Compétence(s) :
Modéliser,
Modéliser un circuit électrique par les lois de l'électrocinétique,
Utiliser les modèles élémentaires pour modéliser les sources réelles,
Choisir le modèle de source approprié aux conditions de variation des grandeurs physiques.
Résoudre,
Choisir une méthode de résolution pour déterminer des grandeurs électriques,
Déterminer les grandeurs choisies..

1. Introduction

Une chaîne d'action d'un système mécanique vise à transformer une énergie disponible pour créer un mouvement ou un effort. Selon l'énergie disponible, les solutions techniques différent.
Les sources d'énergie sont classiquement électrique, pneumatique, hydraulique ou chimique.
L'électrocinétique est l'étude de la circulation de courants électriques dans des circuits assez simples composés de générateur, résistance, bobine, condensateur, moteur etc..
L'objectif sera de déterminer les **courants électriques** qui parcourent les fils de connexion ainsi que les **tensions** entre deux points quelconques du circuit.

Afin d'atteindre cet objectif, nous disposons d'un ensemble d'outils, mais tous ne sont pas toujours utilisables. Certains théorèmes ou lois ne s'appliquent qu'à des montages particuliers.

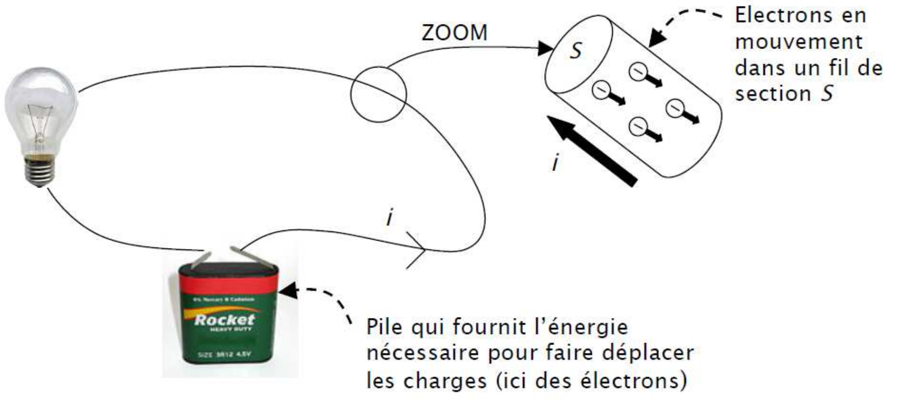
2. Charge électrique – Courant électrique

La charge électrique (ou simplement charge) est la grandeur de base dans l'étude des circuits électriques.
La charge électrique est une propriété fondamentale des particules élémentaires qui constituent la matière. Elle s'exprime en Coulomb (C) ou en Ampère par seconde ($A.s^{-1}$)

Un électron possède un charge élémentaire notée $-q$ qui vaut $-1{,}6\ 10^{-19}$ C.
Une charge de 1 C est une charge « importante » puisqu'il faut $6{,}24\ 10^{18}$ électrons pour produire cette charge.

Loi de conservation de la charge : Aucune charge électrique ne peut être créée ou détruite mais seulement transférée d'un point à un autre.

Le courant électrique résulte du **mouvement d'ensemble ordonné de charges électriques**. Dans les fils électriques métalliques, les porteurs de charge sont les électrons (seul cas que l'on va considérer ici).
Considérons le circuit élémentaire suivant :



Par convention, le sens du courant est le sens de déplacement des charges positives.
Le courant électrique i est le taux de variation de la charge, mesuré en Ampères (A), c'est-à-dire le nombre de charges élémentaires dq qui traversent la section S du fil conducteur pendant l'intervalle élémentaire de temps dt.

D'un point de vue mathématique, on écrira : $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$ avec i(t) intensité exprimé en Ampère ou en $Q.s^{-1}$.

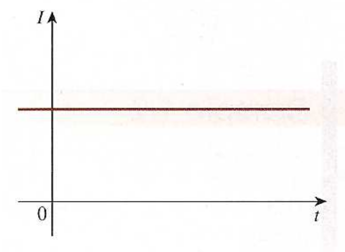
La **charge totale** qui traverse la section S entre les instants t_0 et t est obtenue par intégration de cette relation :

$$Q = \int_{t_0}^{t} i(t)dt$$

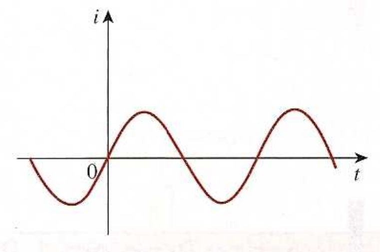
<u>Attention</u> : il faut noter que la convention consiste à prendre l'intensité dans le sens contraire de l'écoulement des charges négatives (donc des électrons dans notre cas) ce qui revient à dire que l'intensité est orientée dans le même sens que l'écoulement des charges positives.

