans l'enroulement secondaire. Au niveau des bornes du secondaire, apparaît alors une tension sinusoïdale dont la fréquence est la même que celle de la tension appliquée au primaire, mais dont l'amplitude est différente. Le comportement du transformateur peut alors être appréhendé par le schéma reporté sur la figure II.6.

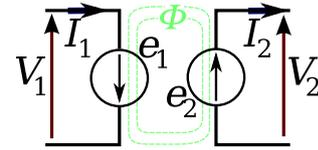
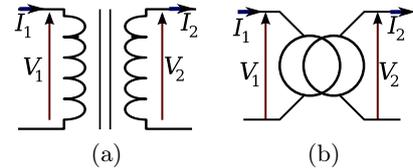


Fig. II.6 – Principe de fonctionnement du transformateur. On utilise la convention récepteur pour le primaire, et générateur pour le secondaire

Symboles électriques du transformateur

Dans un schéma électrique, le transformateur peut être représenté par l'un des deux symboles reportés ci-contre



II.2.4 Le transformateur parfait

Expression des f.é.m. dans le transformateur

D'après la loi de Faraday, les forces électromotrices E_1 et E_2 dépendent de la variation du flux magnétique ϕ selon la relation :

$$\underline{E}_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt}, \quad \text{et} \quad \underline{E}_2 = -N_2 \frac{d\phi}{dt}$$

où N_1 et N_2 sont respectivement le nombre de spires des enroulements primaire et secondaire.

Définition 2 (rapport de transformation). Par définition le rapport : $m = \frac{N_2}{N_1}$ définit le rapport de transformation de la machine.

Dans le cas idéal, la tension au primaire vérifie la relation : $\underline{V}_1 = -\underline{E}_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt}$; et celle du secondaire vérifie : $\underline{V}_2 = \underline{E}_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt}$ Ces deux expressions conduits ainsi, à :

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -m$$

Si l'on remplace les valeurs temporelles de la tension par des valeurs efficaces (ie. en module), la précédente équation se ramène, dans le cas idéale : $\frac{V_2}{V_1} = m$



On peut constater que si on a $\frac{d\phi}{dt} = 0$, il n'y a plus de f.é.m. induite (ie. E_1 et E_2 sont nulles). Cela implique que le transformateur ne peut fonctionner qu'en régime alternatif !

Formule de Boucherot

Le générateur impose la tension primaire ainsi que la fréquence. Le nombre de spires N_1 étant fixé par condition, le flux ϕ a sa valeur imposée en module et phase par le générateur selon la relation :

$$V_1 = 4.44N_1f\phi_{\max}$$

où V_1 est la valeur efficace de la tension au primaire, N_1 le nombre de spires de l'enroulement primaire, f la fréquence du flux et ϕ_{\max} l'amplitude (valeur maximale) du flux magnétique.



Le transformateur est une machine à flux forcé : alimenté par une tension efficace constante, il fournit une tension au secondaire une tension sinusoïdale de valeur efficace constante.

Équation d'intensité dans le transformateur

Dans le cas général, le courant au primaire et celui au secondaire sont reliés à tout instant par la relation d'Hopkinson :

$$N_1I_1 + N_2I_2 = \mathcal{R}\phi_m$$

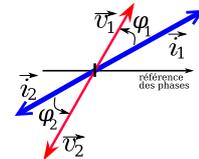
où ϕ_m est le flux mutuel (dans le cas idéal $\phi_m = \phi$) et où \mathcal{R} est la réluctance du circuit magnétique (dans le cas idéal $\mathcal{R} = 0$). Cette grandeur décrit l'opposition du noyau au passage du champ magnétique. Ainsi dans le cas idéal on a :

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{N_1}{N_2} = -1/m$$

Si, à présent, on remplace les grandeurs temporelles par des grandeurs efficaces, on aboutit à la relation, valable dans le cas idéal : $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{m}$

Déphasages : diagramme de Fresnel

- ◊ Les grandeurs (v_1, v_2) et (i_1, i_2) sont opposées en phases.
- ◊ les déphasages φ_1 et φ_2 sont nécessairement les mêmes.



Lois de conservation : le transformateur idéal conserve

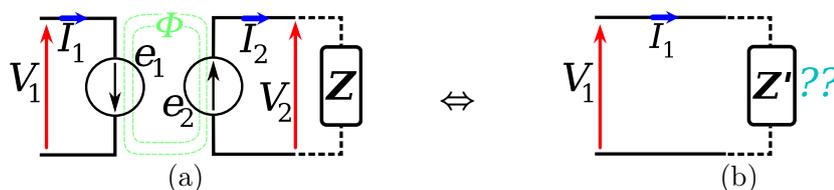
- ◊ la puissance apparente $S = VI \Rightarrow S_1 = S_2$
- ◊ la puissance active $P = VI \cos \varphi \Rightarrow P_1 = P_2$
- ◊ la puissance réactive $Q = VI \sin \varphi \Rightarrow Q_1 = Q_2$



Le transformateur **idéal** conserve les puissances actives, réactives et apparentes. Il conserve aussi le déphasage.

II.2.5 Adaptation d'impédance

Supposons à présent le secondaire du transformateur soit chargé par une impédance Z . On se demande quelle va être la valeur de l'impédance vue depuis l'entrée du transformateur, c-à-d. depuis les bornes du primaire. Appelons Z' cette impédance, alors :



Impédance ramenée du secondaire au primaire (ou réciproquement)

$$\diamond Z' = \frac{V_1}{I_1}$$

$$\diamond \text{ Rappel : } \underline{V}_1 = -\underline{V}_2/m \text{ et } \underline{I}_1 = -m\underline{I}_2$$

$$\hookrightarrow Z' = \frac{Z}{m^2}$$

On pourra de la même manière ramener une impédance du **primaire vers le secondaire**. Pour cela, il suffira de multiplier l'impédance au primaire par m^2 pour avoir sa valeur au secondaire.

Ces règles de transformation restent valable dans le cas d'un transformateur réel.

II.2.6 Le transformateur réel

Dans un transformateur réel, on ne néglige plus les pertes. Aussi doit-on prendre en compte :

Les pertes Joule dans les enroulements (aussi appelé *pertes cuivres*)

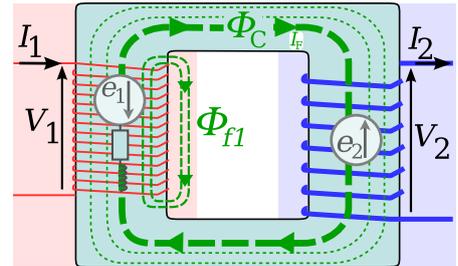
\hookrightarrow du fait que les résistances r_j des enroulements soient non-nulles

\Rightarrow Résistance

Les pertes fer

\hookrightarrow la reluctace du circuit magnétique \mathcal{R} n'est plus nulle

\Rightarrow Impédance



Les fuites de flux magnétique

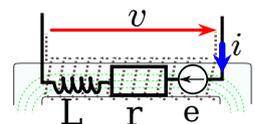
\Rightarrow Inductances

Une partie seulement du flux Φ_1 créé au niveau du primaire sert à magnétiser le secondaire : le **flux de magnétisation** Φ_C . Une autre partie du flux est perdue dans l'entrefer : le **flux de fuite** Φ_f .

\hookrightarrow L'étude d'un transformateur et la détermination de ses caractéristiques passe par la détermination de **modèles** plus ou moins réalistes en fonction des hypothèses faites.

II.2.7 Les pertes de puissance d'un transformateur

Pour un enroulement:



Les pertes par effet Joule (aussi appelées "*pertes cuivre*") : $P_{\text{Joule}} = rI^2$ avec I le courant qui traverse l'enroulement, et r sa résistance

Reluctance \mathcal{R} du noyau magnétique

- \diamond Décrit l'opposition du noyau au passage du champ magnétique
- \diamond $\mathcal{R} \approx$ à la notion de "*résistance magnétique*"

Les pertes magnétiques (aussi appelées "*pertes fer*") : $P_{\text{Fer}} = P_{\text{Fouc}} + P_{\text{Hyst}}$

\hookrightarrow Elles dépendent de la fréquence f et de la tension V

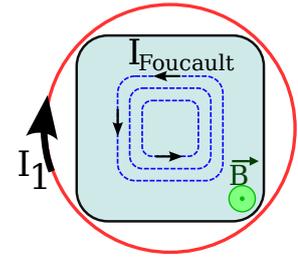
- \diamond Origine :
 - Les pertes par courants de Foucault : P_{Fouc}
 - Les pertes par hystérésis : P_{Hyst}

II.2.7.A Pertes par courants de Foucault

Toute variation de flux à travers un circuit fermé produit un courant induit I_{Fouc}

Loi de Lenz : Le courant induit I_{Fouc} a un sens tel qu'il crée un champ magnétique qui s'oppose à la variation de celui qui lui a donné naissance.

