



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran « Mohamed Boudiaf »

Faculté de Génie Electrique

Département d'Electronique

THESE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE DOCTORAT D'ETAT

Spécialité : Electronique
Option : Traitement de Signal

Présentée par :

Mr. BOUDGHENE STAMBOULI Tarik

SUJET DE THESE

Utilisation de l'Analyse Multirésolution pour la
Caractérisation des Images Texturées

Soutenue le 14 Mai 2012 devant le jury composé de :

Mr. BELBACHIR Ahmed Hafid	Professeur	USTO MB	Président
Mr. OUAMRI Abdelaziz	Professeur	USTO MB	Rapporteur
Mr. TERBECHE Mekki	Professeur	Univ-Oran	Examineur
Mr. OULD MAMMAR Madani	Maître de Conférences (A)	Univ-Mosta	Examineur
Mr. BOUTIOUTA Seddik	Maître de Conférences (A)	I.N.T.T.I.C. Oran	Examineur

Table des Matières

<i>Introduction Générale</i>	5
<i>Chapitre I. Etat de l'art sur la notion de texture</i>	8
I Introduction	9
II Domaines d'Application de l'Analyse de Texture	9
III Définitions	10
IV Caractérisation des Textures	11
IV - 1 Macrotexture	11
IV - 2 Microtexture.....	12
V Différentes Approches de la Texture	12
V - 1 L'Approche Structurale.....	13
V - 2 L'Approche Statistique.....	13
V - 3 L'Approche Spectrale	17
VI Conclusion	20
VII Bibliographie	21
<i>Chapitre II. Outils de décomposition</i>	23
I Introduction	24
II Stationnarité des signaux	24
III Analyse des signaux	25
III - 1 Transformée de Fourier	25
III - 2 Transformée de Fourier à court terme	25
III - 3 Transformée de Gabor.....	27
III - 4 Transformée en Ondelettes.....	29
III - 5 Conclusion.....	46
IV Décomposition des images	47
IV - 1 Les deux principales approches	47
IV - 2 Transformée en Ondelettes Séparable (TOS)	47
IV - 3 Décompositions non séparables	48
IV - 4 Conclusion	56
V Conclusion du chapitre	56

Table des Matières

VI	Bibliographie	57
Chapitre III. Méthodes de Classification		60
I	Introduction	61
II	Différents Types de Classification	61
II - 1	Classification Automatique	62
II - 2	Classification Linéaire	63
II - 3	Classification Discriminante (Classification Bayésienne).....	65
III	Les Techniques de Classification	70
III - 1	Classification Supervisée	70
III - 2	Classification Non Supervisée	72
IV	Classification des Images	73
IV - 1	Ensemble de Pixels	73
IV - 2	Champs de Markov	74
IV - 3	Décompositions Multi résolution.....	76
IV - 4	Réseaux de Neurones	78
V	Performances	84
V - 1	Essais de Classification	84
V - 2	Taux d'erreurs	84
V - 3	Efficacité de Recouvrement (Retrieval Efficiency)	84
V - 4	Matrice de confusion	85
VI	Conclusion	86
VII	Bibliographie	87
Chapitre IV. Classification d'images de l'album de Brodatz		88
I	Introduction	89
II	Décomposition MultiResolution des Images	89
II - 1	Trois niveaux de résolution	89
II - 2	Décomposition par TOS	89
II - 3	Décomposition par TONS	90
II - 4	Décomposition par TG	90
II - 5	Programmes mis en œuvre	90
II - 6	Conclusion	91

Table des Matières

III	Essais de Classification avec et sans altération	91
III - 1	But de l'expérience.....	91
III - 2	Constitution de Classes d'Images et altération	91
III - 3	Décomposition et extraction d'attributs	92
III - 4	Outils de Classification	93
III - 5	Simulations et résultats.....	93
III - 6	Programmes mis en œuvre	95
III - 7	Conclusion.....	95
IV	Taux d'erreur et Courbes de Retrieval (NFL et influence du Kurtosis et Skewness)	96
IV - 1	But de l'expérience	96
IV - 2	Constitution de Classes d'Images	96
IV - 3	Décomposition, extraction d'attributs et classification.....	96
IV - 4	Résultats	97
IV - 5	Programmes mis en œuvre.....	99
IV - 6	Conclusion	99
V	Taux d'erreur et Courbes de Retrieval (NFL vs Bayes)	99
V - 1	But de l'expérience.....	99
V - 2	Performances	99
V - 3	Programmes mis en œuvre	101
V - 4	Conclusion.....	101
VI	Bibliographie	102
	Conclusion Générale et Perspectives.....	104
	Annexe I : Programmes de Conception des filtres.....	107
	Descriptifs des Programmes	108
	Aides des programmes principaux.....	109
	Atroufilter	109
	Bezout.....	109
	Daubfilt.....	109
	Biofilt	109
	Specfact	110
	Scale.....	110
	Wavelt.....	110

Table des Matières

<i>Annexe II: Album de Brodatz (Extrait).....</i>	<i>111</i>
<i>Annexe III : Programmes de Démonstration.....</i>	<i>113</i>
<i>Annexe IV : Programmes de Calcul de vecteur d'attribut.....</i>	<i>115</i>

Introduction Générale

Introduction Générale

Dans de nombreux domaines, l'image numérisée remplace les images analogiques. La numérisation rend possible le traitement et l'Analyse par l'Ordinateur qui permet ainsi de les compresser, en vue d'un archivage ou d'une transmission, ou, ce qui est l'objet de cette Thèse, de les caractériser pour des opérations de diagnostic ou de sélection.

La texture est, un des éléments les plus discriminants pour caractériser des tissus. La notion de texture est, cependant, difficile à définir clairement. Ainsi, différentes approches sont possibles pour tenter d'en donner une mesure permettant de les caractériser. La diversité des types de texture est telle qu'il n'existe pas de méthode d'analyse efficace s'appliquant à tous les cas.

Parmi les outils d'analyse, celui qui paraît le plus prometteur est la Décomposition Multi-Résolution qui permet d'obtenir des sous images qui font souvent apparaître des éléments "pertinents" difficilement décelables voire invisibles sur l'image originale. Il s'agit de méthodes temps-fréquence particulièrement adaptées aux textures aléatoires le plus souvent caractérisées par une non stationnarité. Le compromis entre les localisations en temps et en fréquences permet de traiter ainsi des régions quasi stationnaires, ce qui améliore la lisibilité de l'analyse.

Les éléments pertinents peuvent être quantifiés par des attributs qui permettent ainsi une caractérisation des images. L'« aptitude » de caractérisation dépend en grande partie de la décomposition choisie et aussi de la validité de l'estimation des attributs.

La caractérisation peut, alors, servir de base à une opération de classification qui peut être menée par des mesures de distances éventuellement optimisées par des Réseaux de Neurones ou encore directement en présentant les attributs obtenus à des Réseaux de Neurones entraînés avec des échantillons représentatifs de situations bien déterminées.

Cette Thèse est consacrée, dans sa première partie à la notion de texture puis, à la description des outils de Décomposition. Une troisième partie traite des méthodes de classification. En quatrième partie, les outils ainsi décrits seront appliqués à des images texturées qui représentent souvent des modèles pour différents tissus issus de domaines assez variés comme l'Imagerie médicale, l'Imagerie satellitaire, l'Industrie Textile etc...

Introduction Générale

Notations

TF	Transformée de Fourier
TFCT	Transformée de Fourier à Court Terme
TO	Transformée en Ondelettes
TOC	Transformée en Ondelettes Continue
TOD	Transformée en Ondelettes Discrète
TOS	Transformée en Ondelettes Séparable
TONS	Transformée en Ondelettes Non Séparable
TG	Transformée de Gabor
FG	Fonction de Gabor
$\langle f, g \rangle$	Produit Scalaire entre les fonctions f et g
$x * y$	Produit de Convolution de x et y
\bar{x}	Conjugué de x

**Chapitre I. Etat de l'art sur la notion de
texture**

I Introduction

En traitement et analyse d'image, la relation spatiale entre pixels permet une meilleure perception du contenu d'une image. Une approche du contenu de l'image est ainsi réalisable grâce à l'analyse de sa texture. Cette approche consiste à extraire un certain nombre de propriétés caractéristiques et à les exprimer sous forme paramétrique. L'étape d'extraction des paramètres précède souvent une étape de décision de manière à pouvoir répondre à des questions telles que: matériau normal ou défectueux ? tissu biologique sain ou pathologique ? types de défauts ?....

La texture [COCQ95] se décrit en terme linguistique tels que la rugosité, la finesse, la régularité, etc. que les chercheurs se sont efforcés de caractériser depuis plusieurs années. Elle est un élément important pour la vision humaine. L'analyse de texture permet l'évaluation des profondeurs des scènes et orientations des surfaces [CLER98]. En général, la texture peut être considérée comme un élément judicieux parmi des objets caractérisant la même scène (réelle ou générée).

II Domaines d'Application de l'Analyse de Texture

En effet, dans des images naturelles, la seule étude de la distribution des niveaux de gris est insuffisante pour caractériser les zones homogènes d'où le recours à l'utilisation de la texture pour la caractérisation, la reconnaissance et l'interprétation de l'image. L'Analyse de Textures est devenue de plus en plus fréquente dans des domaines variés.

En Imagerie Médicale, des estimateurs de texture permettent de faire la distinction entre tissus sains et pathologiques. Comme exemple on a la détection de lésions, dépistage de pathologie, segmentation en IRM(Image Résonance Magnétique)... [MOJS98]

En Géologie, elle peut être utilisée pour analyser des données sismiques et volcaniques, ainsi que l'état du sol.

En Imagerie Satéllitaire, où les estimateurs de textures permettent de différencier un champ d'une forêt, ... Elle est aussi très utilisée dans l'interprétation et l'analyse. On peut citer ici un exemple récent qui a permis aux archéologues de reproduire les chemins que

parcoururent les caravanes de commerce dans le Moyen Orient (PETRA). [RAHH]

En Robotique, on peut illustrer l'exemple de la navigation d'un robot mobile. La texture de la surface permet d'avoir des informations sur l'environnement de la navigation, celle ci détermine la forme, la profondeur, l'orientation et la distance des surfaces visibles.

En Compression d'Images, les attributs texturaux permettent de représenter l'image par un nombre optimal de paramètres et une reconstruction de l'information avec un minimum d'erreurs.

En Infographie ou l'Audiovisuel, la synthèse de texture découle naturellement de l'analyse et conduit à son utilisation pour le réalisme, l'art, ...

En Contrôle Non Destructif, l'analyse de texture est largement utilisée pour l'inspection des surfaces en contrôle de qualité (produits industriels, matériaux, produits alimentaires, détection de défauts...).

III Définitions

Malgré sa grande utilisation et les nombreuses opportunités qu'elle permet dans différentes applications dans le contexte du traitement d'images, on n'est pas encore arrivé à donner une définition précise et une approche formelle à la texture. L'une des tentatives de définition a considéré les deux éléments principaux qui composent une image, à savoir contour et texture. Elle a été formulée comme suit : « est texture tout ce qui n'est pas contour dans une image ».

Cette définition est vite avortée en changeant l'échelle d'observation car la définition de contour change, il en résulte la perte de la notion de texture. Donc toutes les tentatives de définition présentent des insuffisances dès qu'elles sortent du contexte dans lequel elles ont été établies. Cela n'empêche pas de citer quelques définitions à titre d'exemple :

HAWAKINS [HAWA70] stipule que la notion de texture est liée à trois concepts principaux :

Un certain ordre local qui se répète dans une région de taille sensiblement grande. Cet ordre est défini par un arrangement structuré de son constituant élémentaire. Ce constituant élémentaire représente des entités uniformes qui se caractérisent par des dimensions semblables dans toute la région considérée.

LAWS [LAWS80] présente la texture comme une structure disposant de certaines propriétés spatiales homogènes et invariantes par translation. Cette définition stipule que l'on a la même impression de la texture indépendamment de la position spatiale de la fenêtre à travers laquelle on l'observe.

Malheureusement l'ambiguïté du terme texture a empêché une définition précise et permet à HARALICK [HARA79] de dire que « ... Malgré son importance et son ubiquité dans l'information que contient l'image, une approche formelle ou une définition précise de la texture n'existe pas. Les techniques utilisées sont généralement, ad hoc... »

Cette même ambiguïté explique la diversité des techniques que l'on rencontre. Il existe plusieurs méthodes et chacune se procure une définition bien précise. Les résultats obtenus seront considérés comme un argument pour montrer l'utilité et l'efficacité de la méthode considérée.

IV Caractérisation des Textures

En pratique, on distingue deux grandes classes de texture, qui correspondent à deux niveaux de perception: Les macrotextures et les microtextures.

IV - 1 Macrotecture

Les primitives de texture ont un aspect régulier et périodique (voir Figure I-1b). Pour les étudier il faut chercher une description de ces primitives, et définir les règles qui régissent leur position dans l'image. C'est pour cela qu'elle fait référence à une approche structurelle déterministe.

IV - 2 Microtexture

La texture est un ensemble de particules microscopiques distribuées de façon aléatoire (Figure I-1a). Contrairement aux macrotextures, celle-ci ne comporte ni primitive isolable ni période de répétition. Dans ce cas de texture le pixel est l'élément essentiel pour sa définition. Généralement, l'aspect du pixel est aléatoire, les valeurs de niveau de gris suivent une fonction aléatoire ce qui conduit à considérer la texture comme la réalisation d'un processus stochastique, donc à une approche probabiliste.



(a) Microtexture



(b) Macrottexture

Figure I-1 : Exemples de Macrottexture et Microtexture

V Différentes Approches de la Texture

En fait d'après GAGALOWICZ [GAGA83], il semble plus judicieux de tenir compte de ces deux approches (macroscopique et microscopique) afin de mieux définir le terme texture. La texture est alors considérée comme une structure spatiale constituée par l'organisation de primitives, ayant chacune un aspect aléatoire.

Une texture est alors une structure hiérarchique à deux niveaux. Chacun des niveaux correspondant à chacun des deux types de définition précédents.

Les différentes méthodes de caractérisation de textures favorisent l'étude d'un aspect par rapport à l'autre.

GONZALEZ et WOODS [GONZ92] subdivisent ces méthodes selon trois approches principales: Statistique, Structurelle et Spectrale.

V - 1 L'Approche Structurale

Les méthodes structurales tiennent compte de l'information structurale et contextuelle d'une forme et sont bien adaptées aux textures macroscopiques.

Les étapes d'analyse sont d'abord l'identification des éléments constitutifs, puis la définition des règles de placement.

On peut utiliser, pour l'extraction de ses primitives, les techniques de croissance de région, de détection de contours ou de seuillage.

Dans le monde naturel ce cas de textures est faiblement représenté, car une texture naturelle comporte toujours et précisément dans ses règles de placement quelque part de l'aléatoire, d'où la nécessité pour une meilleure analyse de celle-ci d'utiliser l'approche statistique dans l'analyse par approche structurale.

V - 2 L'Approche Statistique

C'est l'approche la plus utilisée en traitement d'images à l'heure actuelle. Du point de vue des méthodes statistiques, la texture est considérée comme la réalisation d'un processus stochastique stationnaire. Des paramètres statistiques sont estimés pour chaque pixel de l'image. Ces méthodes exploitent directement les propriétés statistiques de la texture.

V.2.1 Processus Stationnaire du Second Ordre [BOUL88]

Les processus stationnaires sont des processus dont la loi est indépendante de la position, à la différence des processus non stationnaires. La théorie des processus stationnaires est maintenant bien établie, en particulier l'analyse spectrale par la transformée de Fourier.

a) Définition

Un processus que nous noterons X_t (t représente la réalisation du processus) est dit stationnaire du second ordre s'il satisfait :

$$\forall t \in \mathbb{Z}, \quad E[X_t^2] < +\infty \quad (I-1)$$

$$\forall t \in \mathbb{Z}, \quad E[X_t] = \mu \quad (I-2)$$

$$\forall t \in \mathbb{Z}, \forall \tau \in \mathbb{Z}, \quad \text{Cov}(X_t, X_{t+\tau}) = E[(X_t - \mu)(X_{t+\tau} - \mu)] = \Gamma(\tau) \quad (I-3)$$

Autrement dit, la moyenne statistique est constante quelque soit la réalisation et la covariance ne dépend que de l'écart entre deux réalisations .

b) Autocorrélation et Spectre de Puissance

Soit X un processus stochastique stationnaire du second ordre d'espérance μ , de variance v finie, de fonction d'autocovariance Γ . Sa fonction d'autocorrélation est :

$$\rho(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)} \tag{I-4}$$

En vertu du Théorème de Wiener-Kintchine, la fonction de densité spectrale de puissance est :

$$g(u) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau) e^{-i\tau u} \tag{I-5}$$

On a la relation entre Γ et g :

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\pi}^{+\pi} e^{i\tau u} g(u) du \tag{I-6}$$

Du Stationnaire au Non Stationnaire

L'analyse des processus non stationnaires, ne serait-ce qu'au second ordre, est plus difficile : l'opérateur de covariance n'est plus un opérateur de convolution, donc n'est plus diagonalisé dans la base de Fourier. On distingue différentes classes de processus non stationnaires.

V.2.2 Fonction d'Autocorrélation

La fonction d'autocorrélation (ou d'autocovariance) est un attribut caractérisé par la taille des primitives constituant une texture. Elle permet de mesurer la corrélation locale entre les points images. [BOUG98]

Dans le cas d'une texture fine constituée de primitives petites, la fonction d'autocorrélation tend vers zéro rapidement en fonction de la distance ; par contre elle décroît à partir de l'origine beaucoup plus lentement en cas de grandes primitives. Et si la texture est périodique la fonction croîtra et décroîtra d'une manière périodique.

La fonction d'autocorrélation est représentée par les courbes de variogramme. Le variogramme $V(r)$ défini sur un emplacement r est donnée par la relation :

$$V(r) = E[(f(s) - f(s+r))^2] \quad (I-7)$$

avec f : Vecteur de l'image.

s : Coordonnées d'un Pixel donné.

V.2.3 Les Champs de MARKOV [COCQ95]

L'utilisation des champs de MARKOV en vision par ordinateur s'est développée depuis quelques années. Les principales applications de ce type de modélisation sont la détection de contours, la restauration ou le lissage d'image, la stéréovision et la classification de texture, etc...

Le principal avantage des champs de MARKOV est de fournir un modèle mathématique simple permettant de prendre en compte les différents niveaux d'interprétation.

Le principe du formalisme Markovien est de définir des énergies locales entre groupes de sites reflétant les interactions entre niveaux de gris. L'énergie globale est alors reliée à la probabilité d'apparition de l'image dans le cadre des champs de GIBBS [SIGE98].

Le niveau de gris d'un pixel est obtenu par une combinaison linéaire des niveaux de gris de ses voisins et d'un bruit blanc, pondéré par les paramètres du modèle.

Une image est un ensemble fini de S sites s correspondant aux pixels. A chaque site s est associé un descripteur (peut être un niveau de gris ou une étiquette).

V.2.4 Histogramme

Pour caractériser une texture, on utilise souvent les propriétés statistiques de l'histogramme des niveaux de gris. Il associe à chaque niveau de gris, sa probabilité d'apparition dans la texture. L'inconvénient est qu'ils ne considèrent pas les interactions entre pixels voisins.

V.2.5 Matrices de Cooccurrences [HAES94]

JULEZ a été le premier à s'intéresser et à montrer l'intérêt statistique du second ordre. HARALICK et WESZKA ont utilisé les matrices de cooccurrence des niveaux de gris, qui sont du second ordre statistique.

La matrice de cooccurrence MC_t , d'une région texturée R donnée, pour une translation t , est définie pour tout niveaux de gris (a, b) par:

$$MC_t(a,b) = \text{card}\{(s, s+t) \in R_2 / y_s = a, y_{s+t} = b\} \quad (I-8)$$

avec y_s : niveau de gris du site s .

Des indices issus de ces matrices ont été définis, qui correspondent à des caractères descriptifs de textures comme l'homogénéité, le contraste, l'entropie, la corrélation, etc.

Ces matrices contiennent des informations importantes mais difficilement manipulables. Aussi elles sont très performantes pour la caractérisation des interactions spatiales entre pixels dans une texture.

V.2.6 Les longueurs de plages (Isosegments) [COCQ95]

On trouve cette méthode en 2 versions :

La première est monodimensionnelle et consiste à représenter la texture par l'histogramme des longueurs de segments de droites de mêmes niveaux de gris dans une dimension donnée, sa version bidimensionnelle considère des domaines connexes de taille maximale de luminance constante.

Pour la version monodimensionnelle, chaque segment est une plage et le nombre de pixels dans le segment représente sa longueur. Cette méthode se base sur deux éléments principaux : Le nombre de pixels et la direction, en associant à chaque direction une matrice des longueurs de plages $M_\theta(m_\theta(i, j))$, où $m_\theta(i, j)$ est l'élément m de niveau de gris i et de longueur j dans la direction θ .

Dans une région, la matrice est : $L \times n_\theta$ (avec L : le Nombre de Niveaux de Gris, n_θ : La longueur de la corde maximale de direction θ dans la région). On peut extraire différents attributs de cette matrice :

Chapitre I : Etat de l'art sur la notion de texture

Nombre de longueurs de plages:

$$NLP = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=1}^{n_{\theta}} p_{\theta}(i, j) \quad (I-9)$$

Proportions de petites plages:

$$PPP = \frac{1}{NLP} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=1}^{n_{\theta}} \frac{p_{\theta}(i, j)}{j^2} \quad (I-10)$$

Proportions de grandes plages :

$$PGP = \frac{1}{NLP} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=1}^{n_{\theta}} j^2 p_{\theta}(i, j) \quad (I-11)$$

Dispersion des plages entre les niveaux de gris (hétérogénéité des niveaux de gris):

$$DPN = \frac{1}{NLP} \sum_{i=0}^{L-1} \left(\sum_{j=1}^{n_{\theta}} p_{\theta}(i, j) \right)^2 \quad (I-12)$$

Dispersion des plages entre les longueurs (hétérogénéité des longueurs de plages):

$$DPL = \frac{1}{NLP} \sum_{j=1}^{n_{\theta}} \left(\sum_{i=0}^{L-1} p_{\theta}(i, j) \right)^2 \quad (I-13)$$

Pourcentage de plage :

$$PP = \frac{NLP}{K} \quad (I-14)$$

où K est le nombre total de pixels.