Par la suite, nous allons rencontrer essentiellement deux types de courant

Les courants continus (noté DC pour « Direct Current » en anglais). i(t) est noté I car constant au cours du temps.
Les courants alternatifs dits aussi sinusoïdaux (noté AC pour « Alternating Current » en anglais). i(t) varie de façon sinusoïdale avec le temps (voir figure b).



(a)

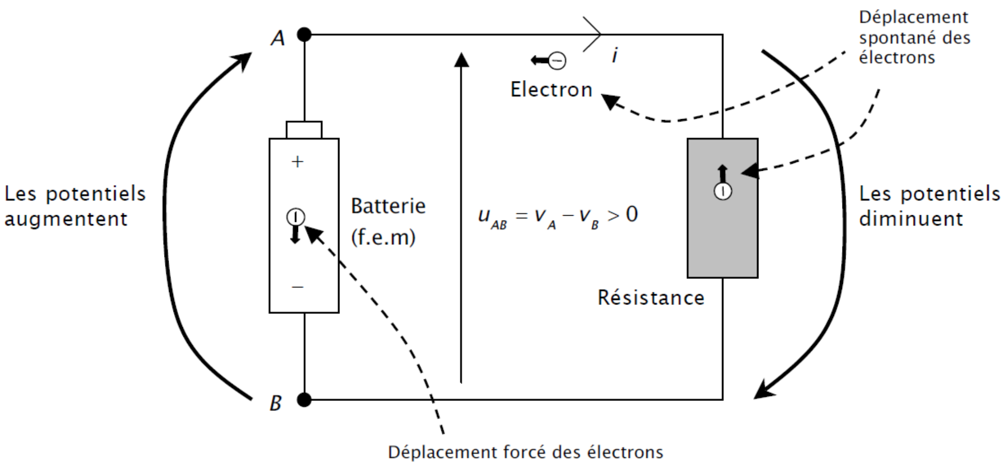


(b)

En régime continu, le principe de conservation de la charge implique que l'intensité d'un courant est la même à travers toute section d'un conducteur ne comportant pas de bifurcation.

3. Tension - Potentiel

Pour créer un mouvement ordonné des électrons dans un conducteur (création d'un courant), il faut de l'énergie. Cette énergie est fournie par une source externe que l'on appelle **force électromotrice** (notée en général f.e.m) telle qu'une batterie, un générateur .
Cette f.e.m produit une **différence de potentiel** ou **tension** entre deux points d'un circuit.



La différence de potentiels V_A-V_B (exprimée en volt, symbole V) entre les points A et B, que l'on appelle la tension U_{AB} , représente **l'énergie nécessaire pour faire bouger une charge de 1 C** entre les points A et B.
On retiendra que l'on parle de la tension aux bornes d'un dipôle et de l'intensité traversant ce dipôle.

4. Dipôles passifs

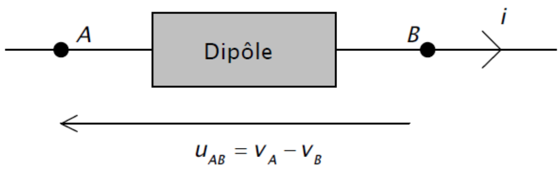
Dans un circuit électrique (on dit aussi **un réseau**), nous allons connecter entre eux différents éléments nommés **dipôles** car ils ont **deux bornes**, une borne d'entrée et une borne de sortie.
Pour caractériser un dipôle, il nous suffira de connaître la relation entre la tension U à ses bornes et l'intensité I qui le traverse, c'est-à-dire U = f (I).
Dans ce cours, nous nous limiterons aux dipôles suivants :

- Les **résistances**, symboles R .
- Les **condensateurs**, symbole C .
- Les **inductances** (ou plus simplement bobines), symbole L .

Tous ces dipôles sont dits **passifs** car ils ne nécessitent pas d'alimentation extérieure.
Une fois le sens du courant choisi (par exemple de A vers B), il existe deux possibilités de définir la tension U aux bornes du dipôle.