↪ **Effet** : échauffement du métal et pertes supplémentaires dans le fer



La puissance dissipée par courants de Foucault :

$$P_{Fouc} = C_{Fouc} f^2 B^2 e^2 m$$

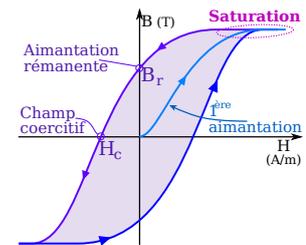
- ◇ P_{Fouc} en W, f en Hz, B en T
- ◇ e épaisseur des tôles, et m masses de fer
- ◇ C_{Fouc} : coefficient de pertes par courants de Foucault en W/kg

Solution : le feuilletage du métal limite le développement des courants de Foucault

II.2.7.B Pertes hystérésis

Lorsqu'on soumet un matériau ferromagnétique à un champ alternatif \vec{B} (variant entre deux valeurs opposées avec une certaine fréquence), il se produit un phénomène dit d'«*hystérésis*».

Les domaines du métal présentent une constante de temps avant de s'orienter



L'aimantation de la matière absorbe de l'énergie.

L'aimantation n'étant pas réversible, l'énergie n'est que partiellement restituée lors de la désaimantation.

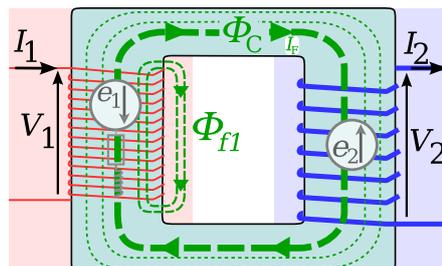
Une partie de l'énergie se dissipe sous forme de chaleur dans ce matériau : ce sont les **pertes par hystérésis**

$$P_{Hyst} = C_{Hyst} f B^2 m$$

- ◇ P_{Hyst} en W, f en Hz et B en T
- ◇ C_{Hyst} : coefficient de pertes par hystérésis en W/kg

II.2.7.C Les fuites magnétiques

- ◇ $e_1 = -N_1 \frac{d\Phi_1}{dt}$
- ◇ avec $\Phi_1 = \Phi_{f1} + \Phi_C$
- ◇ Φ_{f1} : flux de fuite au primaire

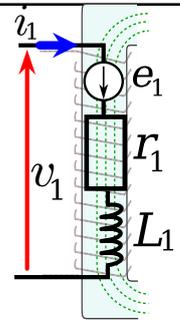


- ◇ $e_2 = -N_2 \frac{d\Phi_C}{dt}$
- ◇ Φ_C : flux commun (ou mutuel) dans le circuit magnétique

↪ **Solution** : faire des enroulement concentriques pour minimiser les fuites de flux

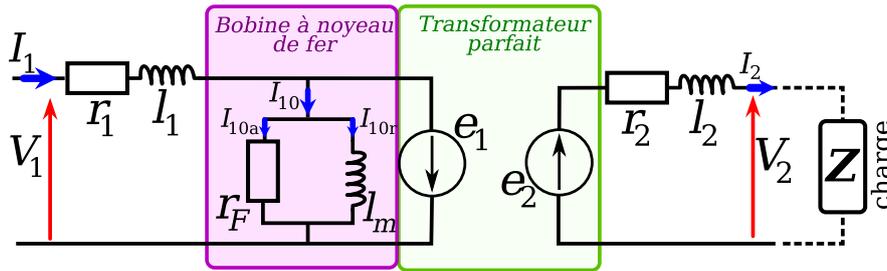
◊ Le comportement du primaire : $v_1(t) = r_1 i_1(t) + N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = r_1 i_1(t) + L_{f1} \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi_C}{dt}$

- Rappel : **inductance réel** = résistance r + inductance L
- En réalité : le comportement d'un enroulement correspond à celui d'une **bobine à noyaux de fer**



II.2.7.D Bilans

Schéma équivalent : prendre en compte *toutes les pertes*



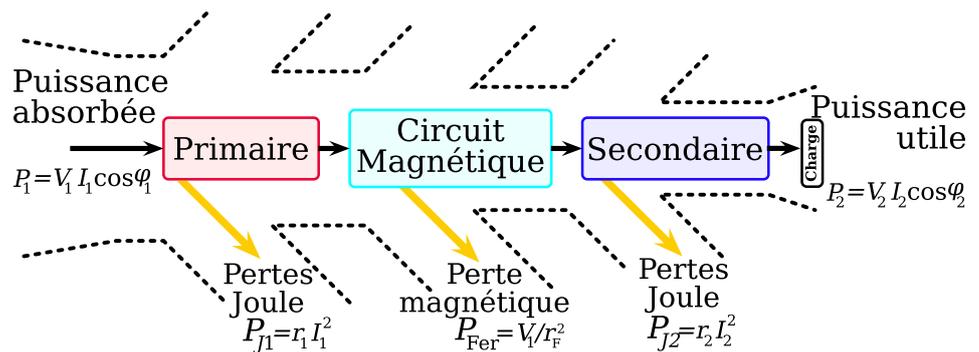
- ◊ Les pertes fer $P_{\text{Fer}} \Rightarrow$ Résistance r_F
- ◊ La magnétisation du noyau $\Phi_C \Rightarrow$ Inductance l_m
- ◊ Pertes de fuites de flux $\Phi_f \Rightarrow$ Inductances l_1 et l_2
- ◊ Pertes par effet Joules $P_J \Rightarrow$ Résistances r_1 et r_2

II.2.8 Bilan Énergétique et Rendement

Rendement : $\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}} = \frac{P_2}{P_1}$

Pour le calcul du rendement on considère *uniquement* les **pertes** et **puissances actives**

Bilan énergétique



◊ Théorème de Boucherot : $P_1 = P_{J1} + P_{\text{Fer}} + P_{J2} + P_2$

Remarque II.1. Le rendement varie en fonction des conditions de fonctionnement. Le meilleur rendement est obtenu pour les valeurs nominales indiquées sur la plaque signalétique du transformateur.

Machines Électriques Tournantes

Conversion de puissance

Un convertisseur de puissance est un système intermédiaire entre une source de puissance et un récepteur (la charge).

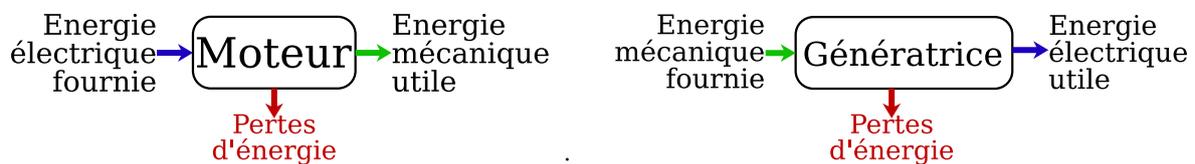
On s'intéresse dans les chapitres suivants aux machines électriques tournantes qui font de la **conversion électromécanique**.

Définition II.2.1 (Machines Électriques Tournantes). Une **Machine Électrique Tournante** est un système **électro-mécanique** de conversion d'énergie électrique en travail ou *énergie mécanique*, et/ou **récioproquement**.

La plupart des machines électriques fonctionnent grâce au **magnétisme**, mais il existe aussi des machines **électrostatiques** ou utilisant l'**effet piézoélectrique**.

Les ME **produisant** une énergie électrique à partir d'une énergie mécanique sont appelées : dynamos, générateurs ou *alternateurs*.

↔ Dans le cas inverse on parle de *moteur*



Suivant les conditions d'utilisation une seule et même ME peut opérer la conversion d'énergie dans les deux sens

↔ Les machines électriques sont dites **réversibles**.

On s'intéressera à 3 Machines Électriques Tournantes :

1. Les Machines à Courant Continu (MCC)
2. Les Machines Asynchrone (MAS)
3. Les Machines Synchrones (MS)

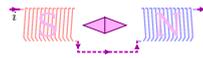
Notion de Champs Tournants

Interaction de deux champs magnétique

- ◇ Si on utilise deux aimants pouvant pivoter sur eux-mêmes, lorsque l'on en met un en rotation, le second se met à tourner à la *même vitesse angulaire* que le premier.
- ↳ Création d'un **champ tournant**

Création de deux champs tournants avec stator fixe

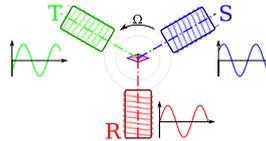
- ◇ Soit deux bobines statoriques coaxiales alimentées par une seule source monophasée
- ◇ Lorsque l'on alimente les bobines, l'aiguille aimantée ne tourne pas naturellement
- ◇ Si l'aiguille est mise en mouvement, elle tourne à la vitesse $\Omega = \omega$ pulsation des courants



- Idem, si on lance l'aiguille aimantée dans le sens opposé : elle tourne à la même vitesse en sens inverse
- ↳ Un système monophasé crée donc **deux champs magnétiques tournant en opposition de phase**

Création d'un champ tournant avec stator fixe

- ◇ Soit trois bobines fixes, dont leurs axes sont décalés de $\frac{2\pi}{3}$, alimenté par un **réseau triphasé équilibré**
- ◇ On place au centre de ce système une aiguille aimantée
- ↳ L'aiguille aimantée se met à tourner dès lors que le *système triphasé* est alimenté.