V - 3 L'Approche Spectrale

Suivant la modalité des images à étudier, la signature la plus discriminante de la texture est à rechercher dans des méthodes qui exploitent les propriétés statistiques à partir d'un plan transformé dans lequel on réécrit l'image de texture.

Les textures sont souvent quasi périodiques. Cette information est redondante dans la représentation spatiale de l'image de texture. Par la nature du plan spectral, celle ci se trouve réorganisée et réduite lorsqu'on adopte un tel plan pour la représentation. Donc, certaines informations sur la texture sont plus facilement accessibles dans le plan spectral.

Parmi les méthodes basées sur cette approche, on trouve les méthodes de la transformation de Fourier, Karhunen Loeve, Walsh Hadamard, ou avec des filtres numériques.

V.3.1 La transformée de Karhunen-Loeve

La transformée de Karhunen-Loeve est la plus optimale parmi l'ensemble des transformées mais elle n'est pas applicable à cause de la complexité de son algorithme.

Ces transformées renseignent sur la composition du signal d'entrée (son évolution) en fonction d'un ensemble de paramètres tels que le temps ou la fréquence.

V.3.2 Méthode de LAWS

Elle s'appuie sur la décomposition en banc de filtre de la texture [LAWS80]. Les filtres de LAWS sont appelés les masques microtextures, la méthode consiste à convoluer l'image avec un banc de filtres.

V.3.3 Méthodes d'Analyse basées sur la Théorie des Fractales [MANDEL]

Beaucoup de méthodes ont vu le jour grâce à la théorie fractale, il faut noter que l'on peut caractériser par des attributs fractals des objets qui ne sont pas nécessairement fractals.

Des méthodes ont été proposées pour estimer la dimension fractale, elles donnent des résultats sensiblement différents sur les mêmes textures.

Le calcul du spectre multifractal permet d'extraire plus d'information sur les textures à analyser, en plus l'attribut de lacunarité est souvent ajouté pour une meilleure caractérisation de la texture. Cet attribut est faible quand la texture est fine et fort pour une texture grossière.

V.3.4 Méthode d'Analyse par la Transformée de FOURIER

La transformée de Fourier (TF) permet de passer d'une représentation de l'image dans le domaine spatial à sa représentation dans le domaine fréquentiel.

Puisque l'image est un signal à support borné, la TF discrète est donnée par:

$$F(u, v) = \frac{1}{M * N} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} A(m, n) \exp \left[-2\pi j \left(\frac{um}{M} + \frac{vn}{N} \right) \right] \quad (I-15)$$

u, v : les variables de fréquence

(m, n) : les coordonnées du pixel dans l'image

La TF nous informe sur le contenu fréquentiel global (voir approche structurelle) à partir duquel certains paramètres caractéristiques texturaux peuvent être extraits. Et elle nous permet aussi une analyse spectrale locale donc plus fine.

Analyse Spectrale Locale

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'interprétation de la TF comme outil d'analyse spectrale locale. Une analyse spectrale locale consiste à décrire le contenu fréquentiel en fonction de la position dans l'image.

Cette méthode repose sur des sommations d'énergie dans des secteurs particuliers du spectre de Fourier. En calculant l'énergie dans des zones de l'image de différentes géométries, on peut accéder aux propriétés de l'image de texture: finesse, grossièreté, directions privilégiées. [AZEN95]

Les textures fines ont une plus grande énergie vers les hautes fréquences à l'inverse des textures grossières. Des anneaux centrés sur l'origine et disposés dans différentes zones fréquentielles permettent de" comparer la proportion d'énergie totale qui se trouve à l'intérieur de chaque anneau. L'utilisation de secteurs angulaires d'angle fixe permet de déterminer la directionnalité de la texture.

A partir du spectre de puissance $|F(u, v)|^2$, on détermine les attributs radiaux du spectre de Fourier :

$$V_{r1r2} = \int_{r1}^{r2} |F(u, v)|^2 \quad \text{tel que} \quad r1^2 \leq u^2 + v^2 \leq r2^2 \quad (I-16)$$

$[r1, r2]$: intervalle des rayons spécifiant un anneau.

Les attributs pour mesurer l'orientation angulaire :

$$V_{\theta1\theta2} = \int_{\theta1}^{\theta2} |F(u, v)|^2 \quad \text{tel que} \quad \theta1 \leq \tan(u/v)^{-1} \leq \theta2 \quad (I-17)$$

$[\theta1, \theta2]$: intervalle d'orientations rayonnantes spécifiant un coin ou un angle .

L'ensemble des attributs du spectre de Fourier est basé sur l'intersection des anneaux et des angles. Comme conclusion on dira que plus la texture est grossière (dans une direction donnée), plus rapidement son spectre de puissance de Fourier diminuera dans cette direction à partir de la fréquence zéro.

La TF reste un outil utilisé surtout pour son caractère global ou en première approximation, l'analyse locale n'est pas suffisamment précise et insuffisamment riche en informations et en pertinence. Pour faire face aux difficultés d'analyse des textures naturelles, les chercheurs ont développé des outils Temps-Fréquence qui semblent plus appropriés. Ces méthodes feront l'objet d'un développement particulier dans le chapitre qui suit.

VI Conclusion

La difficulté essentielle dans l'analyse de la texture réside dans l'absence d'une définition précise et universelle de la texture.

En effet, dans l'analyse d'image, la texture reste l'élément le plus important par les informations qu'elle procure sur l'image. Mais malgré toutes les recherches qui ont été développées jusqu'à ce jour, le terme texture reste toujours difficile à cerner.

C'est pour cela que l'on n'est pas encore arrivé à utiliser un seul et unique outil pour un meilleur traitement des textures. Les méthodes citées précédemment se caractérisent par leur faculté d'analyser avec un certain succès des types bien précis de texture, mais elles ne peuvent se généraliser et s'appliquer à tous les types de texture que l'on a cité précédemment. Pour faire face aux difficultés d'analyse des textures naturelles, la représentation Temps-Fréquence semble plus appropriée. Celle-ci permet de prélever des paramètres locaux dans le domaine spatial, dans le domaine fréquentiel, à des résolutions multiples ainsi que des paramètres inter-échelles. De plus, son mode d'investigation, du global vers le détail, possède une similitude avec le système visuel humain.

VII Bibliographie

- [AZEN95] R.AZENCOTT, J.WANG , L.YOUNES, " Texture Classification Using Windowed Fourier Filters", CMLA N° 9503 février 1995.
- [BOUL88] N.BOULEAU, "Processus Stochastiques et Applications", Hermann, Paris 1988.
- [BOUG98] A . BOUGUELMOUNA, "Analyse, synthèse et segmentation supervisée de mosaïques de textures stochastiques", Magistère USTO, Faculté des Sciences, Département d'informatique, Juin 1998.
- [CLER98] M.CLERC, S. MALLAT, "Shape from Texture and Shading with Wavelets", Proceeding of the MTNS98, Conference "Interface of Systems and Control with Signals, Coding, Computer Vision and Discrete Event Processes", Birkhauser, 1998.
- [COCQ95] J.P.COCQUEREZ, S.PHILIPP, "Analyses d'Image : Filtrage et Segmentation", Masson, Paris, 1995.
- [GAGA83] A.GAGALOWICZ, "Vers un Modèle de Texture", Thèse de doctorat d'état, Université de Paris VI, 1983.
- [GONZ92] R.C.GONZALEZ, R.E.WOODS, "Digital Image Processing", Addison-Wesley, 1992.
- [HAES94] V.HAESSE-COAT, J.RONSIN, D.WANG, "La Texture et ses Différentes Approches", Photo-interprétation N° 1993/4-1994/1-2, pp. : 17-20.
- [HARA79] R.HARALICK, "Statistical and Structural Approches to Textures", IEEE Transactions on Image Processing, vol.4, n° 2, pp. 783-803, 1979

Chapitre I : *Etat de l'art sur la notion de texture*

- [HAWA70] J.K.HAWAKINS, "Textural Proprieties for Pattern Recognition", In Picture Processing and Psychopictories, B.C. Lipkin and A.Ronsefled, Eds., Academic Press, New York, pp.347-370, 1970.
- [LAWS80] K.I.LAWS, "Textured Image Segmentation", Ph. D. Thesis, Rept 940, Image Processing Institutes, University of Southn California,. January 1980.
- [MANDEL] B. MANDELBROT, "Les Objets Fractals", Champs Flammarion
- [MATS83] T. MATSUYUMA, S..MUIRA, M.NAGAO, "Structural Analysis of Natural Textures by Fourier Transformation", CVGIP, 24, page 347-362, 1983.
- [MOJS98] A. MOJSILOVIC and Al, "Characterization of Visually Similar Diffuse Diseases From B-Scan Liver Images Using Nonseparable Wavelet Transform", IEEE Transaction on Medical Imaging, Vol. 17, N°. 4, pp. 541-549, August 1998.

Chapitre II. Outils de décomposition

I Introduction

La décomposition multi-résolution des signaux et des images est un outil mathématique qui vient combler les lacunes des autres Transformées en cas de non stationnarité.

Les objets et les phénomènes naturels font, le plus souvent, apparaître des caractéristiques non déterministes voire non stationnaires. Si pour les signaux déterministes, la TF s'avère un outil indispensable permettant de les analyser et, ainsi, d'adapter les systèmes qui les utilisent, en revanche, certaines caractéristiques sont masquées après une projection dans l'espace des fréquences. C'est pourquoi, les méthodes temps-fréquences ont été développées. Elles permettent, entre autre, de tenir compte des caractéristiques locales des signaux.

L'objet de ce chapitre est de montrer l'évolution de ces différentes méthodes menant finalement à deux outils fréquemment utilisés : La Transformée de Gabor et la Transformée en Ondelette.

Nous aborderons également leur extension aux images qui peuvent être considérées comme des signaux à deux dimensions fonctions de coordonnées spatiales.

II Stationnarité des signaux

Un signal non-stationnaire se définit par opposition à un signal stationnaire pour lequel toutes les propriétés statistiques sont invariantes dans le temps.

Dans le contexte déterministe, on appelle signal non-stationnaire un signal dont le contenu fréquentiel change dans le temps. Il suffit qu'une seule propriété statistique ou une seule composante fréquentielle soit variable dans le temps pour que l'on puisse parler de signal non-stationnaire.

Si, par exemple, dans un signal il y a une dérive d'une fréquence au cours du temps ou un saut de moyenne temporelle, alors il s'agit d'un signal non-stationnaire.

Plus rigoureusement, un signal déterministe est stationnaire s'il peut être écrit comme une somme de sinusoides.

III Analyse des signaux

III - 1 Transformée de Fourier

La Transformée de Fourier décrit les signaux par des sinusoïdes dont les fréquences s'étalent de façon discrète (signaux périodiques, on parle alors, de série de Fourier) ou continue (signaux non périodiques). La Transformée de Fourier revient à déterminer l'amplitude de ces sinusoïdes. Elle est donnée par :

$$A_k = \int x(\tau) e^{j2\pi k\tau/T} d\tau \text{ (cas périodique)} \quad (II-1)$$

$$X(\nu) = \int x(\tau) e^{-j2\pi\nu\tau} d\tau \text{ (cas non périodique)} \quad (II-2)$$

Pour le cas périodique T représente la période du signal, A_k représente l'amplitude de la k ème harmonique (le domaine fréquentiel est discret).

Pour le cas non périodique $X(\nu)$ représente l'amplitude de la sinusoïde de fréquence ν composant le signal (le domaine fréquentiel est continu).

Si elle est particulièrement adaptée aux signaux stationnaires, le fait de son absence de localisation entraîne une description incomplète des signaux non-stationnaires. Les irrégularités sont représentées de manière globale sans être "suivies".

III - 2 Transformée de Fourier à court terme [COHEN]

La Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT) et ses dérivées (notamment le spectrogramme) sont les méthodes temps-fréquence les plus utilisées dans les applications pratiques.

Ainsi, cette classe de méthodes représente la solution la plus répandue pour éliminer les limitations de la Transformée de Fourier.

L'idée de base est très simple et efficace : on décompose le signal en petits segments et on applique, sur chacune des sections, la transformée de Fourier en obtenant ainsi le spectre « local ». La totalité des spectres « locaux » indique alors comment le spectre varie au cours du temps. Ce concept est présenté sur la figure II-1.

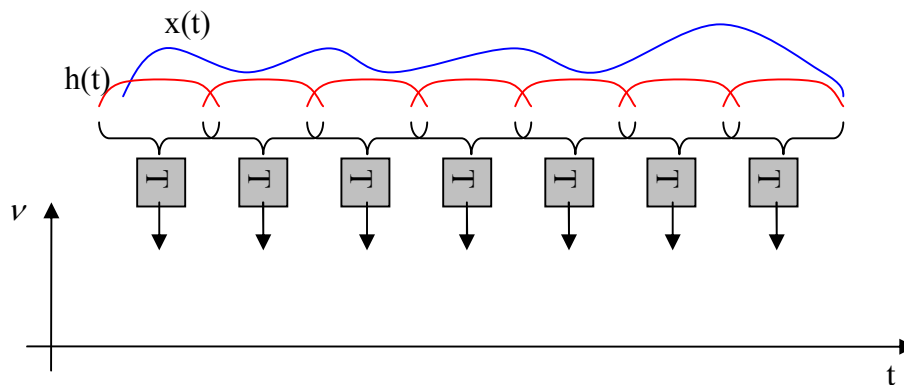


Figure II-1 : Principe de la TFCT

Du point de vue mathématique, la TFCT peut être interprétée comme l'analyse de Fourier de tranches successives pondérées par une fenêtre temporelle (Hamming, par exemple).

Ce principe est équivalent à l'approximation du signal par un ensemble des fonctions élémentaires semi-localisées simultanément en temps et en fréquence :

$$G(t, \nu) = \int x(\tau) h^*(\tau - t) e^{-j2\pi\nu\tau} d\tau \quad (II-3)$$

Cette relation représente le produit scalaire entre le signal $x(t)$ et les fonctions de base $h_{t,\nu}(\tau) = h(\tau - t) e^{j2\pi\nu\tau}$ (reflet de la similarité entre $x(t)$ et les fonctions $h(t)$).

La TFCT ou le spectrogramme considère implicitement un signal non stationnaire comme une succession de situations quasi stationnaires, à l'échelle de la fenêtre à court terme $h(t)$. La résolution temporelle d'une telle analyse est fixée par la largeur de la fenêtre, la résolution fréquentielle étant fixée par la largeur de sa Transformée de Fourier.

Ces deux largeurs étant antagonistes, on se trouve alors en présence d'un compromis entre les résolutions fréquentielle et temporelle. En effet :

- pour un signal fortement non-stationnaire, une bonne résolution temporelle est requise, ce qui impose de travailler avec une fenêtre $h(t)$ courte, limitant par voie de fait la résolution fréquentielle ;

- réciproquement, si une analyse fréquentielle fine est nécessaire, une fenêtre $h(t)$ longue doit être utilisée, ce qui a le double effet de moyenniser les contributions fréquentielles sur la durée de la fenêtre et de dégrader la résolution temporelle.

Ce compromis est régi par le principe d'incertitude d'Heisenberg-Gabor qui stipule que le produit écart temporel écart fréquentiel est minoré par l'énergie du signal au facteur $1/4\pi$ près :

$$\Delta t. \Delta \nu \geq E_x / 4\pi \quad (II-4)$$

Ceci impose un choix sur la fonction fenêtre et le meilleur compromis est réalisé avec une fonction de type Gaussien. La Transformée ainsi générée est appelée Transformée de Gabor.

III - 3 Transformée de Gabor [COHEN] [GAB]

En 1946, Gabor a proposé une représentation bi-dimensionnelle temps-fréquence [GAB], obtenue par une décomposition du signal $x(t)$ sur un ensemble de fonctions élémentaires qui occupent la même surface minimale dans le plan temps-fréquence. Il a proposé une surface qui minimise l'inégalité d'Heisenberg-Gabor, et, par conséquent, les fonctions élémentaires sont données par la fonction de Gauss :

$$h(t) = (\alpha / \pi)^{1/4} \exp(-\alpha t^2 / 2) \quad (II-5)$$

Dans ce cas, le principe d'incertitude s'écrit :

$$\Delta t. \Delta \nu \geq 1 / 4\pi \quad (II-6)$$

où $1/4\pi$ représente la limite de l'inégalité d'Heisenberg-Gabor

La Transformée de Gabor d'un signal $x(t)$ consiste, alors, en des produits scalaires entre le signal et les versions modulées et translatées de la fonction fenêtre $h(t)$. Ce qui donne :

$$G(t, \nu) = \int x(\tau) h^*(\tau - t) e^{-j2\pi\nu\tau} d\tau = \int x(\tau) g_{t,\nu}^*(\tau) d\tau \quad (II-7)$$

où : $g_{t,\nu}(\tau) = h(\tau - t) e^{j2\pi\nu\tau}$ est la Fonction de Gabor modulée par la fréquence ν et translatée d'un temps t

L'implémentation pratique de cette transformation impose l'existence d'un réseau d'échantillonnage bidimensionnel, paramétré par T (pas de discrétisation temporelle) et ν (pas

de discrétisation fréquentielle). Un tel réseau est présenté sur la figure II-2.

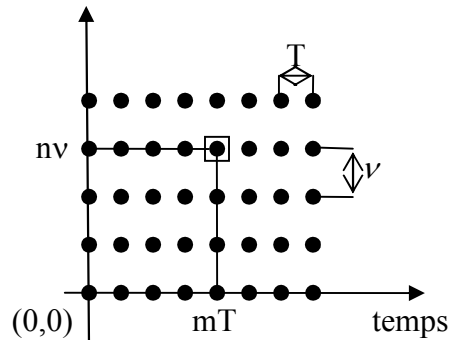


Figure II-2 : Réseau d'échantillonnage pour la Transformée de Gabor

Dans ces conditions, un signal quelconque peut être décomposé en série de Gabor [GAB], selon :

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{m,n} h_{m,n}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{m,n} h_{m,n}(t - mT) \exp(j2\pi n \nu t) \quad (II-8)$$

Cette décomposition a été proposée par Gabor. L'existence des coefficients $C_{m,n}$ est conditionnée par les paramètres d'échantillonnage :

$$T\nu \leq 1 \quad (II-9)$$

Intuitivement, si le produit $T\nu$ est plus grand que 1, on n'a pas assez d'information pour pouvoir reconstruire le signal (cas de sous-échantillonnage). Si $T\nu$ est plus petit que 1, la représentation sera redondante (cas de sur échantillonnage-« oversampling »). Traditionnellement (cas pris en compte par Gabor), si $T\nu=1$ on obtient la représentation la plus compacte ; ce cas s'appelle échantillonnage critique.

Dans ses travaux, Gabor n'a proposé aucune méthode pour calculer les coefficients $C_{m,n}$ et ceci explique pourquoi ces approches ont été abandonnées jusqu'en 1980. A ce moment-là, Bastians [BAST] a unifié la décomposition de Gabor avec la TFCT, proposant ainsi une méthode pour le calcul de $C_{m,n}$. De même, Bastians a mis en évidence les trois possibilités d'échantillonnage, présentées ci-dessus. C'est toujours lui qui a montré que la TFCT continue inverse est une représentation fortement redondante et, par conséquent, il a proposé l'échantillonnage de la TFCT, en utilisant un réseau critique. La transformée issue constitue une méthode efficace pour le calcul des coefficients de Gabor $C_{m,n}$.

Chapitre II : Outils de décomposition

Ainsi, si les fonctions de Gabor $\{h_{m,n}(t)\}$ forment un ensemble complet, alors il existe un ensemble dual de fonctions $\tilde{h}_{m,n}(t)$ tel que :

$$C_{m,n} = \int x(t)\tilde{h}_{m,n}^*(t)dt = \int x(t)\tilde{h}^*(t-mT)\exp(-jn2\pi vt)dt \quad (II-10)$$

La TFCT (dans le cas d'une fenêtre d'analyse gaussienne) échantillonnée a été nommée par Bastians la Transformée de Gabor (TG).

Pour l'échantillonnage critique, les fonctions duales $\tilde{h}_{m,n}(t)$ sont uniques. Ce n'est pas le cas du suréchantillonnage pour lequel il faut choisir, parmi les fonctions possibles celles qui minimisent un critère d'erreur quadratique.

Il existe un taux d'échantillonnage pour lequel les fonctions duales se rapprochent des Fonctions de Gabor (FG) (Voir paragraphe II-4-4) mais, la TG devient alors très redondante. Cette redondance est inacceptable si l'on désire effectuer une compression (l'information est trop détaillée) ou une restauration (charge de calcul) mais, peut s'avérer utile en classification puisque la lisibilité du signal est ainsi améliorée.

III - 4 Transformée en Ondelettes

III.4.1 Importance de la Transformée en Ondelettes

Le problème de la TFCT ou de la TG est d'utiliser une fenêtre de taille fixe couvrant le domaine temps-fréquence. Or, on souhaiterait avoir une fenêtre qui s'adapte en fonction des irrégularités du signal. Ceci est réalisable grâce à l'analyse multi-résolution obtenue par la Transformation en Ondelettes.

Morlet et Grossman [GROSS] [GOUP] ont formalisé de nombreux concepts introduits, pour certains, dès le début du siècle. Ils ont ouvert la porte à un vaste champ d'applications et à de nouveaux résultats très importants. Actuellement, il serait difficile d'énumérer tous les domaines d'application de cette théorie tant ils sont nombreux, que ce soit en traitement du signal (bancs de filtres), en compression (parole, images, scènes tridimensionnelle), en chimie, en physique, en astronomie etc. En traitement du signal, la théorie des bancs de filtres a donné lieu au fameux schéma de décomposition –reconstruction de Stéphane Mallat [MALLA]. En compression d'images, l'algorithme de décomposition pyramidale d'une image a servi de base pour l'analyse multirésolution.