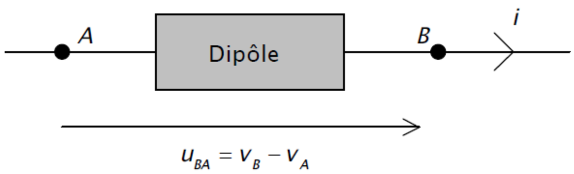
Convention récepteur

Les flèches pour la tension et le courant sont en sens opposé, on dit qu'on adopte la convention récepteur.



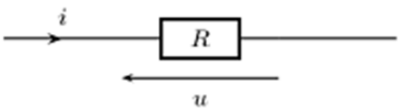
Convention générateur

Les flèches pour la tension et le courant sont de même sens, on dit qu'on adopte la convention générateur.



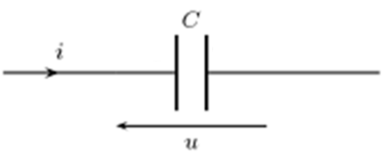
Pour la représentation ci-dessous, la convention récepteur a été retenue.

Résistance



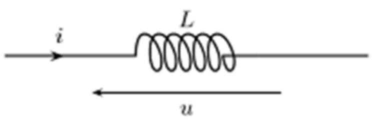
$u = R.i$ (loi d'Ohms)

Condensateur



$i = C\dfrac{du}{dt}$ ou $u = \dfrac{1}{C}\int i.dt$

Inductance



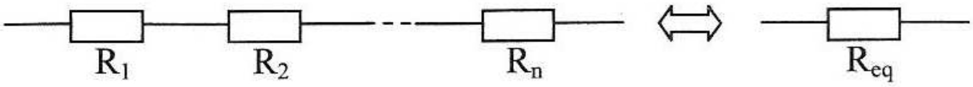
$u = L\dfrac{di}{dt}$

5. Association de résistances

On propose de déterminer la résistance équivalente R_{eq} dans le cas :

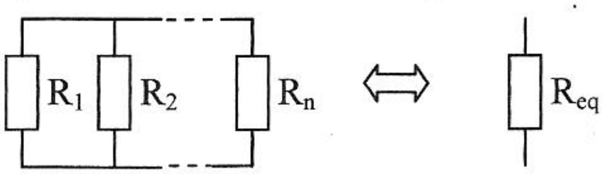
- D'une association de résistances en série,
- D'une association de résistances en parallèle.

Lorsque plusieurs résistances sont associées en série, la résistance équivalente vaut la somme des résistances.



$$R_{eq} = \sum R_i$$

Lorsque plusieurs résistances sont associées en parallèle, ce sont les conductances G_i ($\frac{1}{R_i}$) qui s'ajoutent.



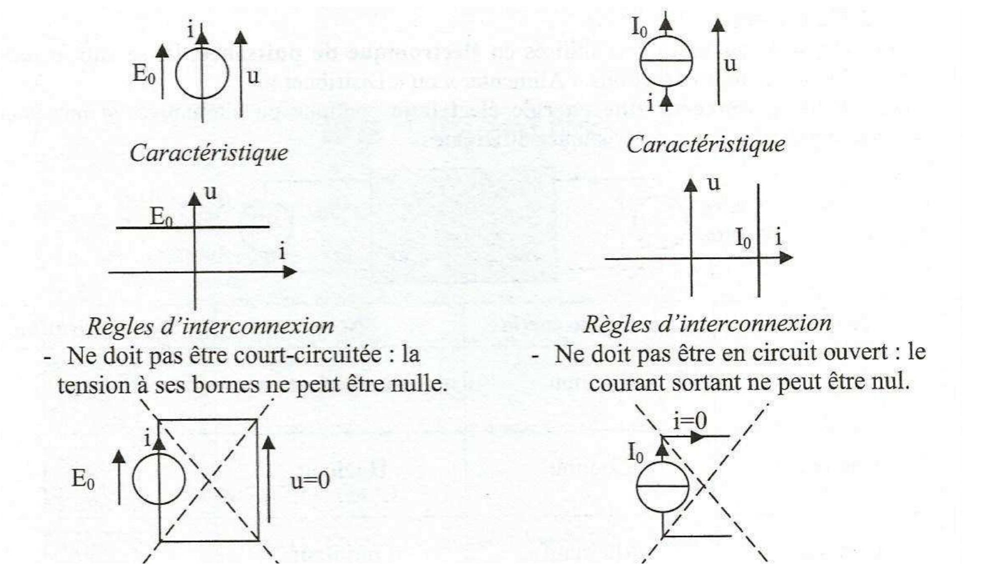
En écrivant $G_{eq} = \sum G_i$ on en déduit : $$R_{eq} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_i}}$$