Un système de bobines triphasées réparties régulièrement et alimentées par un système de courant triphasé de pulsation ω **crée** un système de **champ magnétique glissant** de pulsation $\frac{\omega}{3}$

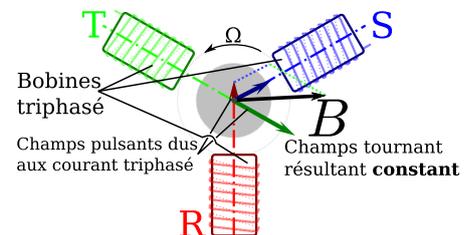
Si l'aiguille aimantée est remplacé par un disque métallique plein, il se met à tourner *mais plus lentement* que l'aiguille utilisée précédemment pour une même fréquence d'alimentation.

↳ La rotation est **asynchrone**

Création d'un champ tournant avec **Stator fixe et Disque métallique**

- ◇ **Rappel** : toute pièce métallique soumise à une variation de flux est le siège de *courant de Foucault*
- ↳ Création d'un champ magnétique
- ↳ Interaction des deux champs \Rightarrow mouvement de rotation du disque

- Les bobines créent un champ magnétique tournant à la vitesse Ω_s
- Le disque tourne à la vitesse Ω



Champ tournant

- ◇ Les courants alternatifs dans les bobines créent un champ magnétique tournant à la pulsation de **synchronisme** Ω_s

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p} \quad \begin{array}{l} \diamond p : \text{nombre de paires de pôles du bobinage.} \\ \diamond \omega_s : \text{la pulsation électrique} \end{array}$$

↳ Un tel **champ tournant** existe dans les **entrefers** des machines **asynchrones** et **synchrones**. Il est créé par un **bobinage triphasé**.

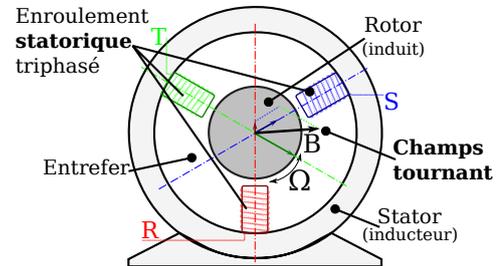
II.3 Machine Asynchrone (MAS)

II.3.1 Description

Définition II.3.1 (Machine Asynchrone). Une **Machine ASynchrone** (MAS) est une machine électrique tournante aussi appelée machine à induction. Elle fonctionne avec du *courant alternatif*.

Le stator crée un champ tournant à la vitesse de synchronisation Ω_s

Le terme asynchrone provient du fait que la vitesse de rotation du rotor de ces machines n'est pas exactement déterminée par la fréquence des courants qui traversent leur stator.



! La vitesse des MAS n'est pas proportionnelle à la fréquence des courants qui les traversent.

Remarque II.2. La Mas est connue également sous le terme anglo-saxon de *machine à induction*. En effet, c'est une machine électrique tournante à courant alternatif **sans connexion** entre le stator et le rotor.

Remarque II.3. Pour fonctionner en courant monophasé, les machines asynchrones nécessitent un système de démarrage. Pour les applications de puissance, au-delà de quelques kW, les moteurs asynchrones sont uniquement alimentés par des **systèmes de courants triphasés**.

II.3.1.A Principe généraux

Si on alimente les 3 enroulements statoriques par un système triphasé des tensions, le stator est parcouru par des courants triphasés I_s de pulsation ω_s . On obtient alors un champ magnétique tournant à une vitesse angulaire $\Omega_s = \omega_s/p$.

Le champ tournant entraîne le rotor à une vitesse angulaire $\Omega < \Omega_s$. Dans ce cas on dit que le rotor "glisse" par rapport au champ tournant et on définit le glissement comme suit : $g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$ (exprimé en %).

Le rotor est balayé par le flux statorique à la vitesse $\Omega - \Omega_s$. Il y a apparition de f.é.m. et de courant induit qui ont pour pulsation : $\omega_r = g\omega_s$.

! La fréquence de synchronisme est un *sous-multiple entier* de la fréquence d'alimentation.

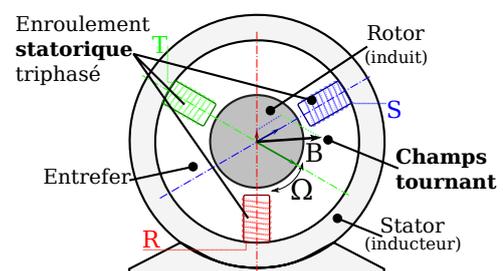
Exemple II.3.2. Soit une MAS constituée d'une paire de pôle branché sur le secteur ($f_s = 50$ Hz). Le champ tourne à la vitesse $\Omega_s = \frac{2\pi f_s}{p} \Leftrightarrow N_s = \frac{3000}{p}$ tr/min

! Pour $f_s = 50$ Hz le champ tournant est un sous-multiple de 3000tr/min, soit : 3000 ; 1500 ; 1000 ; etc. . .

II.3.2 Constitution

Constitution du stator

- ◊ Constitué d'un cylindre ferromagnétique entaillé d'encoches permettant d'y loger les bobinages



Constitution du rotor

- ◇ (a) "Cage d'écureuil" : constitué de tôles ferromagnétiques et de barres conductrices régulièrement réparties à la périphérie du rotor et mises en *court-circuit* par 2 anneaux

↔ Pas d'entretiens, et peu cher

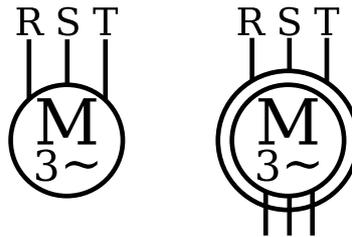
⚠ Pas relié au réseau (aucune alimentation électrique) pas de contrôle de l'induit.

- ◇ (b) **Rotor bobiné** : fait de 3 bobinages triphasés. Chaque bobine est reliée à une bague qui permettent d'avoir une liaison électrique avec les bobines du rotor

↔ Possibilité de modifier les propriétés électromécaniques de la MAS

⚠ Nécessite l'ensemble collecteurs+balais

Symboles



II.3.3 Fonctionnement du moteur asynchrone

Fonctionnement à vide

- ◇ À vide : le rotor n'entraîne pas de charge
 - Conséquence : le glissement est pratiquement nul et le rotor tourne *quasiment* à la vitesse de synchronisme
 - On supposera que, à *vide*, $g_0 = 0$ et $N_0 = N_{s0}$
- ◇ Le facteur de puissance $\cos \varphi_{s0}$ à vide est très faible
 - Conséquence : le courant absorbé i_{s0} est élevé
 - Le courant absorbé i_{s0} est un **courant de magnétisation**
 - ↔ Il sert à **créer le champ magnétique tournant**

Fonctionnement en charge

- ◇ Lorsque l'on charge la MAS le facteur de puissance augmente
 - Conséquence : augmentation de la puissance active
 - Le stator absorbe un **courant i_s actif**

II.3.3.A Bilan des puissances et des pertes

Puissances et Pertes Statoriques

- ◇ Puissance reçue ou absorbée par le stator : $P_a = P_s = \sqrt{3}U_s I_s \cos \varphi_s = 3V_s I_s \cos \varphi_s$
- ◇ Les pertes par effet Joule au stator : $P_{J_s} = \frac{3}{2}r_s I_s^2$
 - r_s : résistance entre deux bornes,
 - r_s dépend du couplage du stator
 - a) Couplage étoile : $r_s = 2R_s$
 - b) Couplage triangle : $r_s = \frac{2}{3}R_s$
- R_s : résistance des enroulements du stator
- ◇ Les pertes fer au stator P_{F_s}
 - Fonctions du flux magnétique
 - Elles ne dépendent donc que de la tension d'alimentation U_s et de la fréquence des courants statorique f_s
 - Modélisé par une résistance r_F

Puissances Rotoriques

- ◇ La puissance transmise dans l'entrefer P_{tr} = Puissance transmise au rotor *magnétiquement*
 - Théorème de Boucherot : $P_{tr} = P_a - (P_{J_s} + P_{F_s})$
 - P_{tr} est transmise sous forme d'un couple électromagnétique C_{em} qui tourne à la vitesse des champs tournants $\Omega_s \Rightarrow P_{tr} = C_{em}\Omega_s$
- ◇ Puissance électromagnétique P_{em} transmise au rotor
 - $P_{em} = P_{tr} - P_{J_r} = (1 - g)P_{tr}$
 - Le rotor tourne à la vitesse Ω et développe sur l'arbre le couple électromagnétique $C_{em} \Rightarrow P_{em} = C_{em}\Omega$
- ◇ Les pertes par effet Joule au rotor : $P_{J_r} = R_r I_r^2$
 - *Problème* : on ne connaît que rarement l'intensité I_r dans une phase rotorique, et assez mal la valeur de la résistance R_r du rotor
 - **Solution** : Comme $P_{em} = C_{em}\Omega \Rightarrow P_{J_r} = gP_{tr}$
- ◇ Les pertes fer au rotor P_{F_r}
 - $P_{F_r} = f(U_r, f_r)$,
 - Les pertes fers du rotor sont **négligeables**
- ◇ Pertes mécaniques *rotationnelles* P_m
 - Liés aux différents frottements qui créent les pertes mécaniques P_m fonction de la vitesse de rotation Ω
 - eg., $\Omega \approx \text{Cste} \Rightarrow$ les pertes rotationnelles seront considérées comme constantes : $P_m = P_u - P_{em} \approx \text{Cste}$
- ◇ Puissance utile, disponible ou fournie : $P_u = P_a - \sum \text{Pertes}$
 - Le rotor déploie un couple utile C_u à la vitesse Ω
 - Il délivre la puissance utile : $P_u = C_u\Omega$
 - Les pertes mécaniques implique une diminution du couple utile : $C_u = C_{em} - \frac{P_m}{\Omega}$