III.4.2 La Transformée en Ondelettes Continue (TOC)

La TOC d'un signal $s(t)$ analogique s'exprime par la formule suivante :

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int \overline{\psi} \left(\frac{t-b}{a} \right) s(t) dt \quad (II-11)$$

avec :

a : dilatation temporelle ($a > 1$)

b : translation temporelle ($b > 0$)

Pour des valeurs discrètes de a , on pose $a = a_0^i$ (ce qui représente le niveau de résolution i), la TOC s'exprime par :

$$W(a_0^i, b) = \frac{1}{\sqrt{a_0^i}} \int \overline{\psi} \left(\frac{t-b}{a_0^i} \right) s(t) dt \quad (II-12)$$

Pour des valeurs discrètes de b , on pose $b = a_0^i n b_0$, la TOC s'exprime par :

$$W(a_0^i, a_0^i n b_0) = \frac{1}{\sqrt{a_0^i}} \int \overline{\psi} \left(\frac{t}{a_0^i} - n b_0 \right) s(t) dt \quad (II-13)$$

Pour des valeurs dyadique $a_0 = 2$, $b_0 = 1$.

III.4.3 Discretisation de la TOC (Série d'Ondelettes)

Dans le cas dyadique, la Série d'Ondelettes ou encore Transformée en Ondelettes échantillonnée est donnée par :

$$W(2^i, 2^i n) = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \sum \overline{\psi} \left(\frac{k}{2^i} - n \right) s(k) \quad (II-14)$$

On peut d'ailleurs remarquer l'analogie Transformée de Fourier – Transformée en Ondelettes (TO) tout comme l'analogie Série de Fourier – Série d'Ondelettes. Dans ce dernier cas, la fonction sinus est remplacée par la fonction ψ appelée Ondelette Mère et le signal $s(t)$ n'est pas nécessairement périodique, il peut même être non stationnaire. C'est d'ailleurs dans le cas de signaux non stationnaires que la TO trouve tout son intérêt.

III.4.4 Critère de repère

Ainsi, la TO constitue la projection des signaux sur des espaces représentant chacun un niveau de résolution. Les propriétés de cette projection dépendent de la base d'Ondelettes, mais aussi, comme pour la TG décrite au paragraphe II-3, du pas d'échantillonnage b_0 et du paramètre de dilatation a_0 . En particulier, il n'est pas toujours possible de reconstituer le signal à partir des coefficients obtenus.

Duffin et Schaffer [DUFFIN] ont introduit un critère dans le contexte de Séries de Fourier non harmoniques qui est applicable à la TO : Le Critère de Repère.

Définition [LEE]:

Une Famille de fonctions $(\psi_{m,n}; m,n \in \mathbb{Z})$ dans un espace de Hilbert H est appelé repère si il existe $A > 0, B < \infty$ tels que pour tout f dans H :

$$A\|f\|^2 \leq \sum_{m,n} |\langle f, \psi_{m,n} \rangle|^2 \leq B\|f\|^2 \quad (II-15)$$

$$\text{où } \|f\|^2 = \int |f(x)|^2 dx$$

A et B sont appelés Bornes du repère.

Lorsque $B/A - 1 \ll 1$, il existe une formule d'inversion directe [MEYER] donnant une bonne approximation :

$$f \approx \frac{2}{A+B} \sum_{m,n} \langle \psi_{m,n}, f \rangle \psi_{m,n} \quad (II-16)$$

Dans ce cas, pour $A = B$, on dit que le repère est serré, on mesure alors le "serrage" par A/B . $(A+B) / 2$ mesure la redondance du repère.

Autrement, il faut déterminer des fonctions duales $\tilde{\psi}_{m,n}$ et calculer les coefficients $c_{m,n}$ de la Transformée par :

$$c_{m,n} = \langle f, \tilde{\psi}_{m,n} \rangle \quad (II-17)$$

La formule d'inversion devient :

$$f \approx \sum_{m,n} c_{m,n} \psi_{m,n} \quad (II-18)$$

La recherche des fonctions duales peut s'avérer difficile mais il existe une méthode de minimisation d'un critère d'erreur quadratique mis en œuvre dans [DAUG] qui permet d'obtenir directement les coefficients $c_{m,n}$.

Comme montré par [DAUB], il existe des bornes supérieures (valeurs critiques) a_0^c et b_0^c , respectivement pour a_0 et b_0 , telles que les $\psi_{m,n}$ constituent un repère. Si on applique le critère de repère à la TG, cela se traduit par un suréchantillonnage et le cas

$B/A - 1 \ll 1$ est tel que la fonction duale est proche de la FG comme l'atteste la formule (II-16).

Lorsque $A = B = 1$, on est tenté d'affirmer que la base est orthonormale. En fait, ce n'est pas obligatoirement le cas et l'orthonormalité doit être vérifiée. Ce cas est rencontré lors de la construction d'une base orthonormale et la condition d'orthonormalité est donnée au paragraphe II-4-8 b.

III.4.5 Algorithme A Trous pour le calcul de la TOD

Le calcul de la TOD peut se faire à l'aide de l'algorithme à trous [SHENSA] représenté comme suit :

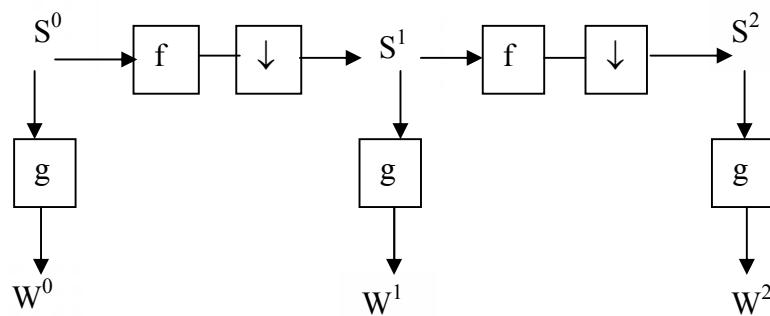


Figure II-3 : Schéma d'implémentation de l'algorithme à trous

- Où
- s^0 = échantillons du signal original
 - s^i = signaux après la i ème interpolation-décimation
 - w^i = TOD à l'Octave i
 - f = filtre numérique d'interpolation à trous (passe bas)
 - g = filtre numérique obtenu par échantillonnage de l'ondelette ψ
 - ↓ = décimation (prendre un échantillon sur deux)

Le filtre f est dit à trous si il satisfait la condition :

$$f_{2k} = \frac{\delta(2k)}{\sqrt{2}} \quad (II-19)$$

Ce qui revient à ce que les coefficients pairs du filtre soient nuls sauf $f_0 = 1/\sqrt{2}$.

Le filtre g est tel que $g^+_n = \psi(n)$ (le symbol $+$ en exposant indique le paraconjugué de g_n).

La sortie de chaque filtre résulte d'un produit de convolution de l'entrée du filtre avec sa réponse impulsionnelle ($s*f$ pour l'interpolation $s*g$ pour la transformée). Ceci nous permet de poser les équations suivantes :

$$s^{i+1} = \Lambda(f*s^i) \quad (II-20)$$

$$w^i = g*s^i \quad (II-21)$$

avec Λ : opérateur de décimation

Ceci revient à échantillonner l'ondelette à 2^i fois la fréquence de Nyquist qui correspond à la fréquence maximale du signal à décomposer

III.4.6 Algorithme multi-résolution de Mallat [MALLA]

Le calcul de la TOD peut se faire à l'aide de l'algorithme de Mallat représenté comme suit :

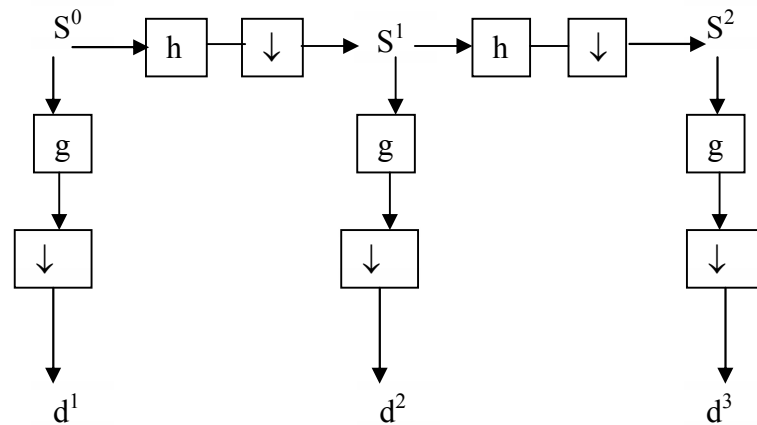


Figure II-4 : Schéma d'implémentation de l'Algorithme multi-résolution de Mallat

Les S^i et les d^i désignent, respectivement, les approximations et les détails au niveau de résolution i . h et g sont respectivement des filtres passe-bas et passe-haut obtenus par construction suivant des contraintes bien établies. Pour plus de détails, voir les paragraphes II-4-8 b) et II-4-8 c).

Dans le domaine temporel, on obtient :

$$\varphi(t) = \sum_k \bar{h}_{-k} \sqrt{2} \varphi(2t - k) \quad (II-22)$$

A partir de cette fonction d'échelle, on peut déterminer une famille de fonctions par :

$$\varphi_n^i(t) = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \varphi\left(\frac{t}{2^i} - n\right) \quad (II-23)$$

Cette fonction d'échelle engendre également la famille des Ondelettes à partir des filtres g où l'Ondelette mère est donnée par :

$$\psi(t) = \sum_k \bar{g}_{-k} \sqrt{2} \psi(2t - k) \quad (II-24)$$

La famille des Ondelettes s'écrit de la même façon que la famille des fonctions d'échelle :

$$\psi_n^i(t) = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \psi\left(\frac{t}{2^i} - n\right) \quad (II-25)$$

La décomposition d'un signal en série d'ondelettes peut se mettre sous la forme :

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_n d_n^i \psi_n^i(t) \quad (II-26)$$

$$\text{avec : } d_n^i = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \int s(t) \bar{\psi}\left(\frac{t}{2^i} - n\right) dt$$

III.4.7 Algorithme à trous sans décimation [SHENSA]

L'Algorithme A Trous classique donne une TOD qui n'est pas invariante dans le temps. En effet, un décalage du signal s(t) ne se retrouve pas sur les sⁱ(t) (interpolation + décimation) du fait des décimations successives.

Dans cet Algorithme, les filtres f et g sont remplacés par les filtres Dⁱf et Dⁱg obtenus par insertions de 2ⁱ⁻¹ zéros entre chaque paires de coefficients du filtre (Figure II-5).

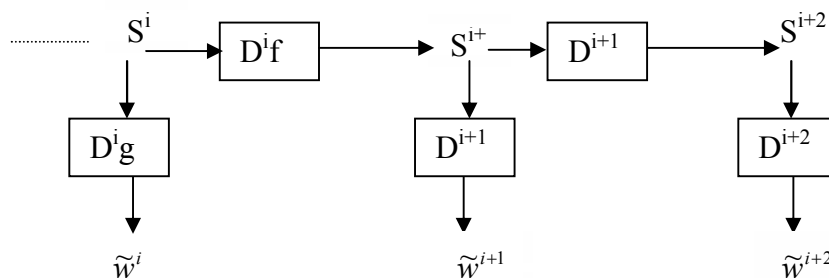


Figure II-5 : Schéma d'implémentation de l'Algorithme à Trous sans décimation (D : opérateur de dilatation)

Du fait de l'absence de décimation, la TOD obtenue est invariante dans le temps.

La mise en œuvre de cet algorithme peut se faire par traitement séparé des échantillons pairs et impairs du signal original obtenus par interpolation (Figure II-6).

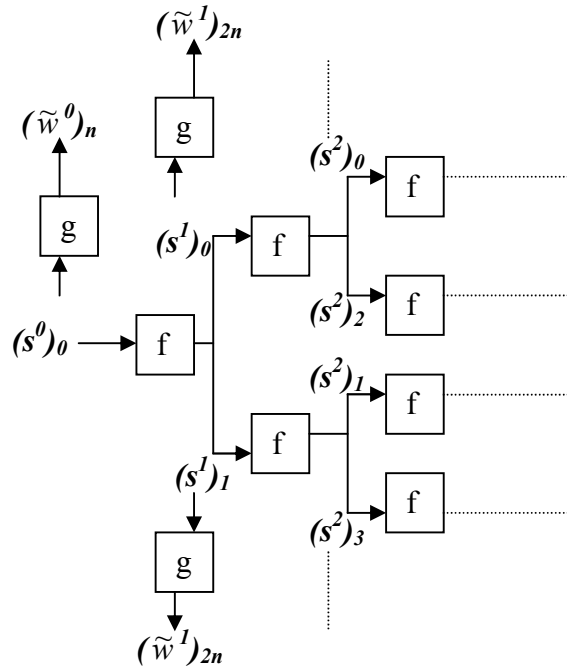


Figure II-6 : Schéma d'implémentation de l'Algorithme à Trous avec traitement séparé des échantillons pairs (branches supérieures) et impairs (branches inférieures)

$$a_k = \begin{cases} \sqrt{2} f_{2k-1}^+ \rightarrow k > 0 \\ \sqrt{2} f_{2k+1}^+ \rightarrow k < 0 \\ 1 \rightarrow k = 0 \end{cases} \quad (II-27)$$

a est défini comme suit :

$$a_j = a_{-j} = L_{1-j}^{2N-1}(1/2) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (II-28)$$

avec :

$$L_{1-j}^{2N-1}(x) = \frac{\prod_{i \neq j} (x-i)}{\prod_{i \neq j} (j-i)} \quad i, j \in [-N+1, N] \quad (II-29)$$

Le filtre f obtenu est symétrique et de longueur $4N-1$ ($-2N+1 < k < 2N-1$).

Les coefficients des filtres à trous sont calculés par le programme atroufilter.m. Leurs valeurs

sont données sur le tableau II-1. La figure II-7 représente leurs spectres d'amplitude.

Degré du polynôme de Lagrange	Coefficients du filtre à trous											
1	0.5 1 0.5											
2	-0.0625 0 0.5625 1 0.5625 0 -0.0625											
3	0.012 0 -0.098 0 0.586 1 0.586 0 -0.098 0 0.012											
4	-0.0024 0 0.024 0 -0.12 0 0.598 1 0.598 0 -0.12 0 0.024 0 -0.0024											

Tableau II-1 : Coefficients calculés des filtres à trous à partir du programme [atroufilter.m](#)

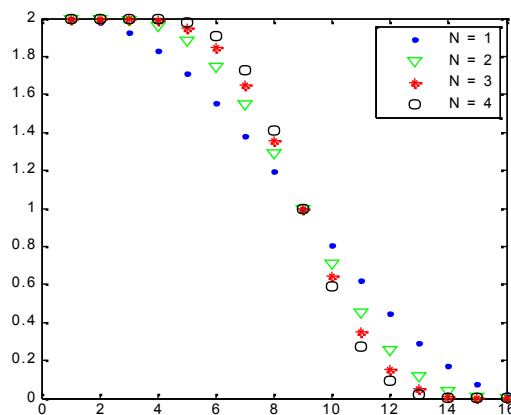


Figure II-7 : Spectre d'amplitude des Filtres à Trous pour les degrés N = 1 à 4

On peut noter que l'efficacité de la coupure des hautes fréquences croît avec la valeur de N. Les fréquences de coupures à mi amplitude (-6db) correspondent toutes à la demi bande.

c) Filtre de Daubechies [DAUB90][DAUB92]

Les filtres de Daubechies sont des filtres numériques issus de bases orthonormales d'Ondelettes à support compact, ils sont construits selon la méthode suivante

Soit une fonction d'échelle $\varphi(x)$ associée à une analyse multirésolution. Il lui correspond un filtre numérique passe bas de coefficients h_n donnés par :

$$h_n = \sqrt{2} \int \varphi(x) \overline{\varphi(2x - n)} dx \quad (II-30)$$

Dont la TF est donnée par :

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n h_n e^{-in\omega} \quad (II-31)$$

La condition d'orthonormalité des fonctions $\varphi_{0,n}$ s'écrit:

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (II-32)$$

La régularité d'ordre N ($N \geq 1$) de ψ et φ impose l'existence d'un polynôme trigonométrique \mathfrak{f} tel que :

$$H(\omega) = \left(\frac{1 + e^{-i\omega}}{2} \right)^N \mathfrak{f}(\omega) \quad (II-33)$$

Pour une telle régularité, il est démontré grâce au Théorème de Bezout que (II-32) est vérifiée si et seulement si :

$$|\mathfrak{f}(\omega)|^2 = P(\sin^2(\omega/2)) \quad (II-34)$$

avec :

$$P(y) = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} y^k + y^N R(1/2 - y) \quad (II-35)$$

où R est un polynôme impair choisi afin que $P(y) \geq 0$ pour $y \in [0,1]$

\mathfrak{f} est alors définie par une procédure dite de factorisation spectrale de $P(y)$ réécrit sous la forme $e^{iM\omega} P_A(e^{-i\omega})$ (P_A est un polynôme de degré M de coefficients a_i) sachant que $y = \sin^2(\omega/2) = -1/4 e^{i\omega} (e^{-i\omega} - 1)^2$

Ce qui donne :

$$\mathfrak{f}(\omega) = \left[\frac{1}{2} |a_M| \prod_{j=1}^J |z_j|^2 \prod_{l=1}^L |r_l|^{-1} \right]^{1/2} \prod_{j=1}^J \left(e^{-2i\omega} - 2e^{-i\omega} \operatorname{Re}(z_j) + |z_j|^2 \right) \prod_{k=1}^K \left(e^{-2i\omega} - 2e^{-i\omega} \cos(\alpha_k) + 1 \right) \prod_{l=1}^L \left(e^{-i\omega} - r_l \right) \quad (II-36)$$

avec :

z_j les J zéros complexes à l'intérieur et à l'extérieur du cercle de rayon unité

($|z_j| \neq 1$)

r_l les L zéros réels

α_k les arguments des K zéros sur le cercle de rayon unité

Le choix de \mathfrak{f} n'est pas unique et peut mener à une base non orthonormale. Cependant, on

Chapitre II : Outils de décomposition

obtient toujours ainsi des ondelettes ψ qui constituent un repère serré (tight frame) de constante de repère égale à 1.

Ce repère constitue une base orthonormale si m_0 satisfait l'une des conditions suivantes:

Il existe un ensemble compact, congruent à $[-\pi, \pi]$ modulo 2π , incluant le voisinage de 0 tel que:

$$\inf_{k>0} \inf_{\xi \in K} |H(2^{-k} \omega)| > 0$$

Il existe un cycle non trivial (différent de $\{0\}$) $\{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ dans $[0, 2\pi[$ invariant sous l'opération $\tau: \omega \mapsto 2\omega$ modulo 2π , tel que $H(\omega_j + \pi) = 0$ pour tout $j = 1, \dots, n$.

La valeur propre 1 de la matrice A de dimension $[2(N_2 - N_1) - 1] \times [2(N_2 - N_1) - 1]$ définie par :

$$A_{lk} = \sum_{n=N_1}^{N_2} h_n \overline{h_{k-2l+n}} \quad -(N_2 - N_1) + 1 \leq l, k \leq (N_2 - N_1) + 1$$

est non dégénérée (on considère que $h_n = 0$ pour $n < N_1, n > N_2$).

Les filtres construits par Daubechies sont ainsi obtenus par la procédure de factorisation spectrale dont le polynôme défini par (II-35) est choisi avec $R \equiv 0$. Les zéros systématiquement retenus sont alors à l'intérieur du cercle de rayon unité. Ces filtres présentent une asymétrie très marquée. D'autres choix de R et des zéros permettent de réduire cette asymétrie sans pour autant l'éliminer puisque la propriété de symétrie est antagoniste avec celle d'orthogonalité.

Les coefficients du polynôme P(y) (avec $R \equiv 0$) est déterminé par le programme [bezout.m](#).

La procédure de factorisation spectrale pour obtenir \mathcal{F} est implémentée par [spectfact.m](#). Le programme [daubfilt.m](#) utilise ces deux fonctions pour obtenir les coefficients des filtres de Daubechies. Les coefficients calculés des filtres intermédiaires et des filtres de Daubechies sont donnés dans le tableau II-2. Les spectres d'amplitude des filtres de Daubechies sont représentés sur la figure II- 8.

Degré	Coefficients du polynôme de Bezout	Factorisation spectrale	Coefficients du filtre de Daubechies
2	-0.5 2 -0.5	1.93 -0.52	0.34 0.59 0.16 -0.09
3	0,375 -2.25 4.75 -2.25 0.375	2.66 -1.53 0.28	0.33 0.81 0.46 -0.1350 - 0.085 0.035
4	-0.3125 2.5 -8.1875 13 -8.1875 2.5 -0.3125	3.69 -3.31 1.2 -0.17	0.23 0.71 0.63 -0.028 -0.19 0.031 0.033 -0.011

Tableau II-2 : Coefficients calculés des filtres intermédiaires et des filtres de Daubechies à partir des programmes [bezout.m](#), [spectfact.m](#) et [daubfilt.m](#).

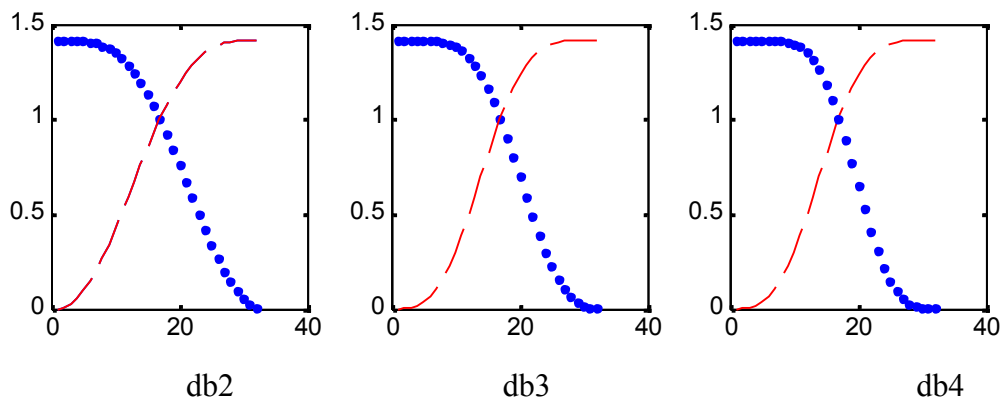


Figure II-8 : Spectre d'amplitude des filtres de Daubechies

L'efficacité de la coupure des hautes fréquences croît avec le degré de régularité. L'orthogonalité se traduit par la parfaite complémentarité entre le filtre passe-haut et le filtre passe-bas.