Dans le cas particulier de 2 résistances R_1 et R_2 en parallèle, on pourra écrire : $$R_{eq} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$$

6. Sources idéales de tension et de courant

Une source idéale de tension (voir ci-dessous) est un dipôle capable d'imposer une tension à ses bornes indépendante de l'intensité débitée. E_0 est appelée force électromotrice (fem) de la source.
Une source idéale de courant (voir ci-dessous) est un dipôle délivrant un courant indépendant de la tension à ses bornes. I_0 est appelé courant électromoteur (cem) de la source.

Source de tension idéale | **Source de courant idéale**



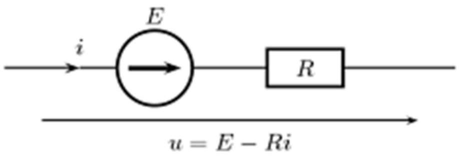
7. Sources réelles – Modèles équivalents de Thévenin et de Norton

Dans la réalité, lorsque le courant débité est non nul, on observe une chute de tension par rapport à la fem que l'on pourra modéliser en introduisant une résistance interne au générateur (source).

7.1. Source réelle de tension – Modèle de thévenin

Ce modèle permet de rendre compte du modèle réel à partir de dipôles parfaits.
On modélise une source de tension réelle par l'association en série d'une source idéale de tension et d'une résistance.
L'équation du générateur de tension est : **$u = E - Ri$**

Avec **E** fem et **R** résistance interne du générateur.
La source de tension ne sera jamais en court-circuit.

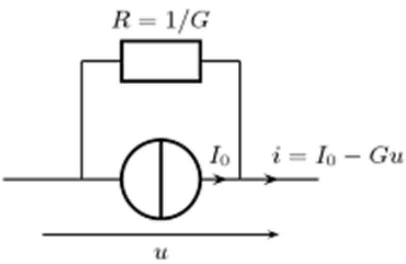


Remarque : la fem **E** apparaît comme étant la ***tension à vide*** de la source, c'est-à-dire la tension à ses bornes lorsque le courant débité est nul.

7.2. Source réelle de courant – Modèle de Norton

Comme pour le modèle de Thévenin, ce modèle permet de rendre compte du modèle réel à partir de dipôles parfaits.
On modélise une source de tension réelle par l'association en parallèle d'une source idéale de tension et d'une résistance.
L'équation du générateur de courant est : **$i = I_0 - 1/R.u$** ou encore **$i = I_0 - G.u$** avec $G = 1/R$

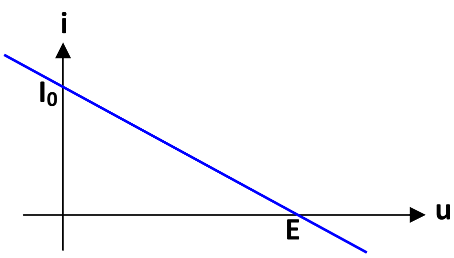
Avec **I_0** cem et **R** résistance interne du générateur.
La source de courant ne sera jamais en circuit ouvert.



Remarque : le courant électromoteur **I_0** apparaît comme étant la ***courant de court-circuit*** de la source, c'est-à-dire le courant débité lorsque la tension à ses bornes est nulle.

7.3. Changement de modèle

La caractéristique d'un générateur linéaire est donnée par la droite ci-dessous.



Il en résulte que **i** et **u** sont liés par les relations **$u = E - Ri$** et **$i = I_0 - Gu$** soit encore **$E = RI_0$**

On en déduit la pente de la caractéristique du générateur = $-\frac{I_0}{E} = -\frac{1}{R}$

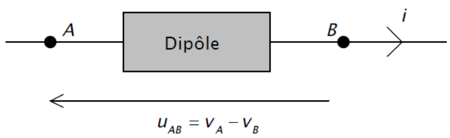
Les modèles de Thévenin et Norton étant équivalents, ces propriétés permettent de passer d'un modèle à un autre.

8. Puissance reçue par un dipôle

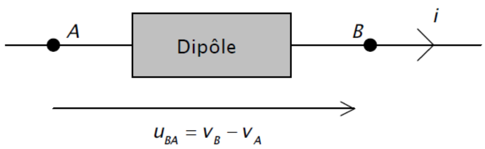
On admettra par définition que la puissance reçue par un dipôle est donnée par l'expression : $P_{reçue} = U_{AB} \cdot I_{AB}$
Avec $P_{reçue}$ exprimée en watt (W)

Si $P_{reçue} > 0$, le dipôle absorbe de l'énergie, il a un comportement récepteur.
Si $P_{reçue} < 0$, le dipôle cède de l'énergie, il a un comportement générateur.