Détermination des pertes constantes ou pertes collectives P_c

- ◇ La somme des pertes fer stator P_{F_s} et des pertes mécaniques P_m reste pratiquement **constante**
- ◇ On définit les pertes constantes : $P_c = P_{F_s} + P_m$

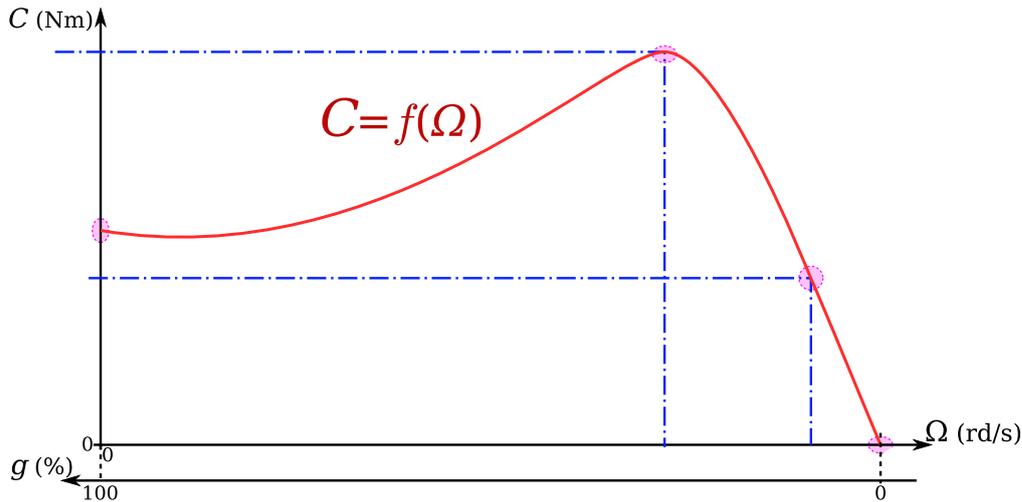
Remarque II.4. Pour séparer les pertes fer stator des pertes mécaniques, il faut faire un essai au synchronisme, mesurer la puissance absorbée : $P_{a0} = P_{Fs0} + P_{Js0}$, et retrancher P_{Js0}

Rendement : $\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - \sum \text{pertes}}{P_a}$

- ◇ Le rendement de la MAS est maximal lorsque l'on peut négliger toutes les pertes
- ◇ Les seules pertes non négligeables, sont les pertes joules rotor $\Rightarrow \eta = 1 - g$

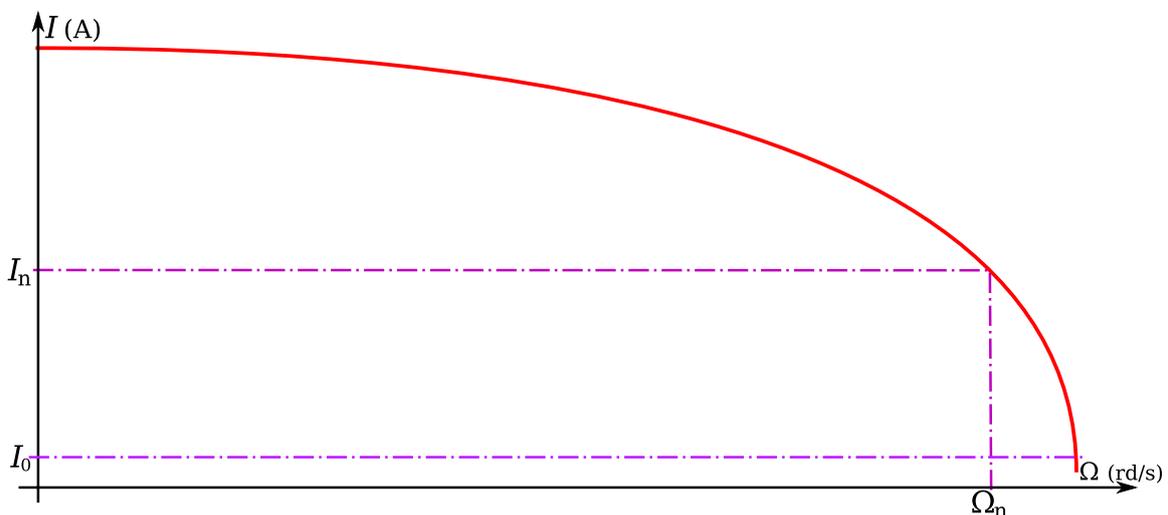
II.3.4 Caractéristiques

Caractéristique mécanique : $C = f(\Omega)$



- ◇ Le couple C_d est important au démarrage
 - ◇ Le couple présente un maximum C_{\max}
 - ◇ Vitesse de décrochage Ω_d : si la charge amène la vitesse de rotation de la MAS à descendre en dessous de Ω_d alors celle-ci *cale*
 - ◇ \exists Zone *quasi-linéaire* au voisinage de la vitesse de rotation nominale Ω_n
 - On a : $C = a\Omega + b$
 - Le couple est proportionnel au glissement : $C = kg$
- \hookrightarrow Cette zone correspond au **fonctionnement normal** de la MAS

Caractéristique électromécanique : $I = f(\Omega)$



- ◊ Pour réaliser cette caractéristique, on charge progressivement la MAS
- ◊ Cette caractéristique est tracé pour U_s et f_s constant
- ◊ Plus on s'écarte de la vitesse de synchronisme, plus le courant appelé est grand
- ◊ À vide, le moteur appelle une intensité *non négligeable* par rapport à l'intensité nominale I_n
- ◊ Le fort courant de démarrage est un *inconvenient important* des MAS

II.3.5 Modélisation et mise en équation

Il est très difficile, pour une charge donnée et à partir des tensions et des impédances, de calculer les courants dans la MAS et d'en déduire le couple et la fréquence de rotation

Hypothèse : Circuit magnétique homogène et non saturé

Les enroulements du stator sont en regard des enroulements du rotor sur un même circuit magnétique
 ↪ Le modèle du **transformateur** est donc exploitable

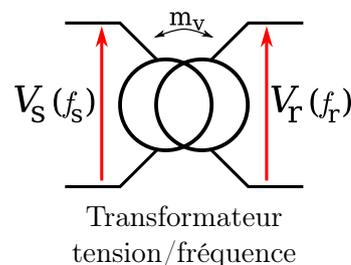
On montre que la MAS se comporte comme un **transformateur** dont les caractéristiques sont les suivantes

- ◊ Rapport de transformation en tension :

$$m_v = \frac{V_r}{V_s} = g \frac{N_r}{N_s} = mg$$

(N_s et N_r nombre de spire du stator et du rotor : $m = \frac{N_r}{N_s}$)

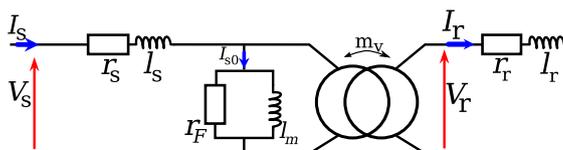
- ◊ Rapport de transformation en fréquence : $g = \frac{f_r}{f_s}$



II.3.5.A Schémas équivalents du moteur asynchrone triphasé

Schéma électrique équivalent de la MAS = Schéma électrique équivalent du **transformateur à champ tournant**
 réelle

- ◊ le stator constitue le primaire
- ◊ le rotor constitue le secondaire



- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ◊ r_s : résistance des enroulements statorique ◊ l_s : inductance de fuite des enroulements statorique ◊ r_F : résistance correspondant aux pertes fer dans le rotor de la MAS ◊ l_m : réactance magnétisante du circuit magnétique ◊ i_{s0} : courant à vide | <ul style="list-style-type: none"> ◊ r_r : résistance du rotor ◊ l_r : réactance de fuite rotorique |
|--|---|

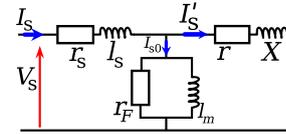
Quand le rotor tourne

- ◊ La fréquence des variations de flux au rotor dépend du glissement : $f_r = gf_s$
- ◊ Cette fréquence variable a un effet direct sur

- l'impédance liée à l_r :
- sur l'amplitude du générateur de tension au rotor $V_r = gmV_s$