Les filtres de Daubechies peuvent également être obtenus à partir des filtres d'interpolation de Lagrange grâce à la relation suivante :

$$f = h^+ * h / \sqrt{2} \quad (II-37)$$

avec h de longueur $2N$, f de longueur $4N-1$

Pour déterminer h , on peut utiliser la Transformée de Fourier :

$$\hat{f}(e^{j\omega}) = \left| \hat{h}(e^{j\omega}) \right|^2 \quad (II-38)$$

On extrait alors, la racine en utilisant la procédure de factorisation spectrale décrite plus haut.

d) Filtrés biorthogonaux issus de fonctions B-Spline

Symétrie

On remarquera que les ondelettes des bases orthonormales ne sont pas symétriques. Ceci impose une correction de phase à chaque niveau de résolution qui oblige à un positionnement précis du filtre numérique pour le calcul du premier coefficient de l'Approximation et de la Transformée. Ce positionnement est dépendant de la parité du nombre de coefficients du filtre, mais aussi, il diffère pour les filtres passe-bas et passe-haut. L'absence de symétrie a déjà été remarquée par Smith et Barnwell [SMITH] dans le cadre du codage en sous-bandes. Il est même affirmé que la symétrie est incompatible avec la propriété de reconstruction parfaite.

Or la symétrie permet justement d'éviter les corrections de phase. Par contre si une base est constituée d'ondelettes à support compact, il reste tout à fait possible qu'elles forment un repère serré. Dans ce cas, il existe une base duale d'ondelettes qui permet la reconstruction. Les ondelettes duales sont également symétriques.

Reconstruction parfaite

Le fait d'utiliser une base d'ondelettes pour la décomposition et une base duale pour la reconstruction, impose d'utiliser quatre filtres passe-bas et passe-haut différents (h, g pour décomposition, \tilde{h}, \tilde{g} pour reconstruction).

La condition de reconstruction parfaite devient la biorthogonalité [DAUB92] qui s'exprime par :

$$\sum_n h_n \tilde{h}_{n+2k} = \delta_{k,0} \quad (II-39)$$

Les filtres passe-bas sont obtenus par construction, les filtres passe-haut sont donnés par :

$$g_n = (-1)^{n+1} \tilde{h}_{-n+1} \quad (II-40)$$

$$\tilde{g}_n = (-1)^{n+1} h_{-n+1} \quad (II-41)$$

Construction d'une base biorthogonale

La symétrie des ondelettes et de leur duale se retrouve également sur les fonctions d'échelle et par conséquent sur les filtres dont elles sont issues. La Transformée de Fourier des filtres s'écrit donc en série de Cosinus :

$$h \rightarrow H(\omega) = e^{-ik\omega} p_0(\cos \omega) \quad (II-42)$$

$$\tilde{h} \rightarrow \tilde{H}(\omega) = e^{-ik\omega} \tilde{p}_0(\cos \omega) \quad (II-43)$$

p_0 et \tilde{p}_0 sont des polynômes

La condition (II-39) s'écrit :

$$H(\omega) \overline{\tilde{H}(\omega)} + H(\omega + \pi) \overline{\tilde{H}(\omega + \pi)} = 1 \quad (II-44)$$

qui devient par (II-42) et (II-43) :

$$\cos^2(\omega/2) p_0(\cos \omega) \overline{\tilde{p}_0(\cos \omega)} + \sin^2(\omega/2) p_0(-\cos \omega) \overline{\tilde{p}_0(-\cos \omega)} = 1 \quad (II-45)$$

La solution dépend d'un polynôme de la forme de la formule (II-35).

Pour obtenir des fonctions d'échelle B-Splines, on choisit $R \equiv 0$ et l'application du Théorème de Bezout donne deux filtres de même parité h et \tilde{h} de longueurs respectives N et \tilde{N} .

Pour des longueurs paires :

$$\tilde{H}(\omega) = (\cos(\omega/2))^{\tilde{N}} \quad (II-46a)$$

$$H(\omega) = (\cos(\omega/2))^N \sum_{m=0}^{l+\tilde{l}-1} \binom{l+\tilde{l}-1-m}{m} (\sin^2(\omega/2))^m \quad (II-46b)$$

$$\text{avec } N = 2l \text{ et } \tilde{N} = 2\tilde{l}$$

Pour de longueurs impaires :

$$\tilde{H}(\omega) = e^{-i\omega/2} (\cos(\omega/2))^{\tilde{N}} \quad (II-47a)$$

$$H(\omega) = (\cos(\omega/2))^N \sum_{m=0}^{l+\tilde{l}} \binom{l+\tilde{l}-m}{m} (\sin^2(\omega/2))^m \quad (II-47b)$$

$$\text{avec } N = 2l + 1 \text{ et } \tilde{N} = 2\tilde{l} + 1$$

Les coefficients du filtre passe bas de reconstruction sont calculés par le programme [dualow.m](#) ; [biordec.m](#) calcule ceux du filtre de reconstruction ; [biofilt.m](#) exécute ces deux programmes pour produire la paire de filtres. Les coefficients calculés des filtres de décomposition et des filtres de reconstruction sont donnés dans le tableau II-3. La figure II-9 représente les spectres d'amplitude des filtres passe haut et passe bas obtenus.

Degrés		Filtre de décomposition	Filtre dual de reconstruction
Reconstruction	Décomposition		
1	1	0.5 0.5	0.5 0.5
1	3	-0.0625 0.0625 0.5 0.5 0.0625 -0.0625	0.5 0.5
2	2	-0.125 0.25 0.75 0.25 -0.125	0.25 0.5 0.25
2	4	0.023 -0.047 -0.125 0.297 0.703 0.297 -0.125 -0.047 0.023	0.25 0.5 0.25

Tableau II-3 : Coefficients des Filtres biorthogonaux calculés à partir du programme [biofilt.m](#) (ensembles) ou des programmes [dualow.m](#) (décomposition) et [biordec.m](#) (reconstruction)

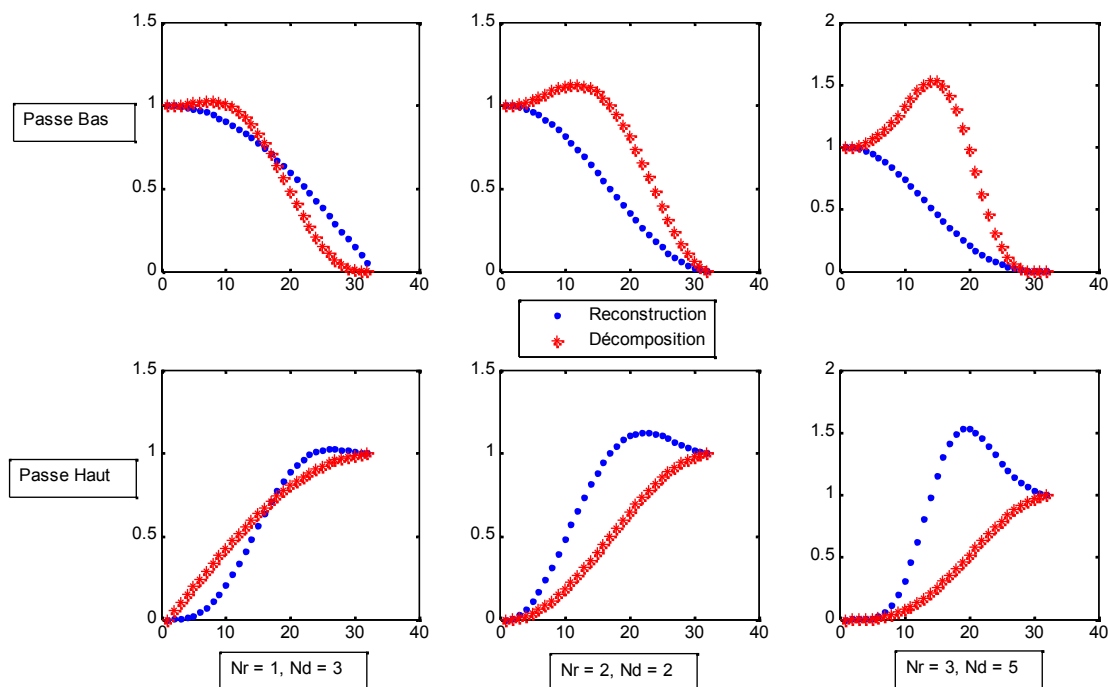


Figure II-9 : Spectre d'amplitudes des filtres biorthogonaux

La biorthogonalité se traduit par une complémentarité entre les filtres passe bas de décomposition et les filtres passe haut de reconstruction et entre les filtres passe bas de reconstruction et les filtres passe haut de décomposition. Pour la décomposition, on remarque une accentuation par les filtre passe bas de certaines fréquences au voisinage de la fréquence de coupure, les filtres passe haut opèrent une désaccentuation. Pour la reconstruction, les filtres passe bas compensent l'accentuation due à la décomposition et les filtres passe haut, au contraire accentuent. L'effet d'accentuation-désaccentuation augmente avec le degré de

régularité choisi.

Il faut remarquer que si la condition de biorthogonalité affiche une certaine ressemblance avec celle d'orthogonalité (équations similaires, solutions similaires), la procédure de factorisation spectrale décrite pour les filtres orthogonaux n'est ici pas nécessaire. Le choix se résume à celui de la longueur du filtre et du polynôme R. Tous les programmes de conception des filtres à trous, de Daubechies et biorthogonaux sont décrit en Annexe I. Nous proposons un programme de démonstration dont l'aide est en Annexe III.

e) TOD inverse

La TOD inverse se fait selon le schéma suivant pour le cas sans décimation :

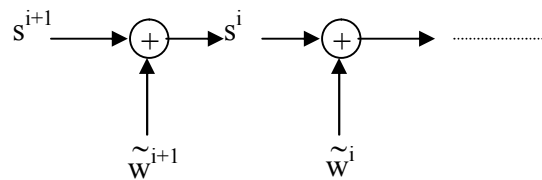


Figure II-10 : Reconstitution du signal initial à partir de la TOD sans décimation

Pour le cas avec décimation, il faut opérer à un sur-échantillonnage soit une dilatation des signaux obtenus avant la sommation :

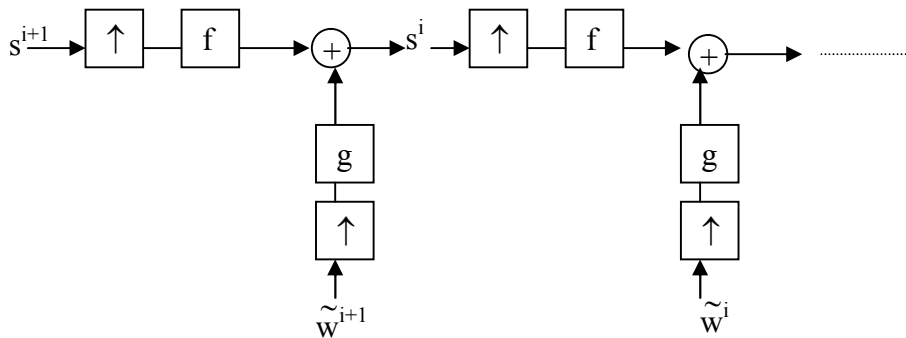


Figure II-11 : Reconstitution du signal initial à partir de la TOD avec décimation

Les flèches vers le haut indiquent un suréchantillonnage dyadique.

f) Des filtres numériques aux fonctions continues

Les Bases d'Ondelettes de Daubechies à support compact orthonormales et biorthogonales, sont obtenues via la construction de filtres numériques. L'Algorithme en Cascade [DAUB.LAG91][DAUB.LAG92] permet d'obtenir les fonctions d'échelle et d'Ondelette avec une précision arbitraire dépendant du nombre d'itérations et une interpolation linéaire ou constante. La mise en œuvre de cet algorithme se fait selon les étapes suivantes :

Initialiser une séquence0....010....0... représentant η^ε_0

A chaque étape j, calculer η^ε_j par :

Points pairs :

$$\eta^\varepsilon_j(2^{-j}2k) = \sum_l h_{2(k-l)} \eta^\varepsilon_{j-1}(2^{-j}l) \quad (II-48)$$

Points impairs :

$$\eta^\varepsilon_j(2^{-j}(2k+1)) = \sum_l h_{2(k-l)+1} \eta^\varepsilon_{j-1}(2^{-j}l) \quad (II-49)$$

Ces deux équations peuvent être interprétées comme des convolutions.

Effectuer une interpolation linéaire ($\varepsilon = 1$) ou constante ($\varepsilon = 0$).

Cet algorithme est implémenté par [scale.m](#) pour la fonction d'échelle et [wavelt.m](#) pour la fonction d'ondelette. L'aide de ces programmes se trouve en Annexe I

Les figures II-12 à II-15 représentent quelques fonctions d'echelles et d'ondelettes issues des filtres de Daubechies et des filtres biorthogonaux évaluées par ces deux programmes.

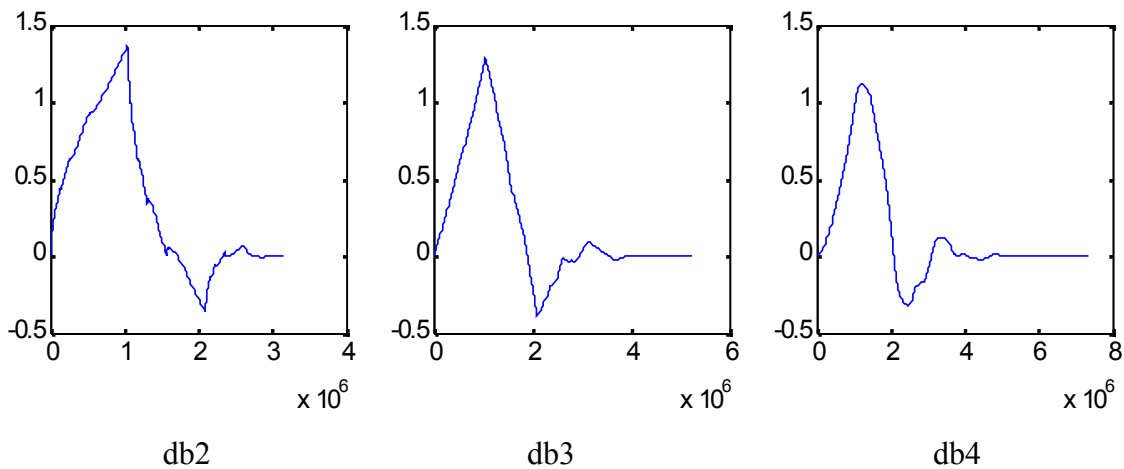


Figure II-12 : Fonctions d'échelles des filtres de Daubechies obtenues à l'aide de l'Algorithme en Cascade implémenté par le programme [scale.m](#) après 7 itérations

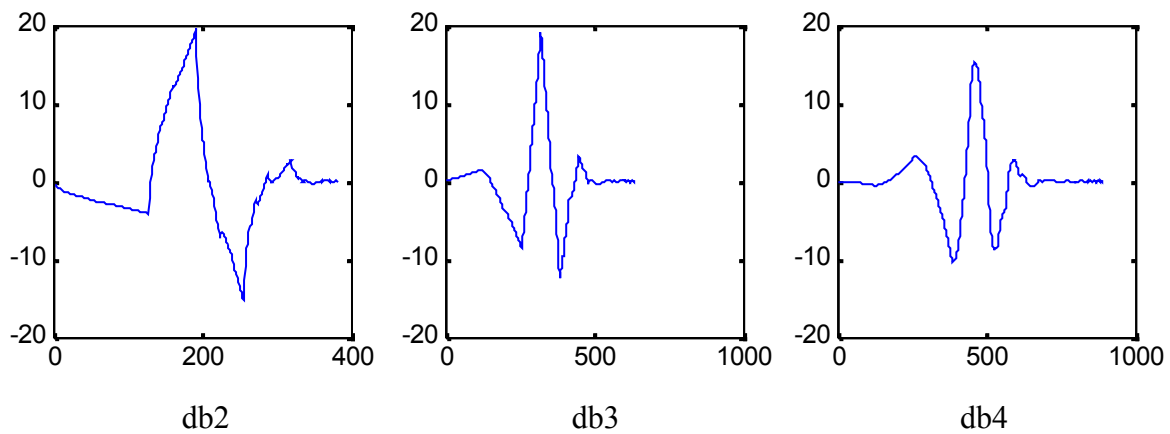


Figure II-13 : Ondelettes des filtres de Daubechies obtenues à l'aide de l'Algorithme en Cascade implémenté par le programme [wavelt.m](#) après 7 itérations

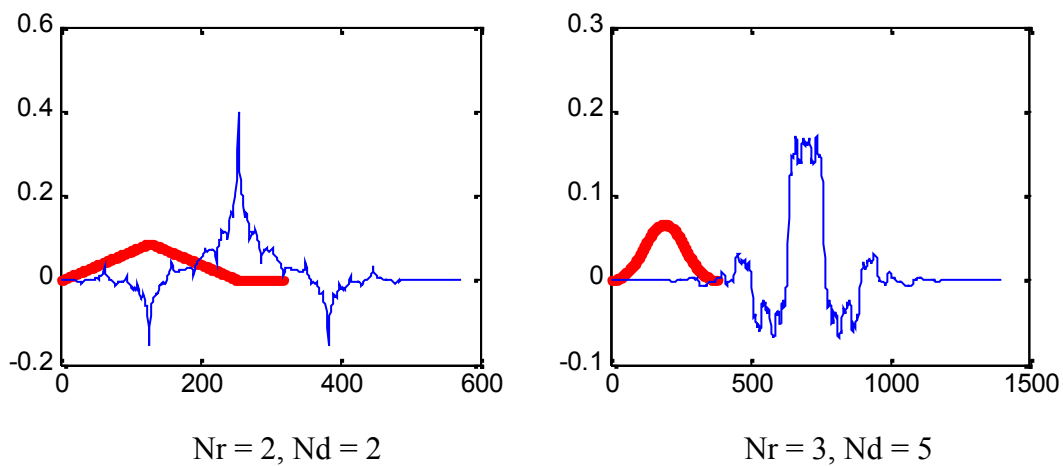


Figure II-14 : Fonctions d'échelles des filtres Biorthogonaux obtenues à l'aide de l'Algorithme en Cascade implémenté par le programme [scale.m](#) après 7 itérations (**en gras** : Reconstruction, **trait fin** : Décomposition, degrés de régularité : Nr → Reconstruction, Nd → Décomposition).

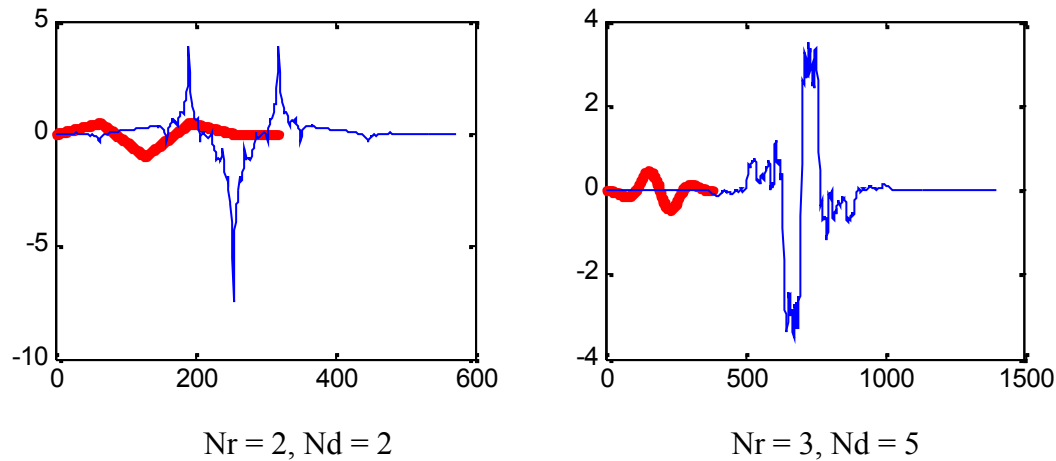


Figure II-15 : Ondelettes des filtres Biorthogonaux obtenues à l'aide de l'Algorithme en Cascade implémenté par le programme `scale.m` après 7 itérations (**en gras** : Reconstruction, **trait fin** : Décomposition, degrés de régularité : Nr → Reconstruction, Nd → Décomposition).

III - 5 Conclusion

la TF reste un outil important en Traitement du Signal. Sa version rapide, la FFT (Fast Fourier Transform) est souvent utilisée pour traiter les signaux numériques en peu d'opération.

L'évolution à la TFCT a permis de tenir compte dans l'analyse des signaux de la non stationnarité en considérant alors une stationnarité par morceaux. Seulement, il est nécessaire d'adapter la taille et la forme des fenêtres utilisées, selon les résolutions temporelles et fréquentielles désirées. Ces dernières étant antagonistes, il faut réaliser un compromis et parmi les fenêtres connues, la fenêtre Gaussienne constitue le meilleur choix. La TFCT à fenêtre Gaussienne n'est autre que la TG.

Malgré le compromis ainsi réalisé, certaines irrégularités très brèves du signal ne sont, quand même, pas suivies par la TG dont les fonctions ont des supports fixes, d'où l'idée de Morlet et Grossman, d'introduire un paramètre d'échelle en opérant une dilatation des fonctions. La Transformée obtenue est la Transformée en Ondelettes (TO).

Depuis la TO a subi certaines évolutions, notamment par Meyer; Daubechies et Mallat (Théorie des banc de filtres). Il en découle différentes familles d'Ondelettes personnalisées en fonction des signaux à traiter et des applications.