Dans l'exemple ci-dessous, on pose U_{AB} = 12 V et I = 2 A, on obtient ainsi $P_{reçue}$ = 24 W. Le dipôle est récepteur.



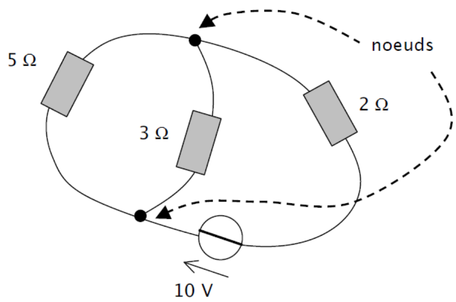
Dans le 2ème exemple, on pose U_{BA} = 24 V et I = 2 A, on en déduit que U_{AB} = -24 V. On obtient ainsi $P_{reçue}$ = -48 W. Le dipôle est générateur.

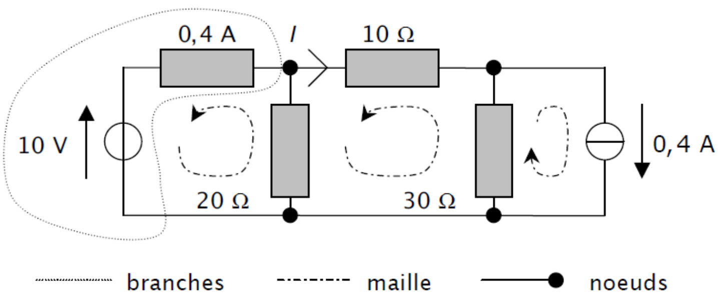


9. Lois de Kirchhoff

9.1. Vocabulaire de l'électrocinétique :

Noeud : point de jonction entre au moins 3 fils de connexion.
Branche : ensemble de dipôles montés en série entre 2 nœuds consécutifs.
Maille : ensemble de branches formant 1 boucle fermée (contour fermé) qui ne passe qu'une fois par un nœud donné.





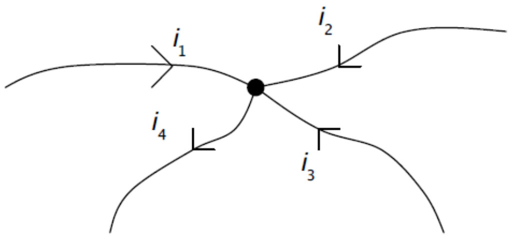
9.2. Loi des nœuds ou première loi de Kirchhoff :

Cette loi relative aux courants repose physiquement sur la conservation de la charge électrique.

La somme des courants entrant dans un nœud est égale à la somme des courants quittant ce nœud.

Traduction mathématique : $\sum \varepsilon_n . I_n = 0$ avec $\varepsilon_n = 1$ si I_n arrive au nœud et $\varepsilon_n = -1$ si I_n part du nœud.

Dans l'exemple ci-dessous, $I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$



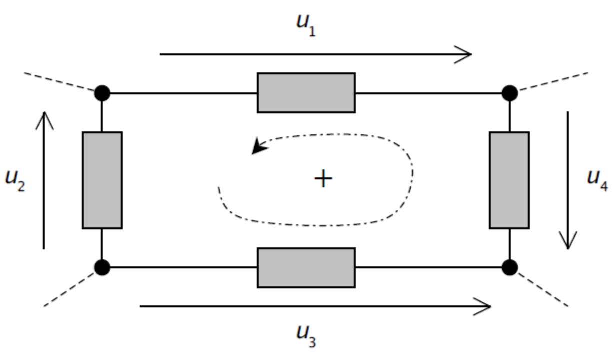
9.3. Loi des mailles ou deuxième loi de Kirchhoff :

Cette loi relative aux tensions repose physiquement sur l'additivité des tensions c'est-à-dire la conservation de l'énergie.

La somme algébrique des tensions le long d'un chemin fermé (une maille) est égale à 0.

Traduction mathématique : $\sum \varepsilon_n . U_n = 0$ avec $\varepsilon_n = 1$ si U_n dans le sens de la maille et $\varepsilon_n = -1$ si U_n en sens opposé.