On préfère souvent le schéma ramené au stator

$$\diamond r = \frac{r_r}{m^2g} \quad \text{et} \quad X = \frac{X_r}{m^2}$$



↪ Utilisation de l'hypothèse de Kapp : $I_{s0} \ll I_{sn}$

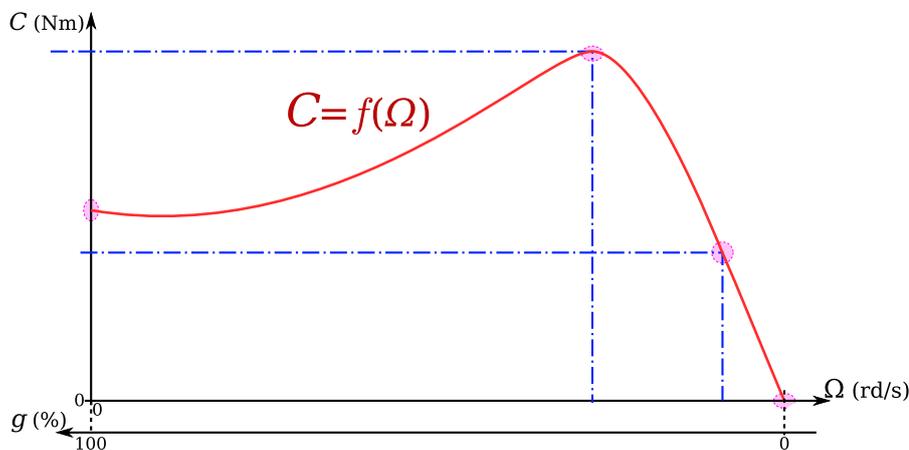
Remarque II.5. Il peut être intéressant de distinguer dans le modèle la puissance mécanique et les pertes Joule rotor :

- ◊ Soit $r = r_M + r_{Jr}$
- ◊ $r_{Jr} = \frac{r_r}{m^2}$
- ◊ $r_M = r - r_{Jr} = r_r \frac{(1-g)}{gm^2}$

La puissance électromagnétique correspond à la puissance transmise à r_r , soit :

- ◊ $P_{tr} = C_{em}\Omega_s = 3\frac{r_r I_r^2}{g}$
- ◊ avec $I_r = \frac{V_r}{\sqrt{r_r^2 + g^2 X_r^2}}$

↪ Si $g = \frac{r_r}{X_r}$, le couple est maximum, soit : $C_{max} = \frac{3\frac{m^2 V_s^2}{\Omega_s}}{2X_r}$



II.4 Machine Synchrone (MS)

II.4.1 Description

Définition II.4.1 (Machine synchrone). Une **machine synchrone** (MS) est une machine électrique tournante :

soit *produisant* un courant électrique dont la fréquence *est déterminée par* la vitesse de rotation de la machine : **fonctionnement générateur** ;

soit *absorbant* un courant électrique dont la fréquence *détermine* la vitesse de rotation de la machine : **fonctionnement moteur**

Synchrone ?

- ◇ Machines électriques tournantes dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie **est égale** à la vitesse de rotation du champ tournant
- ◇ Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation tournant

Machines Électrique Tournante à courant alternatif

- ◇ Des bobines *fixes* forme le **stator**
 - Alimentée en **monophasé** ou **triphasé**
- ◇ Le rotor, est alimenté par une *source continue*.

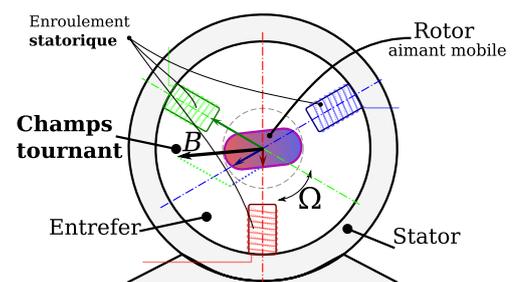
Avantage des machines synchrones :

- ◇ robuste
- ◇ bon rendement
- ◇ longue durée de vie
- ◇ fonctionne en vitesse variable
- ◇ accélération vive
- ◇ déclinable à différentes puissances
 - Traction ferroviaire, véhicules électriques, propulsion marine
 - Grosse industrie
 - Industrie pour les systèmes de production
 - Petits moteurs
- ◇ etc. . .

II.4.2 Principe de Fonctionnement

Création d'un champ tournant (rappel)

- ◇ Un aimant qui tourne crée un champ à **répartition spatiale variable**
- ◇ Il crée dans les bobines statoriques des *f.é.m induites* qui, alimentant un circuit fermé, provoque la *circulation de courants*
- ◇ Ces courants créent à leur tour un champ statorique dans l'entrefer de la MS



Principes généraux

- ◇ Les courants du stator créent un champ magnétique tournant dans l'entrefer
- ◇ Sa fréquence de rotation est proportionnelle à la fréquence de l'alimentation électrique $f : \Omega_s = \frac{\omega}{p}$
- ◇ La vitesse Ω_s de ce champ tournant est appelée **vitesse de synchronisme**
- ◇ Le champ magnétique *constant* du rotor tend à s'aligner sur celui du stator

↪ Machine Synchrones : le champ du rotor ne peut que tourner à la même vitesse que le champ du stator

Fonctionnement en **moteur** :

- ◇ Les courants alternatifs de fréquence f dans *l'induit* **créent** dans l'entrefer de la machine, un champ magnétique tournant à la vitesse de synchronisme Ω_s
- ◇ Le rotor, siège d'un **champ magnétique constant**, suit le champ tournant à la *même* vitesse Ω_s .

Fonctionnement en **alternateur** :

- ◇ *L'inducteur sur le rotor* crée dans l'entrefer de la machine un champ tournant à la vitesse Ω_s .
- ◇ Ce champ tournant *induit* aux bornes de *l'induit* une f.é.m. $e(t)$ de fréquence f
- ◇ Si on considère des bobines statoriques triphasées les trois f.é.m. **induites** forment un **système triphasé équilibré**

↪ La machine synchrone est réversible.

Création des forces électromotrices

- ◇ Le flux Φ à travers une spire est alternatif : $\Phi(t) = \sqrt{2}\Phi \sin(\omega t)$
- ◇ Si N_r est la vitesse du rotor, la période T du flux à travers une phase est égale à la durée de $\frac{1}{p}$ tour : $T = \frac{1}{pN_r}$
- ◇ La f.é.m. *induite* dans une phase : $e(t) = -n \frac{d\Phi}{dt}$
- ◇ La f.é.m. *induite global* correspond un **système triphasé équilibré** de f.é.m.
- ◇ La valeur efficace de la f.é.m $e(t)$: $E = Kn\Phi f = Kn\Phi p N_r = K'\Phi N_r$
 - où K est une constante de la machine appelée **coefficient de Kapp**

Création du couple électromagnétique

- ◇ les 3 phases du stator créent donc un champ magnétique de vitesse angulaire : $\Omega_s = \frac{\omega}{p} = 2\pi N_r = \Omega$

↪ Principe de la machine synchrone : le champ tournant statorique tourne à la même vitesse que le rotor.

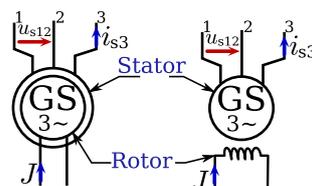


Fig. II.7 – Symboles

II.4.3 Constitution

Le stator est l'**induit**

- ◊ Même nature que celui de la MAS : 3 phases décalées de $\frac{2\pi}{3p}$.
 - ◊ Le stator est formé d'un empilage de tôles et porte sur la face tournée vers l'entrefer un **bobinage triphasé** à $2p$ pôles
- ↪ C'est dans ce bobinage statorique que sont *induites les f.é.m. $e(t)$*

Le rotor est l'**inducteur**

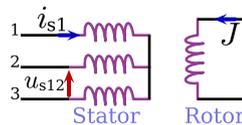
- ◊ Il comprend p pôles Nord et p pôles Sud intercalés.
- ◊ Ces pôles sont créés à partir de soit :
 - d'**aimants permanents**, pour les petites puissances
 - de bobine alimentée en **courant continu**, pour les puissances élevées
 - L'**alimentation continu** peut être assurée par un collecteur à deux bagues

II.4.4 Alternateur synchrone

II.4.4.A Généralités

Fonctionnement en alternateur

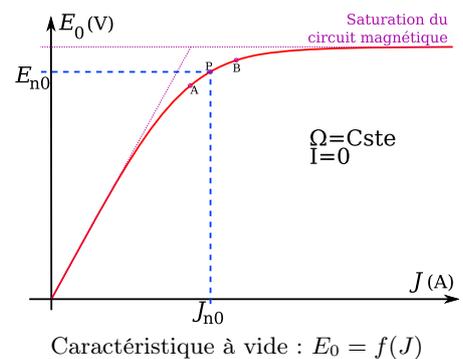
- ◊ Soit un alternateur entraîné à une vitesse Ω , dont l'inducteur, est alimenté par le *courant d'excitation J*
 - ◊ **Hypothèse** : la vitesse de rotation Ω est considérée **constante**
 - ◊ L'enroulement statorique peut être couplé soit en étoile, soit en triangle
- ↪ Pour simplifier, les notations dans les équations et schémas développés par la suite supposeront un *couplage étoile* (eg., le plus utilisé)
- Schéma équivalent :