IV Décomposition des images

IV - 1 Les deux principales approches

La décomposition des images découle directement de celle des signaux. Elle peut se réaliser de manière séparable en considérant les signaux issus de chaque ligne de l'image puis, ceux de chaque colonne avec des filtres à une dimension(1D)[MALLA] ou non séparable [MOJ] ou des fonctions [DAUG][LEE] à deux dimensions (2D).

IV - 2 Transformée en Ondelettes Séparable (TOS)

Pour réaliser une TOS sur une image numérique, on opère successivement sur les lignes, puis, sur les colonnes. La décomposition est le plus souvent effectuée de manière pyramidale selon l'Algorithme de Mallat [MALLA]:

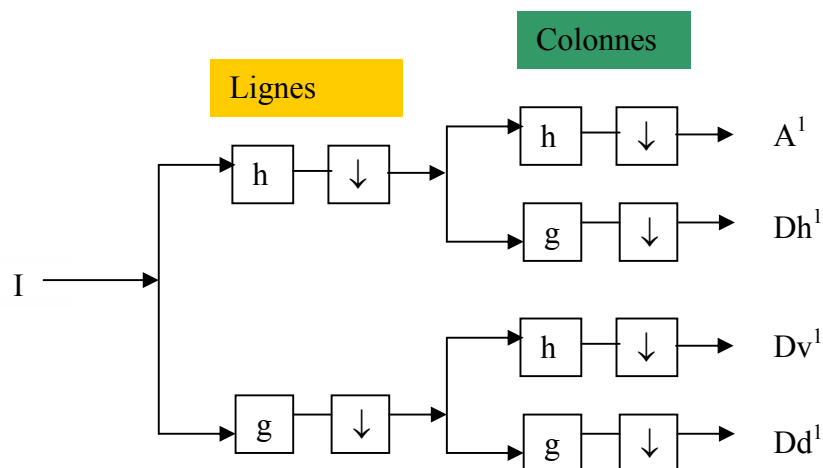


Figure II-16: Algorithme Multi-Resolution de Mallat appliqué aux images

(Premier niveau de résolution)

I est l'image à traiter. Pour le niveau de résolution i , A^i désigne l'approximation, Dh^i les détails horizontaux, Dv^i les détails verticaux, Dd^i les détails diagonaux.

L'Algorithme à Trous sans décimation est également étendu à deux dimensions pour éluder le problème de la non invariance par translation, quelquefois assez sensible lors de la reconstruction des images[BIJA]

IV - 3 Décompositions non séparables

IV.3.1 Principe

Les décompositions non séparables n'imposent pas de distinguer entre lignes et colonnes.

Parmi ces décompositions la Transformée en Ondelettes non séparable (TONS) utilise des filtres numériques 2D construits à partir de filtres 1D symétriques biorthogonaux. Ces derniers sont issus d'Ondelettes 1D. les niveaux de résolution suivants sont atteints à l'aide d'un sous échantillonnage en quinconce [MOJ].

La Transformée 2D de Gabor introduite par Daugman [DAUG] et modifiée par Lee [LEE] emploie des fonctions 2D de Gabor.

IV.3.2 Transformée en Ondelettes non séparable

g) Principe de la TONS

La mise en Œuvre de la Transformée en Ondelettes Non-séparable [MOJ] nécessite l'utilisation de filtres à deux dimensions respectant les conditions de reconstruction parfaite. Tout comme pour la Transformée en Ondelettes Séparable, cela se traduit par une parfaite complémentarité entre les filtres passe-bas et passe-haut tant pour la décomposition que pour la reconstruction. De plus, un sous-échantillonnage particulier, dit quinconce, impose un gabarit en losange du filtre passe-bas. Les limites de ce gabarit sont définies par la cellule dite de Voronoi afin d'éviter les phénomènes de recouvrement survenant après sous-échantillonnage.

Le respect des conditions de reconstruction parfaite sera obtenu en partant de filtres RIF unidimensionnels issus de la Transformée en Ondelettes Séparable, auxquels sera appliquée la Transformée de McClellan de premier ordre. Les paramètres de cette transformée seront choisis de façon à respecter le gabarit garantissant le non-recouvrement après sous-échantillonnage.

La mise en œuvre de la TONS se fait selon le même schéma que celui de la TOD des signaux à une dimension (voir Figure II-4) sauf que les filtres sont bidimensionnels et le sous échantillonnage en quinconce.

h) Sous-échantillonnage en quinconce

L'échantillonnage non-séparable le plus simple est le sous-échantillonnage en quinconce. Il est issu des concepts de base donnés par [DUBOIS] et étendus dans [KEVA][VISC]. Cet

échantillonnage est représenté par les matrices D_q dans le domaine spatial données par :

$$D_q = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (II-50)$$

L'image obtenue "y" s'exprime à partir de l'image "x" par :

$$y(n) = x(Dq \cdot n) \quad (II-51)$$

avec n représentant le couple des coordonnées spatiales n_1 et n_2

Tout comme le sous échantillonnage dyadique, l'échantillonnage en quinconce impose, au préalable, un filtrage passe-bas. Dans ce cas, le gabarit est assez particulier afin d'éviter les phénomènes de recouvrement de spectre.

La Figure II-17 donne la configuration de l'échantillonnage pour les cas dyadiques et quinconce ainsi que les cellules de Voronoï pour le gabarit des filtres passe-bas et passe-haut.

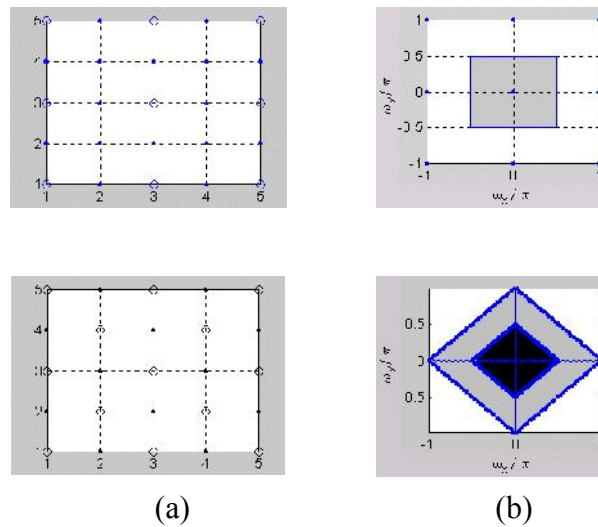


Figure II-17 : Configurations d'échantillonnage (à gauche) et cellules de Voronoï (à droite).

Pour le cas dyadique (a), la zone grise représente le domaine d'action du filtre passe-bas à une dimension

Pour le cas quinconce, la zone sombre représente le gabarit du filtre passe-bas, la zone grise, celle du filtre passe-haut, tous deux à deux dimensions

i) Choix des filtres

Les filtres utilisés sont symétriques, ce qui garantit une phase linéaire qui permet leur utilisation en cascade (nécessaire dans le cas d'une décomposition en plusieurs niveaux de résolution) sans recourir à aucune compensation de phase. Parmi les filtres numériques utilisables pour la Transformée en Ondelettes, les seuls symétriques et garantissant une reconstruction parfaite sont ceux des bases biorthogonales issus des fonctions d'échelle B-Spline décrit dans [DAUB92] [MALLA]. Les coefficients de ces filtres sont donnés dans le Tableau II-4, leur spectres d'amplitude sont représentés sur la Figure II-18.

Filtre de la première famille					
N	±0	±1	±2	±3	±4
$2^{-1/2} h_0(n)$	$3/4$	$1/4$	$-1/8$	0	0
Filtre de la deuxième famille					
N	±0	±1	±2	±3	±4
$2^{-1/2} h_0(n)$	0.602949	0.266864	-0.078223	-0.016864	0.026749
Filtre de la troisième famille					
N	±0	±1	±2	±3	±4
$2^{-1/2} h_0(n)$	0.6	0.25	-0.05	0	0

Tableau II-4 : Coefficients des filtres passe-bas de décomposition

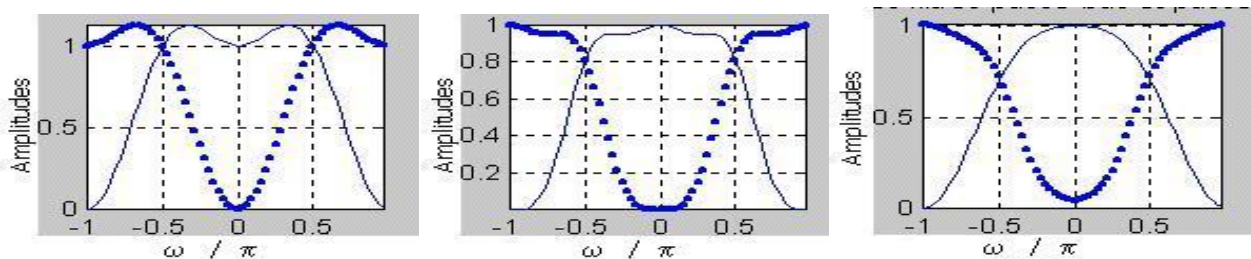


Figure II-18 : Spectres d'amplitude des filtres biorthogonaux de décomposition des trois familles respectives (Trait épais = passe-haut, Trait fin = passe-bas)

j) Des filtres 1D aux filtres 2D

Les filtres étant symétriques, leur transformée de Fourier s'écrit sous forme de série en $\cos(n\omega)$. Soit pour un filtre de longueur $2L - 1$:

Chapitre II : Outils de décomposition

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{L-1} a(n) \cos(n\omega) \quad (II-52)$$

avec $a(0) = h(0)$, $a(n) = 2.h(n)$

Polynôme de Chebyshev

Le terme $\cos(n\omega)$ peut s'exprimer sous la forme d'un polynôme de Chebyshev T_n d'ordre n avec $\cos(\omega)$ comme variable. Si on pose $x = \cos(\omega)$, ce polynôme peut être évalué pour une variable quelconque x de manière récursive à partir des expressions de $\cos(n\omega)$ et de $\sin(n\omega)$:

pour n quelconque

$$\cos(n\omega) = \cos((n-1)\omega) \cdot x - \sin((n-1)\omega) \cdot \sqrt{1-x^2} \quad (II-53)$$

$$\sin(n\omega) = \sin((n-1)\omega) \cdot x + \cos((n-1)\omega) \cdot \sqrt{1-x^2} \quad (II-54)$$

pour n pair

$$\cos(n\omega) = 2 \cdot \cos^2(n\omega/2) - 1 \quad (II-55)$$

$$\sin(n\omega) = 2 \cdot \sin(n\omega/2) \cos(n\omega/2) \quad (II-56)$$

L'évaluation du polynôme de Chebyshev est implémentée par [chebycos.m](#) (Aide en Annexe IV)

Transformée de McClellan [MRSRO] et contraintes

L'utilisation du polynôme de Chebyshev est nécessaire puisque la Transformée de McClellan consiste à remplacer $\cos(\omega)$ par un filtre 2D à phase nulle $F(\omega_1, \omega_2)$. Ce qui donne un filtre 2D passe-bas :

$$H(\omega_1, \omega_2) = \sum_{n=0}^{L-1} a(n) T_n(F(\omega_1, \omega_2)) \quad (II-57)$$

La forme la plus simple de F s'accordant avec l'échantillonnage en quinconce est donnée par :

$$F(\omega_1, \omega_2) = A + B \cos(\omega_1) + C \cos(\omega_2) \quad (II-58)$$

La condition d'un filtrage passe-bas étant $F(0,0) = 1$ (à l'origine des fréquences), on obtient :

$$A + B + C = 1 \quad (II-59)$$

Pour éviter le recouvrement, $H(\pi,\pi)$ doit être nul. Il doit donc être imposé que $F(\pi,\pi) = -1$. Ce qui implique :

$$A - B - C = -1 \quad (II-60)$$

Chapitre II : Outils de décomposition

D'où $A = 0$.

Pour que la forme du filtre suive le gabarit de la cellule de Voronoï, l'erreur suivante doit être minimisée :

$$E(\omega_1, \omega_2) = \iint_{(\omega_1, \omega_2) \in U_c} [\cos(\omega_b) - F(\omega_1, \omega_2)]^2 d\omega_1 d\omega_2 \quad (II-61)$$

avec $\omega_b = \pi/2$ correspondant à la fréquence de coupure du filtre.

U_c correspond à la cellule de Voronoï de la couche en quinconce, soit :

$$|\omega_1| - \pi/2 < \omega_2 < \pi/2 - |\omega_1| \quad \text{et} \quad -\pi/2 < \omega_1 < \pi/2 \quad \text{pour les bornes d'intégration}$$

L'évaluation de cette intégrale donne :

$$E(\omega_1, \omega_2) = 2BC \pi + (B^2 + C^2)(\pi^2/4 + 1) \quad (II-62)$$

En remplaçant C par $1 - B$ (d'après (8) et (9)), on obtient :

$$E(\omega_1, \omega_2) = (1 - 2B + 2B^2) K1 + (2B - 2B^2) K2 \quad (II-63)$$

avec $K1$ et $K2$ constantes

Cette erreur est minimale pour $B = 1/2$

On en déduit finalement :

$$F(\omega_1, \omega_2) = (\cos(\omega_1) + \cos(\omega_2)) / 2 \quad (II-64)$$

Application aux filtres biorthogonaux

L'application de la Transformée de McClellan aux filtres biorthogonaux donne des filtres 2D dont les coefficients sont disposés en losange tel que représenté sur la Figure II-19 :

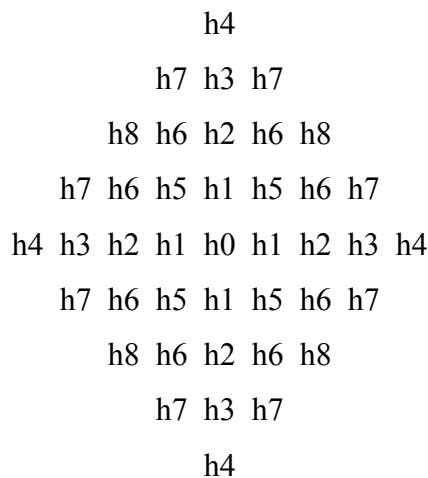


Figure II-19 : Disposition des coefficients des filtres en diamant

Les spectres d'amplitude respectifs des filtres issus des trois familles décrites au tableau II-4 sont donnés sur la Figure II-20, leurs coefficients sont listés sur le [Tableau II-5](#). Ils sont obtenus par diamondshape.m.

	Première famille	Deuxième famille	Troisième famille
h0	7/8	0.687859	0.65
h1	1/8	0.139756	0.125
h2	-1/32	-0.019555	-0.0125
h3	0	-0.002108	0
h4	0	0.001671	0
h5	-1/16	-0.052486	-0.025
h6	0	-0.006324	0
h7	0	0.006687	0
h8	0	0.010030	0

Tableau II-5 : Coefficients des filtres 2d en diamant

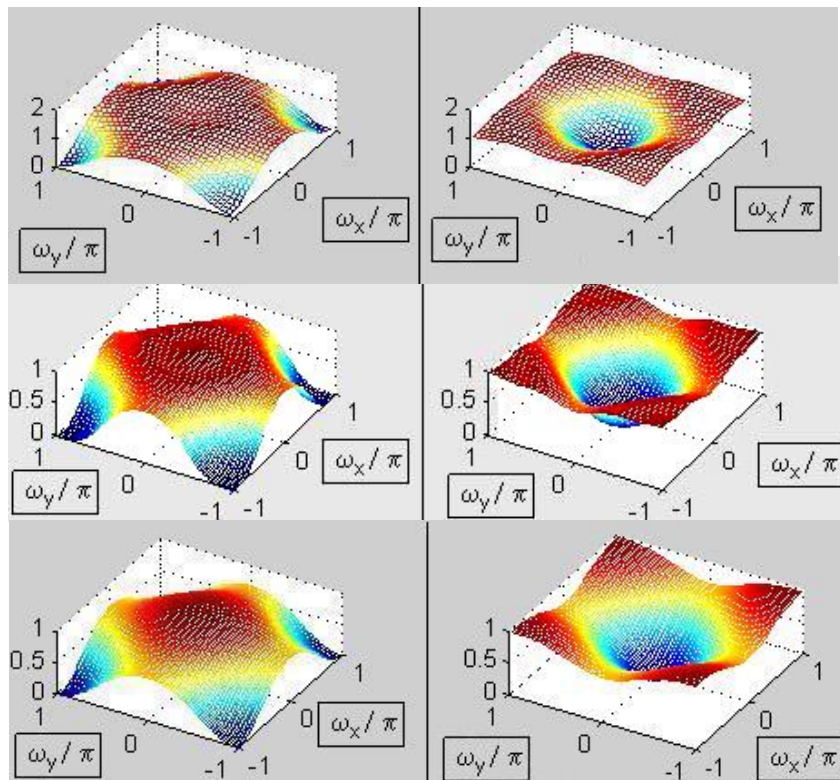


Figure II-20 : Spectre d'amplitude des filtres passe-bas (à gauche) et passe-haut (à droite) des trois familles respectives (de haut en bas)

k) Particularités de la TONS

Les filtres 2D en diamants associés à un échantillonnage en quinconce permettent ainsi de réaliser une Transformée en Ondelettes non-séparable. Le rapport de sous-échantillonnage, étant de $\sqrt{2}$, permet d'obtenir plus de niveaux de résolution que pour le cas Dyadique. Il faut toutefois remarquer que la Transformée de McClellan, telle que décrite, n'est utilisable qu'avec des filtres symétriques. La transformée de Fourier de ces derniers s'exprime en effet en série de cosinus pour laquelle seule est applicable la Transformée de McClellan.

IV.3.3 Transformée de Gabor 2D

La version de base de la Fonction de Gabor 2D est donnée par [DAUG][LEE] :

$$g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma\beta}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma^2} + \frac{y^2}{\beta^2}\right)} e^{i[\xi_0 x + \eta_0 y]} \quad (II-65)$$

x, y : coordonnées spatiales

σ, β : écarts types respectifs selon les axes x et y

ξ_0, η_0 : fréquences respectives selon les axes x et y

Cette formule correspond à une fonction circulaire. La forme elliptique orientée est obtenue en opérant une rotation des axes :

$$\begin{pmatrix} x_\theta \\ y_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (II-66)$$

Ce qui donne :

$$g(x, y, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{8\sigma^2}(4(x \cos \theta + y \sin \theta)^2 + (-x \sin \theta + y \cos \theta)^2)} e^{i[\xi_0 x + \eta_0 y]} \quad (II-67)$$

avec : $\xi_0 = \omega_0 \cos \theta$ $\eta_0 = \omega_0 \sin \theta$ ω_0 : fréquence radiale

La Transformée de Gabor 2D (TG) consiste à déterminer des coefficients obtenus en effectuant un produit scalaire donné par :

$$TGf(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) g(x - x_0, y - y_0) dx dy \quad (II-68)$$

Cette transformée possède la particularité d'être basée sur une fonction 2D de Gabor orientable. Cette dernière est constituée d'une enveloppe Gaussienne elliptique orientable modulée selon l'axe court de l'ellipse par des oscillations. De ce fait, on peut considérer la

Transformée 2D de Gabor comme une sorte de filtrage sélectif selon l'axe court combiné à un filtrage passe bas selon l'axe long. Cette particularité permet d'isoler des détails selon une direction privilégiée. L'ellipse de l'enveloppe de même que les oscillations sont orientables.

Les fonctions de Gabor sont implémentées par [gabor.m](#) pour la fonction de base en un point et [gabormat.m](#) pour les versions orientées avec une grille de points.

Les figures ci-dessous représentent les fonctions 2D de Gabor selon différentes orientations

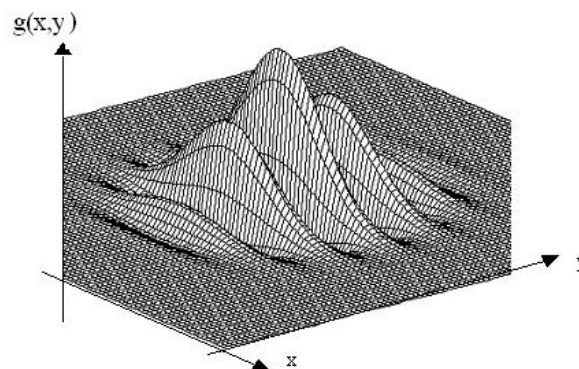


Figure II-21 : Fonction de Gabor 2D représentée en trois dimensions

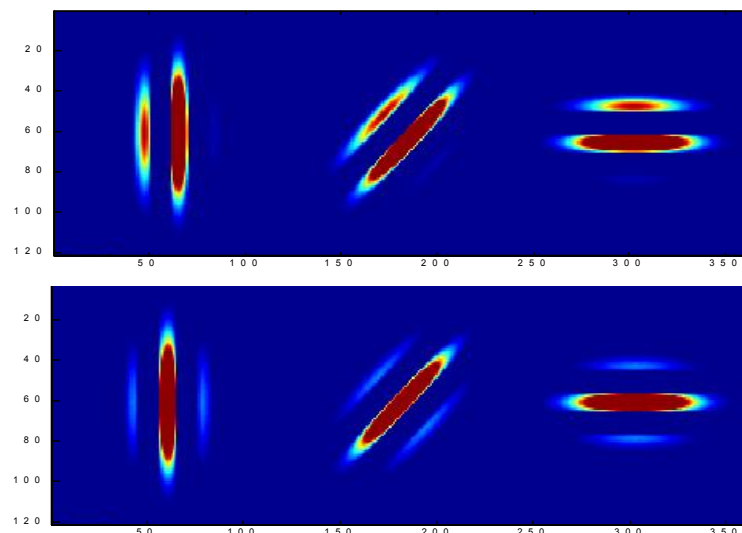


Figure II-22 : Fonction de Gabor 2D représentée en pseudo-couleurs

IV - 4 Conclusion

Ce paragraphe fait apparaître deux types de transformées (séparables et non séparables). Dans tous les cas, il s'agit d'une extension au cas 2D, des transformées applicables aux signaux.

Pour la TOS, les images sont considérées en signaux de lignes et colonnes. Les différents niveaux de résolution sont obtenus par sous échantillonnage dyadique.