Dans l'exemple ci-dessous, $-U_1 - U_2 + U_3 - U_4 = 0$



9.4. Méthode d'utilisation des lois de Kirchhoff

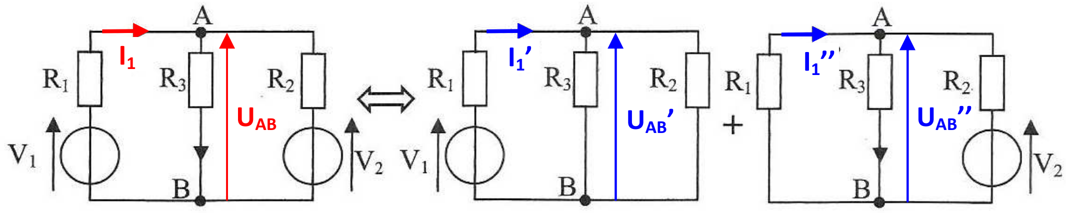
1. Orienter arbitrairement les mailles.
2. Nommer les tensions et les différentes intensités en tenant compte directement de la loi des noeuds et en commençant par les inconnues.
3. Dénombrer les intensités inconnues et écrire autant de lois des mailles que d'inconnues.
4. Remplacer les tensions de chaque maille par leurs expressions en fonctions des données du problème.
5. Résoudre le système d'équations.

Remarque :
Les lois de Kirchhoff constituent une technique lourde à utiliser avec parcimonie car on peut s'encombrer du calcul d'intensités et de tensions pas toujours nécessaires.

10. Théorème de superposition

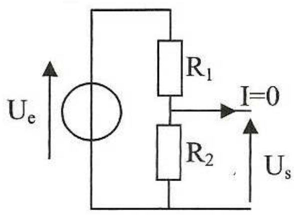
Le théorème de superposition permet de trouver un courant ou une tension en partant du principe qu'une tension est égale à la somme de ces tensions ou courants pour chaque source indépendante prise séparément, les autres sources étant « passivées ».
Pour passiver une source de tension, on la remplace par un court-circuit.
Pour passiver une source de courant, on ouvre le circuit.

Dans l'exemple de la page suivante, on cherche à déterminer $\mathbf{U_{AB}}$, pour celà on détermine dans un 1er temps $\mathbf{U_{AB}'}$ en passivant V_2, puis on détermine $\mathbf{U_{AB}''}$ en passivant V_1. On obtient ensuite $\mathbf{U_{AB} = U_{AB}' + U_{AB}''}$.
Par la même méthode, on aurait pu déterminer $\mathbf{I_1}$ en posant $\mathbf{I_1 = I_1' + I_1''}$



11. Pont diviseur de tensions

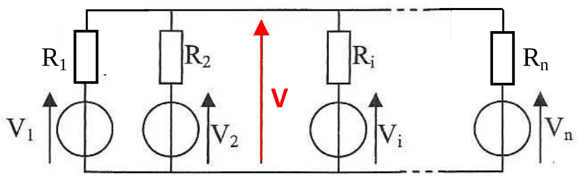
C'est un montage relativement fréquent dont le résultat est à connaître.
Cette méthode s'applique pour le montage particulier de deux résistances montées en série.
Attention, cette relation ne fonctionne que si le courant circulant dans les deux résistances est sensiblement le même.



$$U_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times U_e$$

12. Théorème de Millman

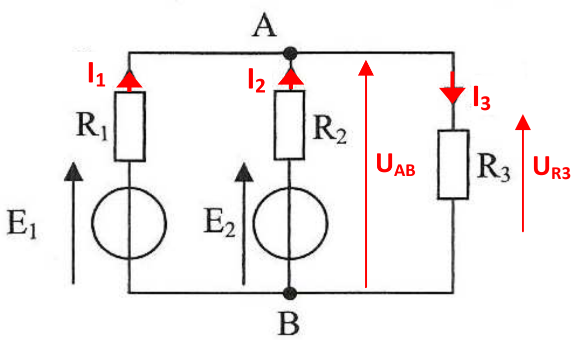
Lorsque l'on traite plusieurs montages de type Thévenin (voir 7.1. en page 5) reliés en parallèle, il est préférable pour calculer la tension équivalente d'utiliser le théorème de Millman par rapport à l'utilisation des lois de Kirchhoff ou encore au théorème de superposition.



$$V = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \cdots + \frac{V_i}{R_i} + \cdots \frac{V_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_i} + \cdots \frac{1}{R_n}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}}$$

13. Méthodologie de résolution d'un circuit électrique - Etude de cas

Le chapitre qui suit à pour but de mettre en place une ou plusieurs méthodes de résolution d'un circuit électrique à partir des différents modèles disponibles.
Pour illustrer les différentes méthodes, on propose le circuit électrique ci-dessous.