Caractéristique à vide

- ◊ À vide, l'induit ne débite aucun courant.
- ◊ Le rotor est entraîné à la vitesse nominale Ω_n **constante**
- ◊ À vide, la f.é.m. $e_0(t)$ est due uniquement au champ tournant rotorique, produit par le courant d'excitation J : $E_0 = f(J)$

- ◊ Tant que le courant d'excitation dans l'inducteur J ne dépasse pas une certaine limite J_n , la valeur efficace E_0 de la f.é.m. induite **à vide** est *proportionnelle* à ce courant
- ◊ La **zone utile** est au voisinage du coude de saturation
- ◊ Parfois un phénomène d'hystérésis dédouble la caractéristique

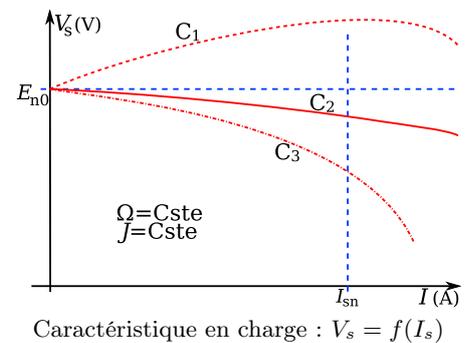


- ◊ C'est le courant J qui détermine le flux magnétique Φ dans l'entrefer de la MS

Caractéristique en charge

- ◇ Réalisée à l'aide d'une charge d'impédance variable mais de $\cos \varphi_s$ constant
- ◇ φ_s : déphasage entre $v_s(t)$ et $i_s(t)$
- ◇ En charge, l'enroulement statorique est parcouru par un système triphasé de courants induits :
 - création d'un champ tournant induit
 - on a donc affaire à deux champs tournants
 - la f.é.m. induite en charge $e_c = f(J, I_s) \neq e_0$

- ◇ Courbe C_1 : charge capacitive
- ◇ Courbe C_2 : charge résistive
- ◇ Courbe C_3 : charge inductive



II.4.4.B Modèles et mise en équations

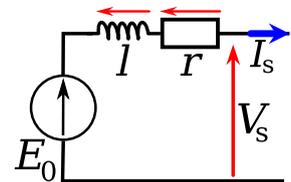
La méthode de Behn-Eschenburg

MS *non-saturée* \Rightarrow **méthode de Behn-Eschenburg**

- ◇ Principe : si la MS n'est pas saturée $\rightarrow \exists$ linéarité magnétique qui permet de sommer les deux champs tournants

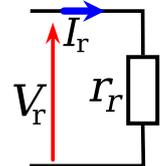
Modèle d'**un enroulement** de l'induit ...

- ◇ Le courant est orienté en **convention générateur**
- ◇ E_0 (V) : f.é.m. induite **à vide**
- ◇ v_s (V) : tension aux bornes d'un enroulement de la MS
- ◇ r (Ω) : résistance de l'enroulement
 - ◇ $X = l\omega$ (Ω) : *réactance synchrone*



Modèle de l'enroulement de l'inducteur ...

- ◇ i_r (A) : courant d'excitation
- ◇ v_e (V) : tension d'excitation
- ◇ r_r (Ω) : résistance de l'enroulement



- ◇ Toute l'énergie absorbée à l'inducteur est perdue par effet joule : $P_r = V_e I_e = r_r I_r^2 = P_{Jr}$

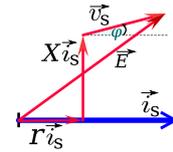
Lois des mailles :

| Couplage | Étoile (ou monophasé) | Triangle |
|---------------------------------------|---|---|
| ... avec les grandeurs instantanées : | $e = v_s + u_X + u_r$ | $e = u_s + u_X + u_r$ |
| ... avec les grandeurs vectorielles : | $\vec{e} = \vec{v}_s + \vec{v}_X + \vec{v}_r$ | $\vec{e} = \vec{u}_s + \vec{u}_X + \vec{u}_r$ |
| avec | $\vec{v}_s(V_s, \varphi_s)$ $\vec{v}_X(l\omega I_s, +\pi/2)$ $\vec{v}_r(rI_s, 0)$ | $\vec{u}_s(U_s, \varphi_s)$ $\vec{u}_X(l\omega J_s, +\pi/2)$ $\vec{u}_r(rJ_s, 0)$ |

Les courants statoriques I_s (ou J_s) dépendent de la charge.

Diagrammes de Fresnel

- ◊ rI_s doit être faible
- ◊ XI_s doit être fort



La méthode de Potier

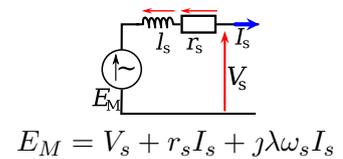
MS saturée ⇒ méthode de Potier

◊ Principe :

- Si la MS est saturée → ∂ linéarité magnétique qui permettrait de sommer les deux champs tournants.
- Ce sont les forces magnéto-motrice qui seront utilisées

Modèle d'un enroulement de l'induit...

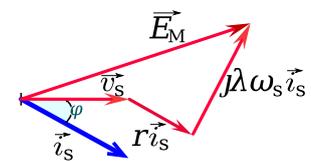
- ◊ E_M la f.é.m. d'une phase de l'alternateur,
- ◊ V_s la tension simple ,
- ◊ I_s le courant de sortie de la phase,
- ◊ r_s la résistance d'une phase de l'alternateur,
- ◊ λ est une inductance appelée coefficient de self inductance de fuite de l'induit.



$$E_M = V_s + r_s I_s + j\lambda\omega_s I_s$$

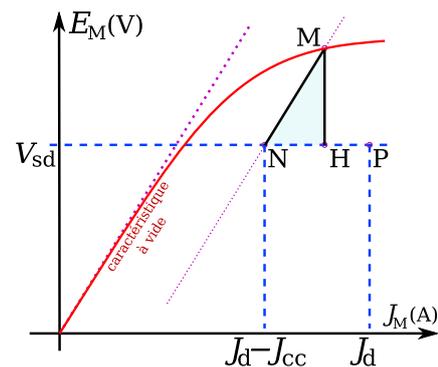
Diagrammes de Fresnel

- ◊ La f.é.m. E_M est une fonction vectorielle d'un courant fictif J_M
 - $E_M = -j\omega_s \Phi(J_M)$, où $J_M = J_0 + \alpha I_s$
 - α est une constante sans dimension, caractéristique d'un alternateur, appelé **coefficient d'équivalence**
 - Vectoriellement $\Phi(J_M)$ est colinéaire à J_M



Détermination des paramètres du modèle de Potier

- ◊ Placer le point P de coordonnées (J_d, V_{sd}) ;
- ◊ Placer le point N de coordonnées $(J_d - J_{cc}, V_{sd})$ avec J_{cc} pour $I_{scc} = I_{sd}$;
- ◊ Tracer la parallèle en N à la caractéristique à vide à l'origine : le point d'intersection entre cette droite et la caractéristique est le point M ;
- ◊ Abaisser la perpendiculaire en M à PN : soit H le point d'intersection ainsi obtenu
- ◊ Les valeurs de α et $\lambda\omega_s$ recherchées sont : $\alpha = \frac{PH}{I_{sd}}$ et $\lambda\omega_s = \frac{HM}{I_{sd}}$



II.4.5 Bilan des puissances et pertes

Bilan des puissances

- ◇ Puissance absorbée : $P_a = \Omega_s C_M = 2\pi N_s C_M$
 - Ω_s vitesse de synchronisme
 - C_M couple appliqué par l'arbre de transmission sur le rotor
- ◇ Puissance utile : puissance électrique fournie par le stator-induit à ses bornes $P_u = \sqrt{3}UI \cos \varphi$

Bilan des pertes

- ◇ Pertes par effet joule dans l'inducteur : $P_{jr} = U_r I_r = r_r I_r^2$
- ◇ Pertes par effet joule dans l'induit : $P_{js} = \frac{3}{2} r I_s^2$
- ◇ Pertes collectives $P_c =$ Les pertes fer + Les pertes mécaniques

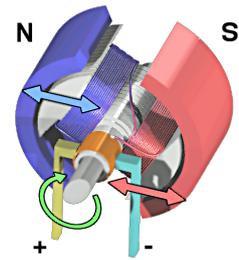
Rendement : $\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{UI\sqrt{3} \cos \varphi}{\Omega_s C_M + U_r I_r}$

II.5 Moteur à courant-continu (MCC)

II.5.1 Présentation

Définition II.5.1 (Machine à Courant Continu – MCC). **Machine à Courant Continu (MCC) = machine électrique tournante.**

Il s'agit d'un *dispositif électromécanique* de **conversion bidirectionnelle** d'énergie entre une installation électrique parcourue par un *courant continu* et un dispositif mécanique.