Pour la TONS, on utilise directement des filtres 2D obtenus à partir de filtres 1D issus des ondelettes 1D. Ces filtres sont obtenus à l'aide d'une Transformée de Mc Clellan. La multi résolution est obtenue par un sous échantillonnage en quinconce.

Pour la TG, les Fonctions de Gabor 2D de forme elliptique sont utilisées. Celles ci permettent d'isoler des détails en fonction de leur orientation. La multi résolution est obtenue par dilatation des FG et par augmentation du pas d'échantillonnage de la TG.

V Conclusion du chapitre

Pour les signaux comme pour les images, la Transformée en Ondelettes ou la Transformée de Gabor ne sont autres que des projection d'un espace en plusieurs sous espaces. Pour la Transformée en Ondelettes, ces sous espaces mettent en évidence une forme globale, l'approximation, en plus d'un certains nombre de détails qui diffèrent en fonction de chacun des sous espaces. Pour la Transformée de Gabor, seuls les détails sont présents après projection.

Pour les images, l'orientation peut constituer un paramètre supplémentaire. Il est pris en compte avec la Transformée en Ondelettes Séparable (détails verticaux, horizontaux et diagonaux) et aussi avec la Transformée de Gabor avec des valeurs discrètes de 0 à π . Il est ignoré avec la Transformée en Ondelettes Non Séparable.

Il semble évident que le choix d'une Transformée donnée dépend de l'application envisagée. En caractérisation d'images, la prise en compte ou non de l'orientation repose sur l'importance que peut revêtir ce paramètre dans la spécificité d'un défaut ou d'une qualité. En l'absence d'une information à priori, il est souvent nécessaire d'effectuer une étude comparative avec des situations parfaitement définies.

VI Bibliographie

- [COHEN] L. COHEN, "Time-Frequency Analysis," Prentice Hall, New Jersey, 1995
- [GAB] D. GABOR, "Theory of Communication," Journal of IEE, Vol. 93, pp. 429-457, 1946
- [BAST] M. J. BASTIAANS, "Gabor's Signal Expansion and Degrees of Freedom of a Signal," Proceeding IEEE, Vol. 68, pp. 538-539, 1980.
- [GROSS] A. GROSSMANN and J. MORLET, "Decomposition of Hardy Functions into square Integrable Wavelets of Constant Shape," SIAM Journal of Mathematics, Vol. 15, pp. 723-736, 1984.
- [GOUP] P. GOUPILLAUD, A. GROSSMANN, and J. MORLET, "Cycle Octave and Related Transform in Seismic Signal Analysis," Geoexploration, Vol. 23, pp. 85-102, 1985/1984.
- [MALLA] S. MALLAT, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Transform," IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 11, pp. 674-693, July 1989.
- [DUFFIN] R. J. DUFFIN and A. C. SCHAEFFER, "A Class of Nonharmonic Fourier Series," Transactions on American Mathematic Society, Vol. 72, pp. 341-366, 1952.
- [LEE] T.S.LEE, "Image Representation Using 2D Gabor Wavelets", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, VOL.18, N°.10, 1996
- [MEYER] Y. Meyer, "Wavelet and operators", New York: Cambridge University Press, 1992

- [DAUG] J.G.DAUGMAN, "Complete Discrete 2-D Gabor Transforms", IEEE Transaction On Acoustic Speech and Signal Processing, Vol.36, N°.7, JULY 1988.
- [DAUB90] I. DAUBECHIES, "The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis," IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 36, N° 5, September 1990.
- [DAUB92] I. DAUBECHIES, "Ten Lectures on Wavelets," SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1992.
- [SHENSA] M. J. SHENSA, "The Discrete Wavelet Transform: Wedding the A Trous and Mallat Algorithms", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 40, N° 10, pp. 2464-2482, October 1992.
- [DUTIL] P. DUTILLEUX, "An Implementation of the Algorithme à Trous to compute the Wavelet Transform," Wavelets: Time-Frequency Methods and Phase Space. Berlin Springer, IPTI, pp. 286-297, 1989.
- [SMITH] M. J. T. SMITH and T. P. BARNWELL III, "Exact reconstruction Techniques for Tree-Strutured Subband Coders," IEEE Transactions on Acoustic Signal Speech Processing, N°34, pp. 434-441, 1986.
- [DAUB.LAG91] I. DAUBECHIES and J. LAGARIAS, " Two-Scale Difference Equations I. Existence and Global Regularity of Solutions," SIAM Journal of Math. Analysis, N°22, pp. 1388-1410, 1991.
- [DAUB.LAG92] I. DAUBECHIES and J. LAGARIAS, " Two-Scale Difference Equations II. Local Regularity, Infinite Products of Matrices and Fractals," SIAM Journal of Math. Analysis, N°24, 1992.

- [MOJ] A. MOJSILOVIC and Al, "Characterization of Visually Similar Diffuse Diseases From B-Scan Liver Images Using Nonseparable Wavelet Transform", IEEE Transaction on Medical Imaging, Vol. 17, N°. 4, pp. 541-549, August 1998.
- [BIJA] A.BIJAOUI er Al, "Restauration des Images Multi-Echelles par l'Algorithme à Trous," Traitement du Signal, Vol. 11, N°3, pp. 229-243, Juin 1994
- [DUBOIS] E. DUBOIS, "The sampling and reconstruction of time varying image with application in video systems," Proc. IEEE., Vol. 73, pp. 502-1985, April 1985.
- [KEVA] J. KEVACEVIC and M. VETTERLI, "Nonseparable multidimensional perfect reconstruction filter bank and wavelet bases for R^n ," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 38, pp. 533-555, Mars 1992.
- [VISC] E. VISCITO AND J. P. ALLEBACH, "The Analysis and Design of Multidimensionnal FIR Perfect Reconstruction Filter Banks for Arbitrary Sampled Lattices," IEEE Transaction on Circuits System., Vol. 38, pp. 29-41, January 1991.
- [MRSRO] R. M. MERSEREAU, W. F. G. MECKLENBRAUKER AND T. F. QUATIERI, "Mc Clellan Transformation for Two-dimensional Digital Filtering: I-design," IEEE Transaction on Circuits System., Vol. 23, pp. 405-413, July 1976.
- [RAHH] RAHHALA, "La Fabuleuse Atlante perdue des sables," Site <http://www.rahhala.net/consultcourrier.php?id=134>

Chapitre III. Méthodes de Classification

I Introduction

La classification est l'ensemble des techniques qui, partant d'un ensemble de données décrites par des degrés de dissimilarité, parviennent à construire des classes où se regroupent les objets les plus similaires.

En général, on explore le contenu d'une image afin de découvrir les propriétés géométriques ou texturales des régions de celle-ci.

Les méthodes de classification sont très diversifiées et peuvent être regroupées en différentes catégories. Néanmoins, le but de toute méthode de classification est de trouver des classes spectrales qui regroupent les individus les plus proches d'une part et ayant le plus petit degré de similarité inter-classes d'autre part.

II Différents Types de Classification

Il existe trois branches principales de la classification (Figure 1) il s'agit de : Classification automatique, Classification Linéaire et Classification Discriminante. [HAMD94]

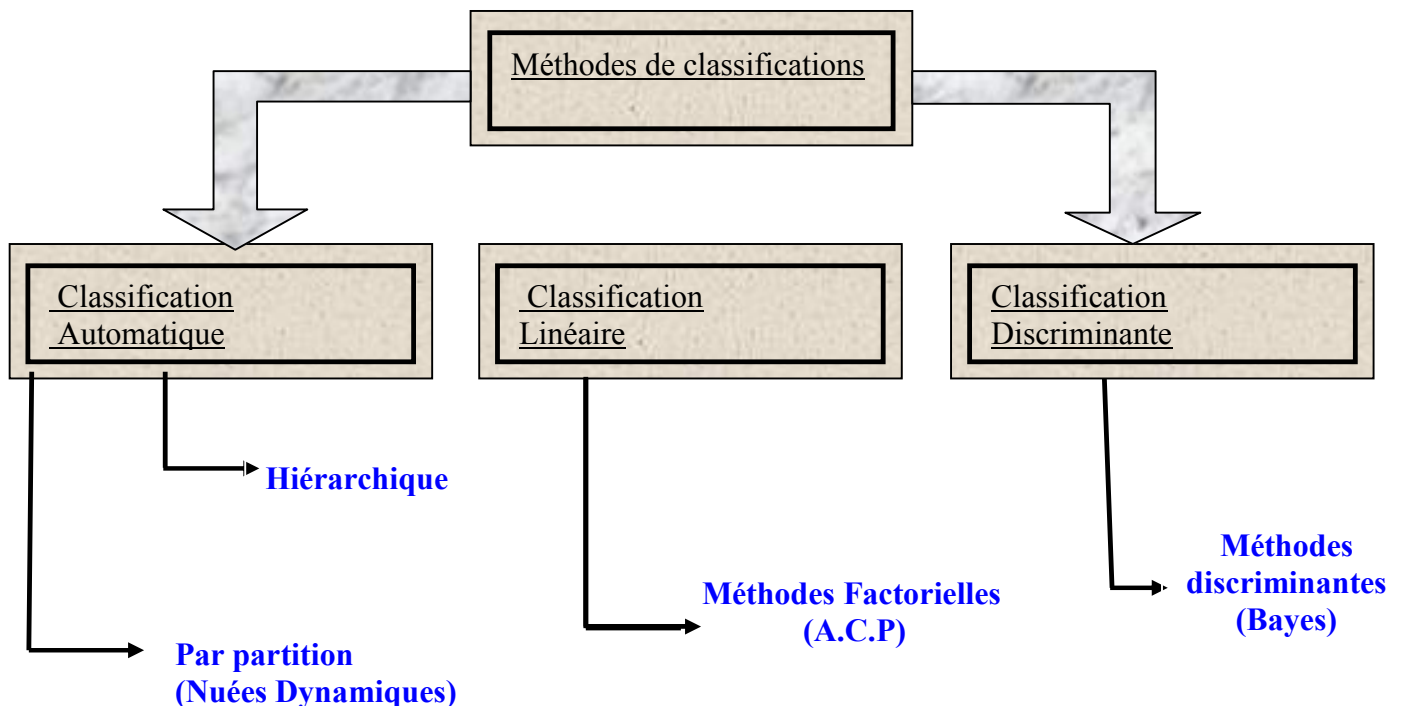


Figure III-1 : Les Branches Principales de la Classification

II - 1 Classification Automatique

La classification automatique est un ensemble de méthodes qui consistent à découper une population d'objets en différentes classes, en tenant compte des variables qui les caractérisent.

Il existe deux types de méthodes automatiques:

Celles où les classes sont emboîtées selon une hiérarchie: classification hiérarchique.

Celles où les classes forment une partition.

II.1.1 Classification Hiérarchique [TZA 86]

Ce type de classification transforme essentiellement une matrice de données en un diagramme. Ces techniques se déroulent généralement comme suit:

- a) Associer chaque objet à une classe unique.
- b) Déterminer dans le tableau des proximités la valeur minimale et joindre en une seule classe les objets correspondants.
- c) Retour en (b) jusqu'à obtenir une seule classe qui rassemble tous les objets.

II.1.2 Classification par la méthode des Nuées Dynamiques

Cette méthode est une dérivée des méthodes de classification par partition. Les méthodes de type Nuées dynamiques permettent de trouver une partition unique de cet ensemble. Ceci se fait en améliorant de façon itérative un certain critère. En général, ces méthodes minimisent la distance entre les différents individus et les noyaux des classes.

Le principe de cette méthode est que l'opérateur choisit initialement un certain nombre de classes et affecte à chacune d'elles un noyau respectif. Chaque pixel de l'image ou plus généralement chaque individu est associé au noyau le plus proche.

On réalise ainsi une première partition. On calcule ensuite les nouveaux noyaux. On réitère le processus jusqu'à ce que les individus ne changent plus de classes. Le processus sera donc stabilisé.

II.1.3 Classification par la Méthode de Quantification Vectorielle

La quantification vectorielle consiste en une partition de l'espace euclidien à k dimensions R^k en certain nombre de classes décrites par leur centre de gravité (ou centroïde)

respectif.

Un vecteur de paramètres provenant de l'analyse de l'image est représenté par un vecteur appartenant à un ensemble fini. Les centroïdes, qui représentent les centres des classes, constituent ce qu'on appelle un dictionnaire ou codebook. La substitution d'un vecteur par son centroïde entraîne une erreur de distorsion.

La distorsion totale sur une classe s'exprime:

$$d(\text{classe}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k \frac{(v_{ij} - c_j)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{III-1})$$

où :

k nombre de paramètres.

m nombre des vecteurs d'une classe.

v_{ij} la j ème composante du i ème vecteur.

c_j le centre de gravité de la classe.

σ_j^2 la variance du coefficient.

L'algorithme:

Le centroïde de départ est le centre de gravité des m vecteurs à quantifier.

Tant que le nombre de classes voulu n'est pas atteint, on éclate en deux la classe qui a la plus grande distorsion totale. Il suffit pour cela de perturber légèrement les coefficients du centroïde.

On positionne les vecteurs dans les nouvelles classes ainsi créés et on recalcule les centroïdes pour chacune d'elles, ceci tant que la distance maximum entre un centroïde et son prédécesseur excède un certain seuil.

II - 2 Classification Linéaire

Parmi les méthodes qui se basent sur la classification linéaire, la classification factorielle est la plus intéressante.

II.2.1 Classification Factorielle [HAMD94]

Thurstone a proposé de considérer que chaque individu est un parallélépipède rectangle mesuré par un certain nombre de variables: longueur des diagonales, surface, ...

Il montre ensuite que l'analyse factorielle donne trois axes qui expriment successivement

la longueur, la largeur et la hauteur.

Ainsi le but des méthodes factorielles est de faire ressortir de façon synthétique les grandeurs sous-jacentes à un tableau de données même si elles n'étaient pas clairement exprimées par l'une des variables.

Parmi les méthodes qui se basent sur ce principe, l'Analyse des Composantes Principales (ACP) est sans doute la plus populaire. C'est une méthode descriptive dont le but est de représenter un tableau de données quantitatives. Elle permet d'analyser un tableau de données statistiques $X(n, p)$ représentant n individus décrits par p variables.

l) Le but de l'ACP

Etant donné un tableau X de valeurs numériques à n lignes et p colonnes de terme général X_{ij} , est-il possible de reconstituer les np valeurs X_{ij} à partir d'un plus petit nombre de valeurs numériques?

m) Le principe de la méthode d'Analyse par Composantes Principales

Le tableau X peut être représenté géométriquement. Les n lignes peuvent être considérées comme les coordonnées de n points dans un espace à p dimensions. Les p colonnes du tableau X peuvent représenter les coordonnées de p points dans un espace à n dimension.

On recherche d'abord le sous espace de dimension 1 qui ajuste au mieux le nuage, ce qui revient à trouver la plus grande valeur propre de la matrice $X'X$. le vecteur propre correspondant représentera le vecteur directeur de cet espace à une dimension.

Il faut ensuite rechercher un autre espace à deux dimensions. Pour cela, on recherche la deuxième plus grande valeur propre de $X'X$. Le vecteur propre correspondra au deuxième axe de l'espace à deux dimensions.

De la même façon, on recherchera les autres sous-espaces. On calculera au fur et à mesure le taux d'inertie cumulée.

Ainsi, ACP arrive à concentrer la plus grande partie de l'information globale dans une nouvelle image.

II - 3 Classification Discriminante (Classification Bayesienne)

Elle permet non seulement de trouver des plans de projection qui séparent au mieux les individus, mais elle peut aussi être utilisée dans un but décisionnel afin de trouver la classe d'appartenance d'un individu qui n'était pas dans le tableau des données initial. La méthode de Bayes appartient à cette catégorie.

II.3.1 Formule de Bayes

On suppose la disponibilité de N_i échantillons à partir des classes w_i ($i=1 \dots C$). La distribution de la probabilité à priori $p(w_i)$ est la probabilité qu'un vecteur d'attribut observé au hasard x appartient à la classe w_i , supposée connue à priori.

La densité de probabilité conditionnelle $p(x/w_i)$ est la densité de probabilité de tout x qui appartient à la classe w_i ; appelée aussi fonction de vraisemblance de la classe w_i .

La fonction de densité de probabilité à posteriori $p(w_i/x)$ est l'outil le plus pertinent pour la classification d'un vecteur d'attribut x . Elle représente la probabilité que x est dérivé à partir d'un objet appartenant à la classe w_i , et peut être calculée à partir des vraisemblances et des priorités par la formule de Bayes:

$$p(w_i/x) = \frac{p(w_i)p(x/w_i)}{p(x)} \quad (III-2)$$

$p(x)$: terme de normalisation donné par:

$$p(x) = \sum_{i=1}^C p(w_i)p(x/w_i) \quad (III-3)$$

avec C : Nombre total de classes considéré

La condition à vérifier est:

$$\sum_{i=1}^C p(w_i/x) = 1 \quad (III-4)$$

II.3.2 Décision BAYESIENNE

La règle de décision d'un classifieur est la fonction $\hat{w} = w_i$; c-à-d la fonction qui assigne une étiquette de classe à chaque vecteur d'attribut. Cette règle est basée sur le paramètre risque conditionnel, lui-même fonction d'une caractéristique de perte et de $p(w_i/x)$.

L_{ij} (la perte) est un nombre arbitraire qui associe le classement d'un vecteur à la classe w_j quand sa vraie classe est w_i .

$$L_{ij} = 1 - \delta_{ij} \quad (III-5)$$

Le risque conditionnel est la perte prévue en assignant le vecteur x à la classe w_j , donné par:

$$r_{w_j}(x) = \sum_{i=1}^C L_{ij} p(w_i/x) \quad (III-6)$$

Donc en donnant un plan d'extraction d'attributs et une matrice de perte, on peut construire le classifieur qui minimise le risque, ce classifieur est appelé le classifieur de Bayes.

Pour le classifieur de Bayes la règle de décision est donnée par:

$$\hat{w}(x) = w_i \quad \text{si} \quad r_{w_i}(x) \leq r_{w_j}(x) \quad \forall j \in [1, C] \quad (III-7)$$

Pour $L_{ij} = 1 - \delta_{ij}$ on aura

$$r_{w_j}(x) = \sum_{i=1}^C (1 - \delta_{ij}) p(w_i/x) = 1 - p(w_j/x) \quad (III-8)$$

Donc la règle de décision devient :

$$\hat{w}(x) = w_i \quad \text{si} \quad p(w_i/x) \geq p(w_j/x) \quad \forall j \in [1, C] \quad (III-9)$$

La règle de décision dans le terme de la classe de vraisemblance:

$$\hat{w}(x) = w_i \quad \text{si} \quad p(x/w_i)p(w_i) \geq p(x/w_j)p(w_j) \quad \forall j \in [1, C] \quad (III-10)$$

Puisque la règle de décision assigne chaque point de l'espace d'attributs à l'une des C classes, on peut considérer l'espace d'attributs comme s'il est partitionné dans C régions de décisions $\{R_i\} \quad i=1 \dots C$ tel que un vecteur qui appartient à la région j est assigné à la classe w_j . Les frontières de décisions sont toujours linéaires.

Si on définit $d_i(x) = p(x/w_i)p(w_i)$ donc la frontière de décision entre la classe w_i et w_j

contient tous les points qui satisfont $d_i(x) = d_j(x)$.

Puisque l'estimation de la classe a priori $p(w_i)$ est connue, il y a deux approches possible pour désigner le classifieur de Bayes, basée soit sur la classe conditionnelle de vraisemblance soit sur la densité de probabilité a posteriori. Si l'un deux est connu, on peut désigner le classifieur de Bayes optimal.

Même quand le classifieur de Bayes est optimal, il reste quelques erreurs de classification incorrecte dues à la nature d'espace d'attributs où la classe de vraisemblance dépasse, tel que les vecteurs de la classe w_i peuvent tomber en dehors de la région R_i .

L'erreur de Bayes ε est l'espérance des vecteurs d'attributs trouvés dans des régions de décision erronées:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^C \int_{\cup R_j} \dots \int p(x/w_i) p(w_i) dx \quad (III-11)$$

Le seul chemin pour décroître l'erreur ε est de construire d'autres attributs qui minimisent l'espérance entre les classes de vraisemblances.

Malgré ce classifieur optimal, il existe quelque limites dans le pratique pour la construction du classifieur de Bayes. Le classifieur exige une connaissance parfaite de la densité de probabilité pertinente qui n'est pas disponible dans la pratique et doit être déduite à partir des données disponibles.

Une approche est d'assumer une certaine forme paramétrique (une gaussienne) pour la classe de vraisemblance conditionnelle et d'estimer les paramètres dirigeant cette distribution (classifieur paramétrique). Une autre approche est d'estimer la classe de vraisemblance directement à partir de données dans le voisinage local dans l'espace d'attributs (classifieur non paramétrique).

II.3.3 Classifieur Paramétrique:

Le classifieur paramétrique assume que la classe conditionnelle de vraisemblance a une forme conditionnelle connue qui dépend de paramètres. Beaucoup de classifieurs paramétriques sont disponibles en utilisant un mélange de distributions paramétriques, dans notre étude, on

traitera le classifieur Gaussien.

Le classifieur Gaussien assume que les classes de probabilité conditionnelle sont Gaussiennes:

$$p(x/w_i) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |C_i|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - m_i)^T C_i^{-1}(x - m_i)\right] \quad (III-12)$$

d : *dimension d'espace d'attributs .*

$m_i = E[X]$: *moyenne de distribution.*

$C_i = E[(X - m_i)(X - m_i)^T]$: *matrice de covariance.*

Cette distribution dépend sur $d+1/2$ $d(d-1)$ paramètres, les estimateurs de ces paramètres sont obtenus par la Méthode du Maximum de Vraisemblance.

Donc un classifieur paramétrique est désigné en estimant les paramètres de densité exigés. Après, toute densité pertinente est connue dans l'espace d'attributs et un échantillon est classifié en utilisant la règle de décision de Bayes.

II.3.4 Classifieur Non Paramétrique

En contradiction avec la section précédente, cette section concerne les classifieurs qui n'assument pas des formes paramétriques connues a priori pour les classes de vraisemblances $p(x/w_i)$ mais les estiment directement à partir des modèles des échantillons.