Les grandeurs connues sont :

- Les valeurs des deux générateurs de tension $\mathbf{E_1}$ et $\mathbf{E_2}$,
- Les valeurs des trois résistances $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ et $\mathbf{R_3}$.

Les grandeurs à déterminer sont :

- La tension U_{AB} avec $U_{AB} = U_{R3}$,
- Les courants I_1, I_2 et I_3.

13.1. Résolution par les lois de Kirchhoff

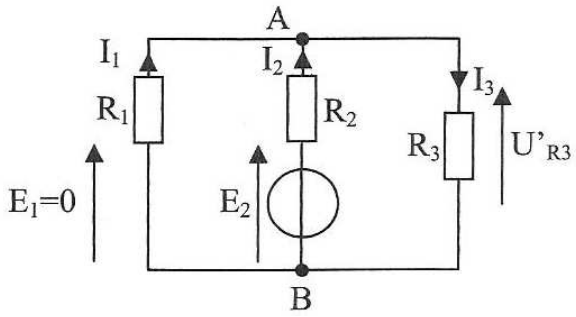
Le montage comporte deux nœuds A et B qui donnent la même relation : $I_1 + I_2 - I_3 = 0$
Une première maille donne : $E_1 - U_{R1} + U_{R2} - E_2 = 0$
Une deuxième maille donne : $E_2 - U_{R2} - U_{R3} = 0$

On obtient bien un système de trois équations pour les trois inconnues I_1, I_2 et I_3.
La résolution de la quatrième inconnue U_{R3} étant réalisée par la loi d'Ohms en posant $U_{R3} = R_3 I_3$.

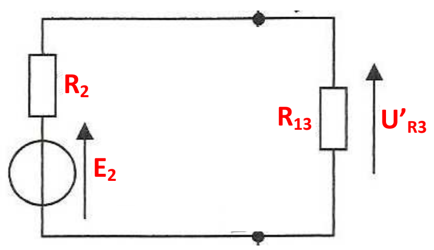
13.2. Résolution avec le théorème de superposition

La résolution d'un circuit par le théorème de superposition nécessite de dessiner autant de schémas intermédiaires (avec une seule source non passivée) qu'il y a de sources dans le circuit de départ.
Dans le circuit proposé, on dénombre deux sources qui nous conduisent à deux schémas.

Dans le premier schéma ci-dessous, la source E_1 est passive ($E_1 = 0$).

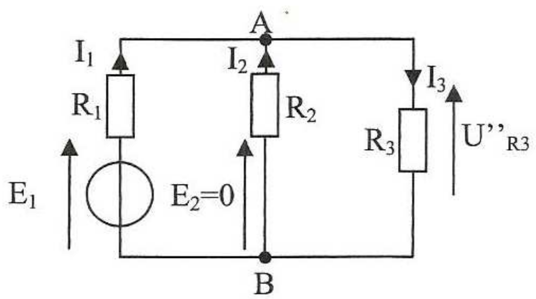


La recherche de la résistance R_{13} équivalente aux deux résistances R_1 et R_3 en parallèle donne $R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$.



A partir du schéma ci-dessus, le principe de pont diviseur de tension donne $U'_{R3} = \frac{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2} E_2$

Dans le deuxième schéma ci-dessous, la source E_2 est passive ($E_2 = 0$).

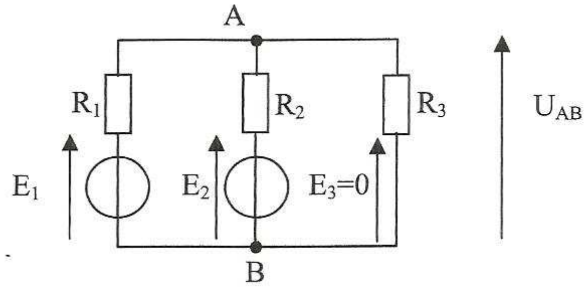


En utilisant la démarche identique au premier schéma, on obtient $U''_{R3} = \dfrac{\dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{\dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1} E_1$

Le théorème de superposition permet alors d'écrire **$U_{R3} = U'_{R3} + U''_{R3}$**