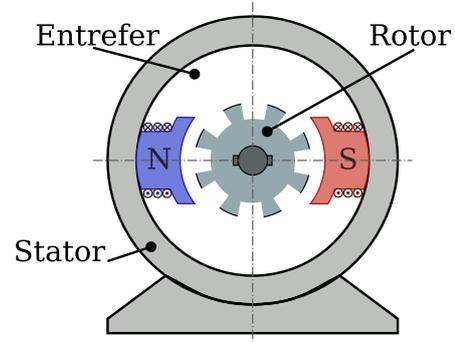
Fonctionnement en moteur : sous l'action des forces de Laplace sur les conducteurs du rotor , parcourus par un courant et placés dans un champ magnétique .

Fonctionnement en génératrice : apparition d'une f.é.m induite aux bornes de l'enroulement qui se déplace dans un champ magnétique inducteur

II.5.1.A Constitution

Circuit magnétique :

- ◇ Une partie fixe :
le **stator**
 - ◇ Une partie mobile :
le **rotor**
- ↔ Le stator et le rotor sont séparés par un entrefer

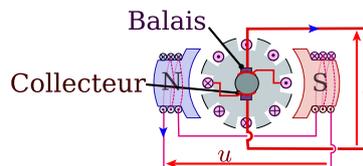


Circuit(s) électrique(s) :

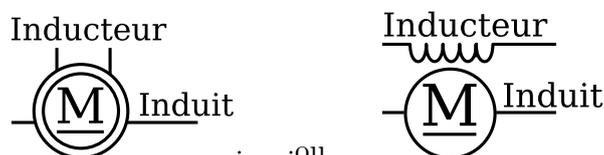
- ◇ **Circuit de l'inducteur :** constitué de bobinages en série enroulés autour des **noyaux polaires**, et alimenté en *continu*, il a pour rôle de créer le champ magnétique
- ◇ **Circuit de l'induit :** circuit obtenu par des conducteurs bobinés dans des encoches épousant la périphérie du cylindre rotorique.

Principe du collecteur

- ◇ Les extrémités d'une spire sont reliées électriquement à deux lames en cuivre : le **collecteur**
- ◇ Pour prélever la f.e.m. e sur la partie fixe, deux **balais** en graphite liés au stator *frottent* sur les lames.



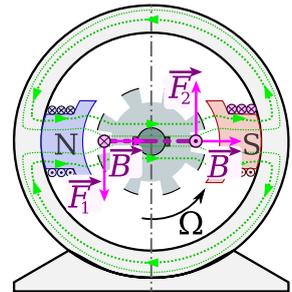
Symboles :



II.5.1.B Principes

Couple électromagnétique :

- ◊ L'induit est alimenté sous une **tension continue** U ;
 - ◊ Chaque conducteur de l'induit est alors parcouru par un **courant continu** I ;
 - ◊ Les conducteurs placés sous les pôles de l'inducteur sont alors soumis à une **force de Laplace** \vec{F} ;
 - ◊ Un couple moteur apparaît alors, entraînant l'induit en rotation.
- ↪ Le moment du couple résultant est fonction de l'intensité du courant I dans l'induit et de l'intensité du champ magnétique inducteur \vec{B} .



- ◊ Exemple pour une spire :

Les deux brins d'une spire placées dans le **champ magnétique** \vec{B} , subissent des **forces de Laplace** \vec{F}_1 et \vec{F}_2 formant un couple de force

II.5.2 Mise en équation et Modèles

II.5.2.A Grandeurs caractéristiques

Force Électromotrice induite

Une bobine en mouvement dans un champs magnétique voit apparaître à ses bornes une f.é.m. donnée par la **loi de Faraday**.

- ◊ L'induction magnétique B fixe la vitesse du rotor
- ◊ Vitesse du rotor : $v = \frac{D\Omega}{2}$
- ↪ Pour une vitesse angulaire : $\Omega = 2\pi N$
- ◊ f.é.m. induite par ce mouvement : $e_1 = vlB = \pi DlnB = 2pn\Phi$

↪ La machine à courant continu est le siège d'une f.é.m. e :

$$e = \frac{p}{2\pi a} n\Phi\Omega$$

p : le nombre de paires de pôles

a : le nombre de paires de voies d'enroulement

n : le nombre de conducteurs

Φ : flux maximum à travers les spires

Ω : vitesse de rotation

Paramètres de construction

Paramètre de fonctionnement interne

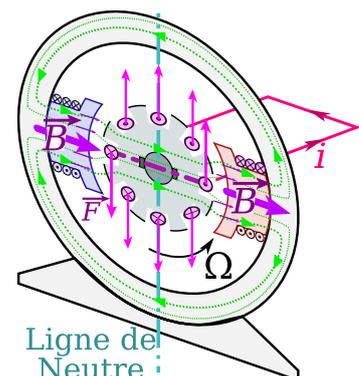
Paramètre de fonctionnement externe

◊ On exprime la f.é.m. de la MCC de manière plus condensée : $e = K_{em}\Omega$

- $K_{em} = \frac{p}{2\pi a} n\Phi$ le coefficient f.é.m de la MCC

Couple électromagnétique

- ◊ Dans l'induit, pour un enroulement constitué de $2a$ voies d'enroulement : $i = \frac{I}{2a}$
- ◊ Pour $2p$ pôles au stator
 - La surface d'un pôle est : $S = \frac{\pi D l}{2p}$
 - l la longueur axiale et D le diamètre de l'entrefer



↪ Pour l'ensemble des n conducteurs du rotor, le moment résultant total est le couple : $C_{em} = \frac{p n \Phi}{a 2\pi} I \Rightarrow C_{em} = K_{em} I$

Remarque II.6. K_{em} dépend de Φ le flux inducteur qui est soit constant pour un inducteur à aimants permanents, soit fonction du courant d'excitation inducteur bobiné

Puissance électromagnétique

- ◊ Si l'induit présente une f.é.m. e et s'il est parcouru par le courant total I , il reçoit une **puissance électromagnétique** $P_{em} = eI$
- ◊ D'après le principe de conservation de l'énergie cette puissance est égale à la puissance développée par le couple électromagnétique : $P_{em} = C_{em}\Omega = eI$

Réversibilité

- ◊ A flux Φ constant, e ne dépend que de Ω et I ne dépend que de C_{em}
- ◊ La f.é.m. de la MCC et l'intensité du courant I dans l'induit sont **deux grandeurs indépendantes**
- ◊ La MCC peut donc indifféremment fonctionner
 - en moteur
 - ou en génératrice

II.5.2.B Schéma électrique équivalent

Schéma électrique idéalisé

- ◊ r_e et r_i sont les résistances du stator et du rotor
- ◊ Au stator : $u_e = r_e i_e$ (loi d'ohm) et le champ statorique vaut $B_s = k_e i_e$
- ◊ Au rotor : $u_i = e + r_i i_i$

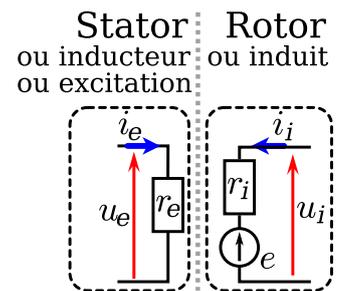
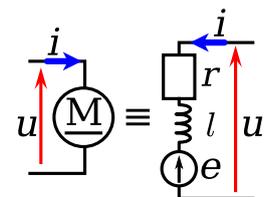


Schéma électrique équivalent de l'induit en régime dynamique

- ◊ r_i : résistance de l'enroulement ;
- ◊ l_i : inductance de l'enroulement ;
- ◊ e : f.é.m. induite dans l'enroulement



◊ Équation électrique

$$u = e + r i(t) + l \frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad \text{en régime permanent} \quad u = e + r I = k\Omega\Phi + r I$$

II.5.2.C Moteurs à courant continu

MCC → machine polyvalente

- ◊ *Problème* : nécessite une source d'alimentation continue

Deux modes d'excitation

- ◊ **Les machines à flux constant** Le flux est créé par un *aimant permanent* ou par un circuit inducteur alimenté par une tension continue U constante ;
- ◊ **Les machines à excitation série** L'inducteur et l'induit sont placés en série sous une tension unique U et parcourus par le **même courant** I

Moteur à flux constant

- ◊ Le flux Φ est considéré comme **constant**

↔ Les équations se simplifient :

$$\begin{aligned} E &= k\Phi\Omega = K_{em}\Omega \\ U &= K_{em}\Omega + r_i I \\ C_{em} &= k\Phi I = K_{em} I \end{aligned}$$

- ◊ Le moment du couple utile sur l'arbre :

$$C_u = C_{em} - C_p \approx k\Phi I = K_{em} I$$

- C_p : couple des pertes (différence entre le moment du couple utile et électromagnétique)

↔ Cette différence est due à l'existence **des pertes collectives** P_c :

$$P_c = \text{pertes fer } (P_{Fer}) + \text{pertes mécaniques } (P_{Meca})$$

- Les pertes fer P_{Fer} sont les *pertes magnétiques* dues à l'**hystérésis** et aux **courants de Foucault** au niveau du cylindre rotorique ferromagnétique
- Ces pertes, comme les pertes mécaniques, dépendent de la vitesse de rotation Ω