Pour classifier un échantillon donné, seulement les densités autour de cet échantillon sont estimées à partir de l'ensemble de modèle.

En donnant un modèle d'ensemble et un échantillon à classifier, il y a deux approches à évaluer l'estimation de la densité donnée par: $p(x) \approx \frac{k}{Nv}$:

Fixer une région s autour de x dans l'espace d'attributs et compter k (le nombre des échantillons qui appartiennent à cette région), ceci est l'approche de fenêtre de Parzen.

Fixer k et déterminer le volume v (le volume de s), ceci conduit au classificateur k plus proche voisin (k -ppv).

II.3.5 Classifieur k-ppv

Le classifieur k plus proche voisin (k-ppv) basé sur la formule $p(x) \approx \frac{k}{Nv}$ dans laquelle k est fixé, estime la densité autour de x . Donc on assume que l'espace d'attributs est un espace métrique; c-à-d il existe quelque fonctions $d(x, y)$ qui expriment la distance entre deux points dans l'espace d'attributs. Une est utilisée fréquemment est la distance Mahalanobis :

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^d (x - y)^T C^{-1} (x - y) \quad (III-13)$$

où C est la matrice de covariance estimée à partir du modèle d'ensemble, si C est la matrice d'identité, on obtient la distance Euclidienne :

$$d(x, y) = \sum_{i=1}^d (x_i - y_i)^2 \quad (III-14)$$

Si la distance Mahalanobis est utilisée, la région S est une hyper-ellipse dans l'espace d'attributs, dans le cas Euclidien c'est une hyper-sphère.

Pour un problème de classification avec de nouveaux modèles d'échantillons N dans C classes avec N_i échantillons dans la classe w_i . Pour classifier x , on doit trouver les k échantillons et déterminer le volume v dans lequel ces échantillons résident. Supposant qu'il y a k_i échantillon de classe w_i ; la classe de vraisemblance, la densité conditionnelle et la classe de priorité peuvent être estimées comme suit:

$$p(x/w_i) \approx \frac{k_i}{N_i v} \quad (III-15)$$

$$p(x) \approx \frac{k}{Nv} \quad (III-16)$$

$$p(w_i) \approx \frac{N_i}{N} \quad (III-17)$$

Insérant ceci dans la règle de décision de Bayes:

$$\hat{w}(x) = w_i \text{ si } p(x/w_i)p(w_i) \geq p(x/w_j)p(w_j) \forall j \Rightarrow k_i \geq k_j \forall j \in [1, C] \quad (III-18)$$

Ceci mène à une procédure de classification très simple: l'échantillon x doit être assigné à cette classe auquel la plus grande part de ces k appartiennent. Puisque cette règle est dérivée à partir de la règle de Bayes, elle est optimale dans le sens qu'elle minimise le risque conditionnel.

III Les Techniques de Classification

Les techniques de classification peuvent être regroupées en deux grandes catégories, selon que l'on dispose ou non de prototypes dont on connaît l'appartenance aux différentes classes;

Méthodes de Classification Supervisées :

Exemple: la classification des images texturées dans l'une de C classes prédéfinis;

Méthodes de Classification Non Supervisées :

Exemple: la segmentation des images dans laquelle chaque pixel est classifié à une certaine classe dans le but de la division de l'image en C régions homogènes.

III - 1 Classification Supervisée

La classification supervisée est une technique qui utilise une base de connaissance composée de prototypes décrivant les différentes classes. L'idée principale des classifications supervisées est de calculer la probabilité d'appartenance d'un attribut à toutes les classes, et de l'affecter à la classe qui présente une valeur de probabilité maximum.

L'objectif des techniques de classification supervisée est de concevoir un classifieur. Désigner un classifieur c'est trouver une règle de décision. Cette règle, en donnant un vecteur d'attribut x , l'assigne à la classe w_i .

Le classifieur nécessite une phase d'apprentissage et une phase de test.

La classification supervisée peut être envisagée sous deux aspects :

Le premier aspect se compose de méthodes basées sur l'utilisation de la notion de distance pour évaluer les classes similaires, il s'agit de l'Approche Géométrique.

Le deuxième aspect consiste à exploiter les caractéristiques statistiques de la distribution des différentes classes, il s'agit de l'Approche Statistique.

III.1.1 L'Approche Géométrique

Cette approche est basée sur le principe que la distance séparant deux prototypes dans l'espace des attributs est une mesure de leur ressemblance.

Pour classer les prototypes, nous retiendrons que les distances séparant les prototypes assignés à une même classe sont plus petites que celles séparant les prototypes provenant de classes différentes, parmi les méthodes qui font appel à ce concept, on peut citer:

Parallélépipède:

En utilisant les valeurs minimum et maximum pour chaque bande, un hyperbox ou Parallélépipède, peut être décrit dans l'espace des pixels pour chaque classe.

Si un pixel appartient à une hyperbox, il fait par conséquent partie de la classe correspondante. Cependant, si un pixel appartient à plusieurs boîtiers en même temps, on prend la classe dont le centre est le plus proche du pixel en question.

Centroïde :

C'est une méthode qui se base sur la plus petite distance Euclidienne d'un pixel v à un centre de classe m :

$$D(v, w_i) = \sqrt{\sum (v_j - m_{ij})^2} \quad \text{pour } j \text{ de } 1 \text{ à } n \text{ (} n \text{ est le nombre de pixels)} \quad (III-19)$$

III.1.2 L'Approche Statistique

Cette approche exploite l'information apportée par les prototypes pour déterminer les caractéristiques statistiques de chacune des classes à classer.

Dans ce type de classification, on utilise généralement la règle de Bayes que l'on détaillera. Deux approches sont à considérer dans ce même cadre, selon que l'on suppose ou

non l'existence d'un modèle mathématique pour les fonctions de densité de probabilité des classes en présence : paramétrique ou non paramétrique.

III.1.3 Types de Classifieurs

Paramétriques:

Les méthodes paramétriques assument que la classe conditionnelle de vraisemblance $p(x/w_i)$ a une forme conditionnelle connue qui dépend de paramètres. Beaucoup de classifieurs paramétriques sont disponibles en utilisant un mélange de distributions paramétriques.

Non Paramétriques:

En contradiction avec la section précédente, cette section concerne les méthodes qui n'assument pas des formes paramétriques connues à priori pour les classes de vraisemblances $p(x/w_i)$ mais les estiment directement à partir des modèles de prototypes.

Pour classifier un prototype donné, seules les densités autour du prototype sont estimées à partir de l'ensemble de modèles.

III - 2 Classification Non Supervisée

C'est le cas le plus difficile, où la seule information disponible est celle qui peut être extraite de l'ensemble des prototypes à classer.

On ne possède pas de prototypes ni d'information a priori sur les classes, même leur nombre n'est pas connu à l'avance.

La seule information accessible à partir des données disponibles est la fonction de densité de probabilité sous-jacente à la distribution de l'ensemble des observations à classer.

[POST87]

Les procédures de classification automatique non supervisées peuvent être regroupées en deux catégories, selon que toutes les observations disponibles sont prises en

compte simultanément pour découvrir l'existence des classes, appelée procédures globales ou que l'on considère les relations entre les observations et leurs voisines, afin de découvrir la structure de la distribution, appelée procédures locales.

III.2.1 Procédures Globales

Ces méthodes considèrent l'ensemble des observations disponibles pour les séparer en classes, en utilisant des techniques d'optimisation de critères qui indiquent la répartition entre les différentes classes .

III.2.2 Procédures Locales

Les méthodes basées sur les procédures locales analysent de manière plus ponctuelle la répartition des observations, afin de visualiser soit des concentrations locales des observations qui correspondent à des classes, soit des zones circonscrites de l'espace relativement vide d'observations qui séparent ces classes.

En général, ces procédures reposent sur la notion de détection des modes, ou maxima locaux de la fonction de densité sous-jacente, c'est des groupements d'observations dans l'espace des attributs.

On distingue deux types d'approche pour détecter ces modes, soit qu'ils sont considérés comme des maxima locaux de la fonction de densité sous-jacente, soit comme des régions où cette fonction est concave.

IV Classification des Images

IV - 1 Ensemble de Pixels

On peut considérer une image comme un ensemble de nombres décrivant un certain objet. On explore ainsi le contenu de cette image dans le but de découvrir des propriétés géométriques ou texturales de l'objet, en utilisant différentes techniques selon les perspectives envisagées.

Les méthodes de clustering consistent à classer les individus en exploitant leur

similarité. Ces individus peuvent être:

Les pixels eux-mêmes; les attributs sont alors ponctuels (comme le niveau de gris).

Une sous image de taille fixe; les attributs sont alors calculés pour cette sous-image. Par exemple, on peut découper l'image en fenêtres ne se chevauchant pas et classifier chaque fenêtre.

Une région obtenue par une méthode de segmentation et que l'on cherche à classifier.

IV - 2 Champs de Markov

IV.2.1 Champs de Markov cachés

Les champs de Markov constituent un outil efficace pour modéliser une dépendance locale contextuelle d'un signal. Leur extension aux images permet de modéliser la dépendance spatiale entre les pixels. Ils ont été initialement utilisés pour la classification et le débruitage d'images. Le problème posé est alors de classifier les pixels en représentant une segmentation donnant des informations de taille, de forme et de contours des différents objets décelés. Ces champs de Markov sont dits cachés en raison du fait qu'ils ne sont pas directement visibles.

En modélisant une image par les champs de Markov, on obtient une image de classification dont chaque pixel prend une valeur discrète sur un ensemble fini.

IV.2.2 Système de voisinage et clique

On considère que l'image est formée d'un ensemble de sites s_i correspondant aux pixels. S constitue donc un réseau discret fini partie de Z^2 . Pour structurer les relations spatiales entre les différents sites du réseau, on munit S d'un système de voisinage v défini de la façon suivante :

$$v_s = \{t\} \text{ tels } \begin{cases} s \notin v_s \\ t \in v_s \Rightarrow s \in v_t \end{cases} \quad (III-20)$$

A chaque système de voisinage correspond un système de clique :

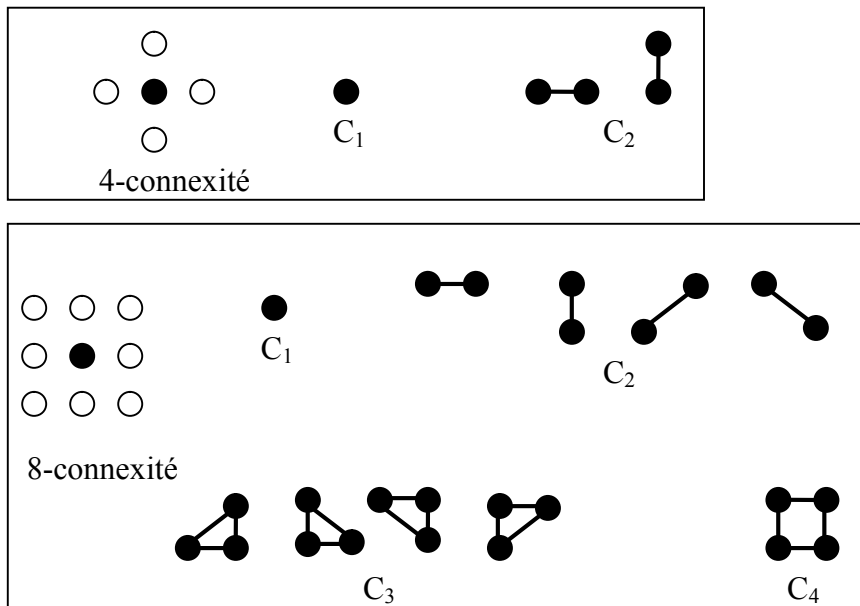


Figure III-2 : Systèmes de voisinage (4-connexité et 8-connexité) et systèmes de cliques correspondant

Soit C l'ensemble des cliques c , les valeurs des pixels constituant une clique c permettent de calculer un potentiel U_c . On peut définir ainsi l'énergie globale de l'image :

$$U = \sum_{c \in C} U_c \quad (III-21)$$

Et l'énergie locale en un site :

$$U_s = \sum_{c \in C / s \in C} U_c \quad (III-22)$$

IV.2.3 Champ de Gibbs, Champ de Markov

Ceci permet de définir le champ aléatoire X appelé Champ de Gibbs par la probabilité :

$$P(X = x) = \frac{1}{Z} \exp(-U(x)) \quad (III-23)$$

avec x : valeur associée à un site quelconque

$Z = \sum_{x \in \Omega} \exp(-U(x))$: fonction de partition de Gibbs calculée sur l'ensemble Ω des

valeurs prises par x

Ainsi, les Champs de Gibbs permettent une modélisation à partir des énergies locales des sites

selon le système de voisinage choisi. Mais, il est généralement plus naturel de modéliser une dépendance spatiale locale et ce à partir d'une extension Bayésienne nous menant vers les Champs de Markov. Ces derniers sont définis de la façon suivante :

Soient $S \subset Z^2$ et Ω un espace d'états (fini)

On dit que X est un Champ de Markov pour le voisinage v si

$$\forall s \in S, x_s \in \Omega, \quad P(X_s = x_s | X^S = x^S) = P(X_s = x_s | X^{V_s} = x^{V_s}) \quad (III-24)$$

Ce qui revient à ce que la probabilité conditionnelle de X_s sachant toutes les autres variables X^S ne dépend que des valeurs prises par les variables voisines X^{V_s} .

A partir des Champs de Markov, on peut ainsi classifier chaque pixel en lui associant une valeur discrète correspondant à un modèle de texture préalablement identifié. On forme ainsi une image où les régions sont nettement délimitées et distinctes

IV - 3 Décompositions Multi résolution

L'intérêt d'utiliser, au préalable, des décompositions multi résolution est mise en évidence dans plusieurs articles [MOJ][UNS]. Celles-ci permettent d'obtenir des sous images révélant des détails qui seront ainsi isolés. On obtient alors une signature de l'image suffisamment représentative en calculant un nombre réduit d'attributs. Ces méthodes sont décrites au chapitre II.

IV.3.1 Calcul des Attributs

Les vecteurs d'attribut les plus utilisés sont constitués par la variance de chaque sous image :

$$v_k = \frac{1}{N} \sum_{(i,j) \in \mathcal{R}} (I_k(i,j) - m)^2 \quad (III-25)$$

Notons que ce paramètre ne serait pas suffisant si il était calculé pour l'image sans décomposition. On peut en effet aisément vérifier que deux Images totalement différentes (qui ne présentent visuellement aucune similarité) peuvent avoir la même variance. Alors qu'une telle confusion est beaucoup moins probable lorsque l'image est représentée par plusieurs sous images. Le vecteur d'Attribut peut toutefois être enrichi avec d'autres paramètres stochastiques tels que la moyenne, le Kurtosis, le Skewness sensés améliorer les performances au prix d'une plus grande charge de calcul.

IV.3.2 Distance de Bayes

Si on considère que les valeurs des pixels suivent une loi Gaussienne, la distance de bayes est obtenue à partir de $\log[p(x/wi)]$ par :

$$D(x,wi) = (x-\mu_i)^T C_i^{-1} (x-\mu_i) + \log[\det(C_i)] \quad (III-26)$$

Où :

x est le vecteur d'attribut représentant l'Image à classifier

wi est la classe i

μ_i est le vecteur moyenne de la classe i

C_i est la matrice Covariance des vecteurs de la classe i

Dans le cas d'une classification supervisée, il faut, après constitution des classes, calculer la matrice de covariance C_i et le vecteur moyenne de chaque classe. La classification d'une nouvelle Image X de vecteur d'attribut x s'obtient en l'intégrant dans la classe la plus proche au sens de la distance de Bayes

IV.3.3 Méthode Nearest Feature Line (NFL)

La méthode NFL est décrite en [LI.AI2000], elle consiste à former des lignes (Feature Lines) à partir de tous les couples possibles de vecteurs d'attribut prototypes d'une même classe. On constitue, ainsi pour une classe c , un Espace de Lignes d'Attributs (Feature Line Space) S_c avec un nombre $K_c = N_c(N_c-1)/2$ de FLs (Lignes d'attribut) où N_c est le nombre de prototypes.

Soit $S_c = \{ \overline{x_i^c x_j^c} \mid 1 \leq i, j \leq N_c, i \neq j \}$. Un vecteur d'attribut x est classifié dans c , si il est le

plus proche de S_c . Pour chaque ligne, on détermine la projection de x sur la ligne $\overline{x_i^c x_j^c}$ en un point p , puis on évalue la distance entre x et p .

Soit donc

$$d(x, \overline{x_i^c x_j^c}) = \|x - p\| \quad (III-27)$$

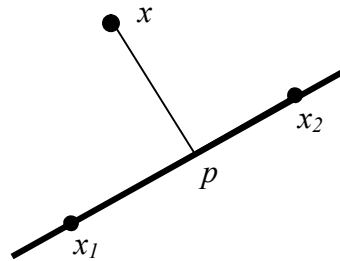


Figure III-3 : Evaluation de la distance entre un point x (représente le vecteur d'attribut) et la ligne entre x_1 et x_2 (FL représentant une classe donnée)

Le point p s'évalue par :

$$p = x_1 + \mu(x_2 - x_1) \quad (III-28)$$

avec μ : position de p sur la ligne $\overline{x_1x_2}$

$\mu = 0 \rightarrow p$ est confondu avec x_1

$\mu = 1 \rightarrow p$ est confondu avec x_2

$0 < \mu < 1 \rightarrow p$ est entre x_1 et x_2

$\mu > 1 \rightarrow p$ est à l'extérieur de $\overline{x_1x_2}$ plus proche de x_2 que de x_1

$\mu < 0 \rightarrow p$ est à l'extérieur de $\overline{x_1x_2}$ plus proche de x_1 que de x_2

μ s'obtient sachant que la ligne \overline{px} est perpendiculaire à $\overline{x_1x_2}$. Ce qui revient à ce que le produit scalaire soit nul :

$$(p-x).(x_2-x_1) = 0 \quad (III-29)$$

Soit, en remplaçant p par son expression (III-27)

$$(x_1 + \mu(x_2 - x_1) - x).(x_2 - x_1) = 0 \quad (III-30)$$

d'où :

$$\mu = \frac{(x-x_1).(x_2-x_1)}{(x_2-x_1).(x_2-x_1)} \quad (III-31)$$

IV - 4 Réseaux de Neurones

IV.4.1 Historique [RENN]

La recherche sur les réseaux de neurones est issue des Travaux de Warren McCulloch et Walter Pitts qui constituèrent un modèle simplifié de Neurone biologique.

En 1949, le physiologiste Donald Hebb a proposé la « règle de Hebb » qui permet de modifier la valeur des coefficients synaptiques. Elle est toujours d'actualité.

En 1957, Franck Rosenblatt créa le premier système capable d'apprendre par expérience : le Perceptron.

Depuis, grâce à la puissance croissante des ordinateurs, les réseaux de Neurones n'ont cessé de se perfectionner.

IV.4.2 Structure générale

Les réseaux de Neurones artificiels ont été conçus initialement en s'inspirant du fonctionnement des vrais Neurones (Humains ou non). Ils peuvent être indiqués pour la classification, constituant ainsi un système capable de prendre des décisions en s'appuyant essentiellement sur la perception des données qui seront présentées. Pour cela, une phase d'apprentissage est nécessaire en imposant la décision sur des exemples choisis constituant la base d'apprentissage. Les réseaux devraient alors prendre la « bonne » décision pour n'importe quelle donnée autre que celles de la base d'apprentissage. Cela dépend autant de la validité des exemples que des performances des neurones.

Un neurone artificiel est généralement construit selon le schéma suivant :

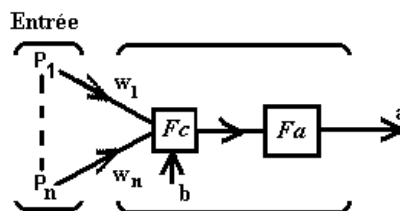


Figure III-4 Structure d'un Neurone artificiel

Le Neurone calcule une fonction de combinaison F_c pour les entrées p_1, p_2, \dots, p_n avec les poids correspondant w_1, w_2, \dots, w_n et le biais b . La valeur obtenue passe à travers la fonction d'activation pour produire sa sortie.

La phase d'apprentissage d'un Réseau consiste à corriger les poids et le biais en fonction des décisions imposées appelées cibles :

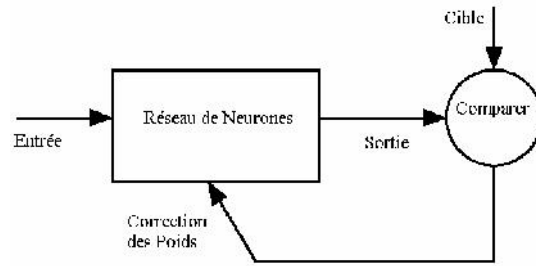


Figure III-5 : Fonctionnement général d'un réseau de Neurones

IV.4.3 Perceptron [MATL]

Les perceptrons sont utilisés pour classifier des vecteurs d'entrée linéairement séparables. La fonction de combinaison réalise la somme des entrées pondérées par leur poids respectifs. La fonction d'activation est un échelon unité :

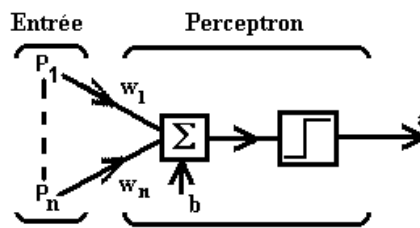


Figure III-6 : Structure d'un Perceptron

La sortie du Neurone est ainsi binaire.

$$a = H(Wp^T + b) = \begin{cases} 1 & \text{si } Wp^T + b \geq 0 \\ 0 & \text{si } Wp^T + b < 0 \end{cases} \quad (III-32)$$

Il en résulte une région de décision limitée par la droite $Wp + b = 0$

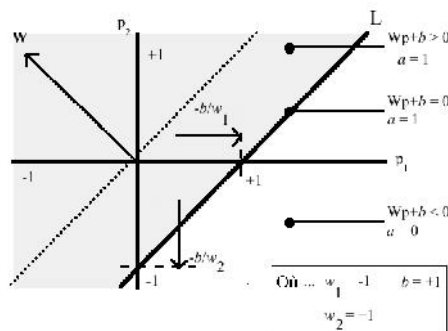


Figure III-7 : Région de Décision pour une entrée à deux composantes

IV.4.4 Apprentissage supervisé du Perceptron

En premier lieu, on constitue, à partir des exemples, les couples entrée-cible (p_i, t_i) ($i=1, \dots, n$).