13.3. Résolution avec le théorème de Millman

Sur le circuit proposé, on relève au nœud A trois branches parallèles.
Les deux premières branches sont bien équivalentes à des modèles de Thévenin.
Pour la troisième branche, on considèrera un modèle de Thèvenin avec **$E_3 = 0$**

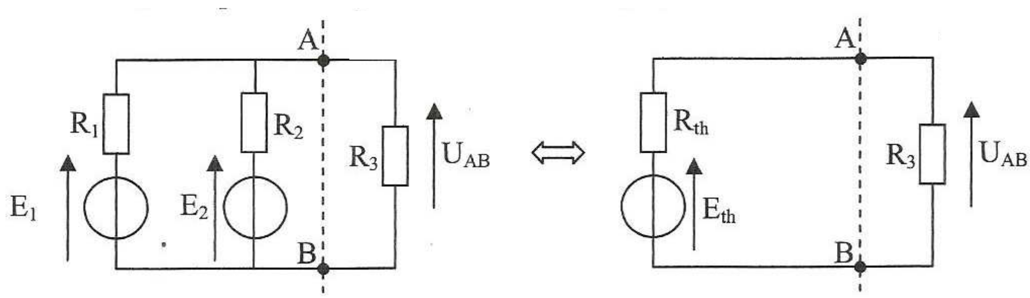


L'application du théorème de Millman donne : $U_{AB} = \dfrac{\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2} + \dfrac{0}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}$

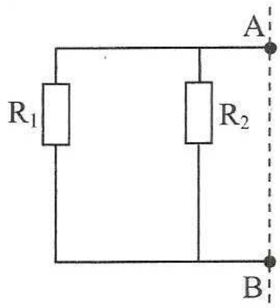
A partir de la connaissance de **U_{AB}** la loi d'Ohms (**$U_{AB} = R_3 I_3$**) permet de trouver **I_3,**
A partir de la connaissance de **U_{AB}** le modèle de Thévenin (**$U_{AB} = E_1 - R_1 I_1$**) permet de trouver **I_1** puis **I_2**.

13.4. Modèle équivalent de Thèvenin ou Norton

La détermination d'un modèle équivalent de Thévenin ou de Norton permet de modéliser une partie d'un circuit dans un souci de simplification.
Dans le circuit étudié, on souhaite déterminer un modèle équivalent de Thévenin suivant la modélisation ci-dessous.

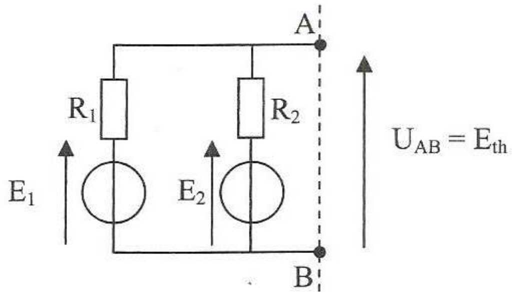


On passive les sources **E_1** et **E_2** pour obtenir la résistance équivalente **R_{th}**.



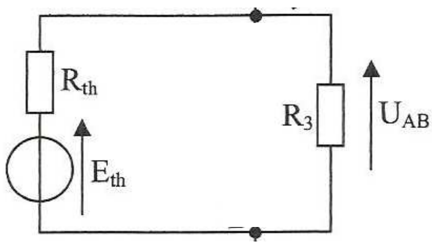
L'association de deux résistances en parallèle donne : $R_{th} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$

On calcule **U_{AB}** à vide (en ouvrant le circuit) pour obtenir la fem équivalente **E_{th}**.



L'application du théorème de Millman donne : $E_{th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

Connaissant maintenant **E_{th}** et **R_{th}**, le calcul de **U_{AB}** en circuit fermé est obtenu en appliquant simplement le principe du pont diviseur de tension sur le circuit ci-dessous.



On obtient $U_{AB} = \frac{R_3}{R_{th} + R_3}.E_{th}$

8. Ordres de grandeurs électriques

Pour les tensions électriques les valeurs s'étendent du µV (10^{-6} V) au mégavolt (10^6 volts).
Les lignes à très hautes tensions peuvent atteindre jusqu'à 5.10^5 V.
Les cartes électroniques sont alimentées par quelques volts.
Le réseau EDF délivre une tension de 220 V.

En ce qui concerne les courants, les intensités peuvent varier du picoampère pour atteindre dans l'industrie des grandeurs proches de 10^5 A.

Dans un réseau domestique, un four électrique est traversé par un courant de l'ordre de 30 A, soit une puissance reçue de plus de 6 kW.