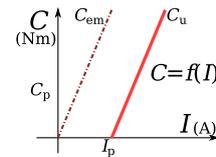
$$\text{Pertes collectives : } P_c = P_{Fer} + P_{Meca} = P_{em} - P_u = C_p \Omega$$

$$\text{Vitesse de rotation de la MCC : } \Omega = \frac{U}{K_{em}} - \frac{RI}{K_{em}}$$

$$C_u = C_{em} - C_p = K_{em} I - C_p,$$

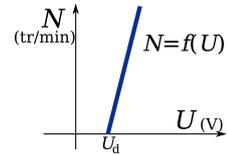
avec $C_p \approx \text{cste}$

Intensité du courant induit nécessaire pour vaincre le **couple de pertes** : I_p



Démarrage du moteur

- ◊ U_d : tension nécessaire à appliquer au démarrage pour un fonctionnement à couple constant ;
- ◊ I_d : courant de démarrage (A) ;
- ◊ C_d : couple de démarrage du moteur (N.m) ;



- ◊ U_n : tension d'alimentation **nominale** de l'induit ;
- ◊ I_n : courant nominal dans l'induit ;

$$\text{Au démarrage : } \Omega = 0 \Rightarrow e = 0 \text{ et } I_d = \frac{U_n - e}{r_i} = \frac{U_n}{r_i} \gg I_n$$

- ◊ Il faut *limiter* le courant de démarrage

Bilan des puissances

- ◊ Pertes par effet Joule inducteur : $P_{Je} = r_e i_e^2$
- ◊ Pertes par effet Joule induit : $P_{Ji} = r_i i_i^2$
- ◊ Pertes collectives $P_c = \text{pertes fer} + \text{pertes mécaniques} = C_p \Omega$

- ◊ Puissance électrique absorbée P_a

- Puissance absorbée par l'inducteur : $P_{ae} = u_e i_e = r_e i_e^2$
- Puissance absorbée par l'induit : $P_{ai} = u_i i_i$
- Puissance électrique totale absorbée : $P_a = P_{ae} + P_{ai} = u_i i_i + u_e i_e$

◊ Puissance électromagnétique : $P_{em} = e i_i = C_{em}\Omega$

◊ Puissance utile = puissance mécanique sur l'arbre $\rightarrow P_u = C_u\Omega$

Rendement :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{C_u\Omega}{u_i i_i + u_e i_e} = \frac{C_u\Omega}{C_u\Omega + \sum \text{pertes}}$$

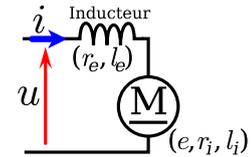
Moteur série

◊ Le stator est raccordé en série avec le rotor

↪ Le même courant traverse le rotor et le stator :

$$i_i = i_e = i,$$

et la tension d'alimentation $u = u_i + u_e$



◊ Equation électrique du moteur

$$u = e + (r_e + r_i)i(t) + (l_e + l_i)\frac{di}{dt} \quad \Rightarrow \quad \text{en régime permanent} \quad U = e + (r_e + r_i)I = k\Phi\Omega + (r_e + r_i)I$$

↪ Caractéristiques :

$$E = k\Phi\Omega = K_{em}\Omega$$

$$C_{em} = k\Phi I$$

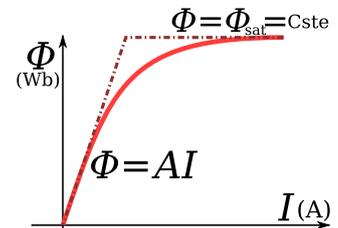
F.é.m : $e = k\Phi\Omega = K_{em}\Omega$

◊ Faible puissance : $\Phi = f(I) = AI$

$$\Rightarrow e = kAI\Omega = k_1I\Omega$$

◊ Puissance élevée : $\Phi \rightarrow \Phi_{sat}$

$$\Rightarrow e = k\Phi_{sat}\Omega = k_2I\Omega$$



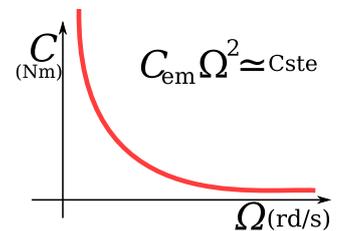
Couple $C_{em} = K_{em}I$

◊ Faible puissance : $\Phi = f(I) = AI$

$$\Rightarrow C_{em} = kAII = k_1I^2$$

◊ Puissance élevée : $\Phi \rightarrow \Phi_{sat}$

$$\Rightarrow C_{em} = k\Phi_{sat}I = k_2I$$



L'intérêt essentiel du moteur série est sa caractéristique **couple/vitesse** :

◊ Fonctionnement sous tension nominale U , et si on néglige les différentes pertes :

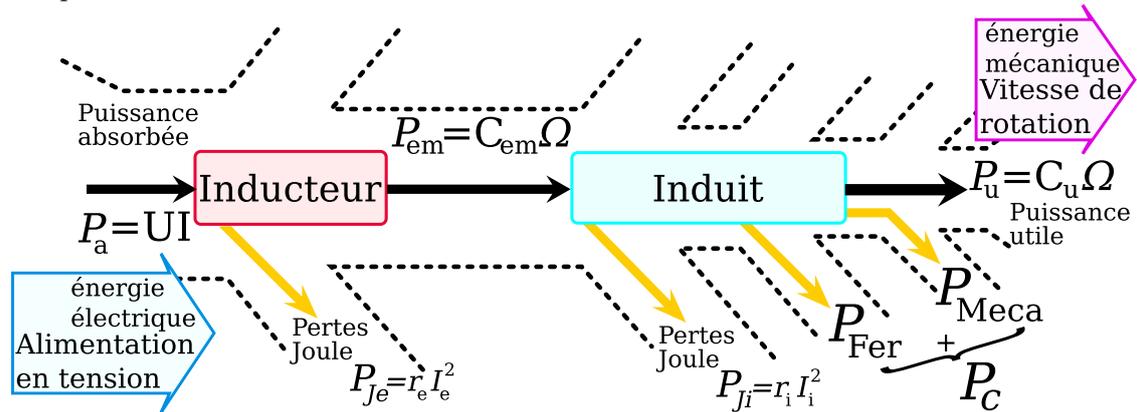
$$\bullet e = U ; I = \frac{U}{k\Omega} \text{ et } C_u = kI^2 = \frac{U^2}{k\Omega}$$

$$\Rightarrow C_{em}\Omega^2 \simeq Cste$$

Il y a «*auto-adaptation*» du point de fonctionnement selon la charge qui en fait le moteur de traction idéal sans nécessiter de convertisseur de puissance.

II.5.2.D Bilan des puissances en moteurs

Bilan des puissances en moteurs



- ◇ P_a : puissance électrique absorbée ;
- ◇ $P_{em} = C_{em}\Omega$: puissance électromagnétique ;
- ◇ $P_u = C_u\Omega$: puissance utile ;
- ◇ $P_{Je} = r_e i_e^2$: pertes par effet Joule inducteur ;
- ◇ $P_{Ji} = r_i i_i^2$: pertes par effet Joule ;
- ◇ P_{Fer} : pertes ferrimagnétiques ;
- ◇ P_{Meca} : pertes mécaniques ;

- ◇ e : f.é.m ;
- ◇ i_e : courant inducteur ;
- ◇ r_e : la résistance de l'inducteur ;
- ◇ i_i : le courant induit ;
- ◇ r_i : résistance de l'induit ;
- ◇ C_{em} : couple électromagnétique ;
- ◇ C_u : couple utile ;
- ◇ Ω : vitesse de rotation ;

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] L. Lasne, *Exercices et problèmes d'électrotechnique: Notions de base, réseaux et machines électriques*, Dunod, 2011
- [2] M. Marty, D Dixneuf, D.G. Gilabert, *Principe d'électrotechnique*, Dunod, 2011
- [3] Warne, D.F. and Mayé, P. *Génie électrotechnique*. Dunod, Technique et ingénierie. Série EEA, 2007.
- [4] Séguier, G. and Notelet, F. *Électrotechnique industrielle*. Tec & Doc Lavoisier, 2006.
- [5] D. Bareille, J.P. Daunis, *Électrotechnique: Transformateurs et machines tournantes*, Dunod, 2006
- [6] Wildi, T. and Sybille, G. *Électrotechnique*. De Boeck Université, 2000.

Autres ouvrages

- [7] Jean-Marie PARISI. *Électrocinétique, électronique, 2^{ème} période: MPSI PCSI PTSI: rappels de cours, méthodes, exercices corrigés*. Lavoisier, 2004.
- [8] R. Noel, J.M. Brébec, P. Denève, T. Desmarais, M. Ménétrier, B. Noël, and C. Orsini. *Électronique/Électrocinétique 1^{ère} année MPSI-PCSI-PTSI*. Hachette, 2003.
- [9] J.J. Rousseau. *Introduction à l'électronique: cours et exercices corrigés*. Universités électronique. Ellipses, 1999.
- [10] J. Auvray. *Électronique des signaux analogiques*. Dunod université. Dunod, 1993.