On corrige les poids et le biais après le calcul de l'erreur :

$$e = t - a \tag{III-33}$$

Les nouveaux vecteurs poids sont :

$$W^{new} = W^{old} + ep^T \tag{III-34}$$

avec W^{old} : anciens vecteurs poids

Le nouveau biais est :

$$b^{new} = b^{old} + e \tag{III-35}$$

avec b^{old} : ancien biais

Le but de l'apprentissage est que l'erreur soit nulle quelque soit les données d'apprentissage présentées à l'entrée du Neurone. C'est pourquoi, il est nécessaire de présenter de nouveau l'ensemble des données d'apprentissage jusqu'à ce qu'il n'y ait aucune erreur.

IV.4.5 Rétro propagation

Les réseaux de Neurones concernés par cette méthode sont généralement à plusieurs couches (une de sortie, les autres cachées). Le plus souvent la fonction d'activation de la couche de sortie est linéaire et celle des couches cachées non linéaire.

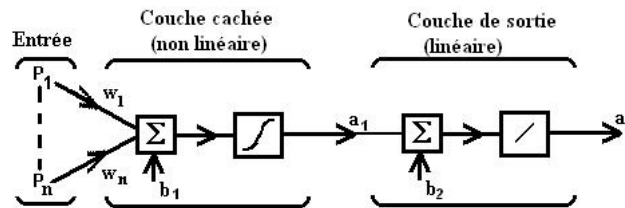


Figure III-8 : Réseau de neurones à deux couches

Parmi les fonctions d'activation les plus utilisées, figurent la fonction sigmoïde et la fonction tangente hyperbolique.

La fonction sigmoïde est définie par :

$$f_{sig}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \tag{III-36}$$

Chapitre III : Méthodes de Classification

L'intérêt d'une telle fonction est qu'elle est non polynomiale, ce qui permet l'approximation de n'importe quelle fonction. Elle est indéfiniment continûment dérivable et ses valeurs sont dans l'intervalle]0 ; 1[, ce qui permet de l'interpréter comme une probabilité. Sa dérivée, dont l'implémentation est nécessaire lors de l'apprentissage, se calcule facilement par :

$$\frac{d}{dx} f_{sig}(x) = f_{sig}(x)(1 - f_{sig}(x)) \quad (III-37)$$

La fonction tangente hyperbolique est donnée par :

$$th(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \quad (III-38)$$

La deuxième expression de cette formule permet un calcul sensiblement plus rapide, puisqu'elle nécessite le calcul d'une seule exponentielle. Cette fonction est également non polynômiale et indéfiniment continûment dérivable mais ses valeurs dans l'intervalle]-1 ; 1[ne permettent pas une interprétation probabiliste. Sa dérivée se calcule par :

$$\frac{d}{dx} th(x) = 1 - (th(x))^2 \quad (III-39)$$

La correction des poids est obtenue en introduisant le gradient d'une fonction de performance (généralement l'erreur quadratique moyenne entre l'entrée et la cible). L'algorithme est dit à descente de gradient.

A l'étape d'itération k+1 le vecteur de poids est corrigé par :

$$W_{(k+1)} = W_{(k)} - \alpha_{(k)}g_{(k)} \quad (III-40)$$

avec $\alpha_{(k)}$: Taux d'apprentissage

$g_{(k)}$: Gradient de la fonction de performance

Si $\alpha_{(k)}$ est fixé, une valeur trop élevée rend le réseau instable alors qu'une valeur trop faible ralentit la convergence.

Certains algorithmes utilisent un taux variable optimisé à chaque itération. Ce qui garantit une convergence plus rapide.

Ces réseaux peuvent être améliorés en utilisant pour la correction des paramètres liés à l'évolution de l'erreur ou encore à vérifier si une correction inverse ne diminue pas l'erreur, autrement dit à choisir à chaque étape entre la correction () et :

$$W_{(k+1)} = W_{(k)} + \alpha_{(k)}g_{(k)} \quad (III-41)$$

IV.4.6 Réseaux à Base Radiale

Ces réseaux nécessitent généralement un nombre élevé de Neurones. Ils sont le plus souvent indiqués avec les bases d'apprentissage contenant un grand nombre de données. Dans ce cas, la convergence est atteinte plus rapidement qu'avec les autres réseaux.

La structure d'un Neurone à Base Radiale (Figure III-9) comporte une fonction de combinaison qui évalue la distance entre le vecteur d'entrée p et le centre de la fonction d'activation constitué par le vecteur poids W . La fonction d'activation est une fonction gaussienne.

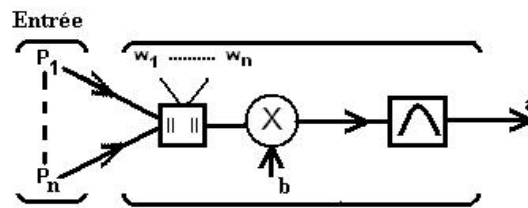


Figure III-9 : Structure d'un Neurone à base Radiale

Il en résulte que la sortie du Neurone est donnée par :

$$a = \exp(-b\|p - W\|^2) \quad (III-42)$$

où : $\|x\|$ représente la norme euclidienne de x
 $b = 1/\sigma^2$ avec $\sigma =$ écart type de la Gaussienne

Les Réseaux de Neurones à Base Radiale consistent en une couche cachée à Base Radiale suivie d'une couche de sortie Linéaire :

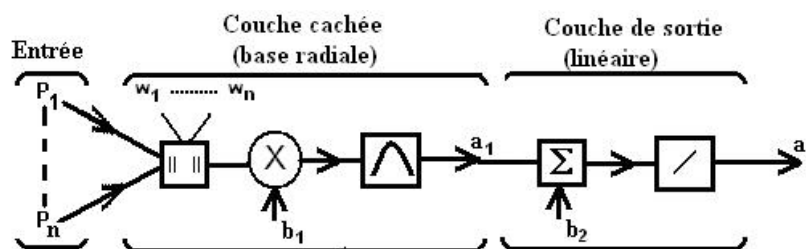


Figure III-10 : Réseau de Neurones à Base Radiale

Lorsque le vecteur d'entrée est proche du centre, la sortie de la première couche est proche de l'unité. L'effet sur la couche de sortie sera maximal. Dans le cas contraire (distance élevée), l'effet sera négligeable. Une valeur particulière de la distance est $\|p - W\| = \sigma \sqrt{\ln(2)}$ pour

laquelle $a = 0,5$. Pour une distance supérieure à cette valeur, on peut considérer le Neurone quasiment inactif, alors qu'une distance inférieure garantit son influence sur la sortie.

Lors de l'apprentissage, on utilise ici autant de Neurones à Base Radiale que de vecteurs d'entrée. Ainsi, selon l'entrée présentée au Réseau, certains Neurones seront inactifs et la convergence est atteinte plus rapidement.

On peut concevoir, cependant, des Réseaux qui créent, à chaque itération de l'apprentissage, un Neurone à Base Radiale tant que l'erreur quadratique est supérieure à un certain seuil. Ceci permet de réduire sensiblement le nombre de Neurones. Certaines variantes des Réseaux de Neurone à Base Radiale utilisent une couche de sortie avec une fonction de combinaison et(ou) une fonction d'activation différentes.

V Performances

V - 1 Essais de Classification

Les performances sont évaluées en estimant la classe attribuée à des individus dont on connaît la classe réelle en excluant leur contribution dans cette dernière (leave-one-out test).

V - 2 Taux d'erreurs

Pendant les essais, on compte le nombre d'erreurs N_{err} . Le taux d'erreurs est donc donné par :

$$T_{err} = \frac{N_{err}}{N_{qt}} \quad (III-43)$$

avec N_{qt} : Nombre total d'essais

V - 3 Efficacité de Recouvrement (Retrieval Efficiency)

Pour mesurer l'efficacité du recouvrement, il faut ordonner les images que l'on vient de classer par degré de pertinence. Dans le cas d'une classification par mesure de distance, cela revient à classer, pour une classe donnée, les individus du plus proche au plus éloigné. Cette opération est effectuée pour chaque classe. L'efficacité de recouvrement est alors définie selon [MEHT] par :

$$\eta(q, m) = \sum_{k=1}^m \frac{1}{N_q} \text{Match}(q, r_k) \quad (\text{III-44})$$

avec q : individu à classer
 N_q : Nombre d'individus dans la classe de q
 r_1, \dots, r_m : m premiers individus
 $\text{Match}(q, r_k) = 1$ si q et r_k appartiennent à la même classe ou 0 sinon

Pour chaque valeur de m , on calcule alors l'efficacité moyenne de recouvrement par :

$$\eta_{\text{moy}} = \sum_{q \in Bd} \frac{1}{N_{qt}} \eta(q, m) \quad (\text{III-45})$$

avec Bd : Ensemble des individus

V - 4 Matrice de confusion

La matrice de confusion permet de visualiser rapidement les erreurs de classification. Chaque colonne de la matrice donne le nombre d'occurrences d'une classe estimée et chaque ligne donne le nombre d'occurrences d'une classe réelle. Si on normalise chaque de cette matrice par rapport au nombre d'individus par classe, la classification sera d'autant meilleure que la matrice se rapproche de la matrice identité. Les éléments O_{ij} de cette matrice sont définis comme suit :

O_{ii} : Nombre d'individus de la classe i correctement classifiés

O_{ij} pour $i < j$: Nombre d'individus de la classe i classifiés par erreur dans la classe j

O_{ij} pour $i > j$: Nombre d'individus de la classe j classifiés par erreur dans la classe i

De cette matrice, on peut retrouver le nombre total d'individus :

$$N_{qt} = \sum_i \sum_j O_{ij} \quad (\text{III-46})$$

Le Nombre de classifications correctes :

$$N_{\text{cor}} = \sum_i O_{ii} \quad (\text{somme des éléments de la diagonale}) \quad (\text{III-47})$$

Chapitre III : Méthodes de Classification

Le Nombre de classifications erronées :

$$N_{err} = N_{qt} - N_{cor} = \sum_{i \neq j} \sum_{j \neq i} O_{ij} \quad (III-48)$$

Le nombre d'individus appartenant réellement à la classe i :

$$N_i = \sum_i O_{ij} \quad (\text{somme des éléments de la ligne } i) \quad (III-49)$$

Le nombre d'individus estimés comme appartenant à la classe i :

$$\tilde{N}_i = \sum_j O_{ij} \quad (\text{somme des éléments de la colonne } j) \quad (III-50)$$

VI Conclusion

Dans ce chapitre, il est assumé qu'une procédure d'extraction d'attributs a été adoptée et qu'un ensemble de modèles contenant des vecteurs d'attributs avec leurs classes respectives est disponible.

Nous avons abordé dans ce chapitre les notions fondamentales de la classification des images, on a tenu à donner un bref aperçu sur les différentes méthodes de classification.

Ce chapitre sert à situer la méthode que nous utiliserons pour classifier les images texturées. Donc, en se basant sur la classification discriminante et en se situant dans l'approche statistique du cas supervisé, on utilisera la règle de Bayes, les réseaux de neurones ou la méthode NFL pour classifier en se référant à une base de données.

VII Bibliographie

- [HAMD94] S.HAMDAOUI, "*Modèles Stochastiques en Classification*," Rapport de Synthèse Génie Spatial, 1994
- [TZAY86] Y.Y.TZAY, "HANDBOOK of Pattern Recognition Image Processing," Academic Press. Inc.1986.
- [POST87] J.-G.POSTAIRE, "*De L'image à la Décision*," Dunod, Paris 1987.
- [LI] S.Z. LI, K.L CHAN, C. WANG, "*Performance Evaluation of the Nearest Feature Line Method in Image Classification and Retrieval*," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 22, no. 11, pp. 1335-1339, November 2000.
- [RENN] J.P RENNARD, "*Les Réseaux Neuronaux*," Edition VUIBERT, 2006.
- [MATL] H. DEMUTH and M. BEALE, "*Neural Network Toolbox for Use with MATLAB*," Document PDF livré avec le logiciel MATLAB version 4
- [MEHT] B.M. Mehtre, M.S. Kankanhalli, A.D. Narasimhalu, and G.C. Man, "*Color Matching for Image Retrieval*," Pattern Recognition Letters, vol. 16, pp.325-331, 1995.
- [MOJ] A. MOJSILOVIC and AI, "Characterization of Visually Similar Diffuse Diseases From B-Scan Liver Images Using Nonseparable Wavelet Transform", IEEE Transaction on Medical Imaging, Vol. 17, N°. 4, pp. 541-549, August 1998.
- [UNS] M. UNSER and M. EDEN, "Multiresolution Feature Extraction and Selection for Texture Segmentation,"

**Chapitre IV. Classification d'images de
l'album de Brodatz**

I Introduction

Nous avons utilisé des images de l'album de Brodatz [BROD] pour mettre en œuvre différentes méthodes de classification parmi celles décrites au Chapitre III et analyser leurs performances.

Cet album est un recueil d'images dont certaines sont utilisées comme modèle de Texture. Elles sont destinées autant aux artistes, qui les utilisent pour créer des décors ou des tissus, qu'aux scientifiques comme référence pour l'analyse et le traitement d'image. Une grande partie de ces images est disponible sur le web via les moteurs de recherche.

II Décomposition MultiResolution des Images

II - 1 Trois niveaux de résolution

La mise en œuvre d'une méthode de classification passe par l'extraction d'attributs. En ce qui concerne les images, on constitue les vecteurs à partir des paramètres stochastiques issus soit directement des images soit de leur décomposition multirésolution. Cette décomposition permet ainsi de révéler des éléments pertinents difficilement accessibles autrement.

Le plus souvent, il suffit de trois niveaux de résolution pour obtenir l'information nécessaire pour des images représentant des Textures.

II - 2 Décomposition par TOS

Chaque niveau de résolution sera représenté selon l'algorithme de Mallat décrit au Chapitre II. Soit donc une image d'approximation et trois images de détails (Figure IV-1). Les images d'approximation seront à leur tour décomposées selon le même principe.

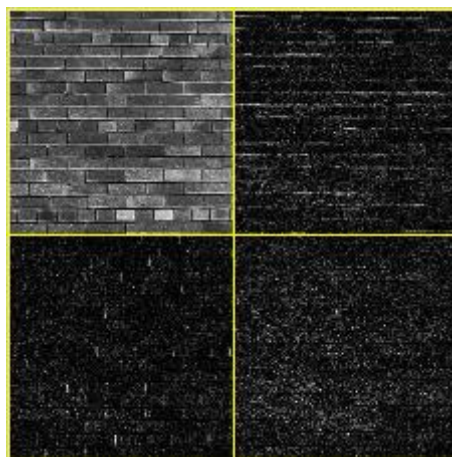


Figure IV-1 : Décomposition d'une image par TONS pour un niveau de résolution

II - 3 Décomposition par TONS

La décomposition est réalisée de la même façon qu'au paragraphe précédent avec une seule image par niveau de résolution (Figure IV-2). L'algorithme est décrit au Chapitre II.

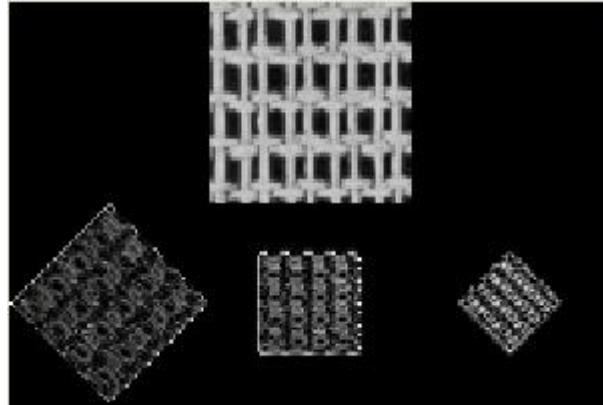


Figure IV-2 : Décomposition d'une image par TONS pour trois niveaux de résolution (Image initiale et Images de détail)

II - 4 Décomposition par TG

La TG est appliquée pour différentes orientations et trois valeurs du paramètre de dilatation (Figure IV-3).

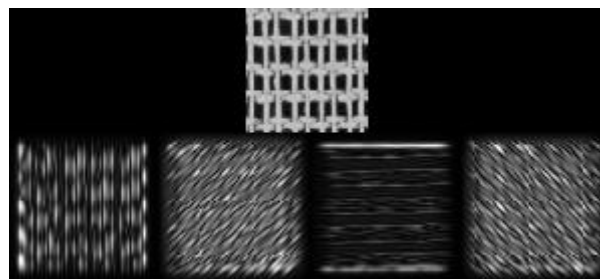


Figure IV-3 : Décomposition d'une image par Transformée de Gabor (un niveau de résolution)

II - 5 Programmes mis en œuvre

Le programme de démonstration [Demo_Transformees.m](#) élaboré sous Matlab permet de visualiser le résultat de chacune des décomposition sur quelques images de l'album de Brodatz.

II - 6 Conclusion

Les Décompositions obtenues permettent d'isoler les détails selon un ou plusieurs paramètres. Ces détails sont souvent visibles sur les sous images obtenues. Ce qui permet d'espérer qu'ils contribueront à mieux comparer les images.

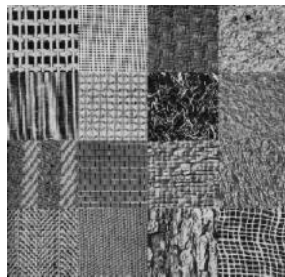
III Essais de Classification avec et sans altération [BOUD06]

III - 1 But de l'expérience

Il s'agit ici de comparer l'aptitude des différentes méthodes à déceler une altération des images à classifier. Cette propriété peut être intéressante lorsque l'on désire diagnostiquer des défauts liés à une modification de la texture d'un tissu (diagnostic d'une lésion cancéreuse, défaut d'une étoffe nuisant à sa résistance, présence de corps étrangers dans une pièce, etc...).

III - 2 Constitution de Classes d'Images et altération

Les images de test , sélectionnées de l'album de Brodatz, sont représentées figure IV-4.



16 images de texture utilisées

Txtr1	txtr2	Txtr3	txtr4
Txtr5	txtr6	Txtr7	txtr8
Txtr9	txtr10	Txtr11	txtr12
Txtr13	txtr14	Txtr15	txtr16

Disposition des images

Figure IV-4 : Images sélectionnées de l'album de Brodatz

Les classes de chaque image sont constituées de 16 images obtenues par modification à l'aide de la fonction « [resize.m](#) » disponible sous MATLAB. On obtient alors 256 images toutes classes confondues (figureIV- 2).

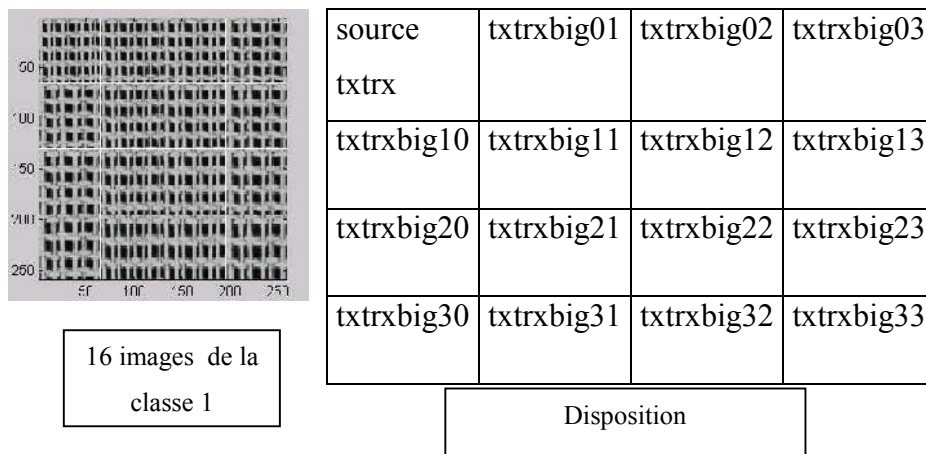


Figure IV-5 : 16 Images formant la classe de l'image txtr1

La fonction resize, dans le cas où la taille de l'image est augmentée, consiste à intercaler des pixels dans l'image source. La valeur de ces pixels est alors obtenue par interpolation par une fonction spline (par défaut) ou par une autre fonction optionnelle. Dans le cas où la taille est diminuée, certains pixels sont « éliminés » et l'image résultante est lissée. Ainsi, cette fonction permet de simuler des étirements de l'image et on obtient un groupe d'images homogène constituant une classe pour chaque image source.

Pour la simulation, l'altération est obtenue par mélange de deux Images Texturées :

Soit X la matrice représentant l'amplitude des pixels de l'image txtrx, la matrice X_{alt} de l'image altérée par une image txtry (Y matrice amplitude des pixels de txtry) est obtenue par :

$$X_{alt} = (1 - r) X + r Y \quad (IV-1)$$

avec r : taux d'altération

III - 3 Décomposition et extraction d'attributs

Pour constituer les vecteurs d'attribut de chaque image, on opère une décomposition multi résolution en trois niveaux de chaque image et on calcul la variance de chacune des sous images obtenues. Le nombre de composantes du vecteur d'attribut dépend de la méthode de décomposition. Pour la TOS, la TONS et la TG, il est respectivement de 9, 3 et 24 composantes, ce qui correspond au nombre de sous images de détail produites.(voir chapitre II) .

III - 4 Outils de Classification

Distance quadratique

La distance quadratique est donnée par :

$$D_q(x,i) = (1/|x|)|x - \mu_i|^2 \quad (IV-2)$$

avec :

x = vecteur des variances issues des images de la décomposition (vecteur d'attributs)

μ_i = moyenne de la classe i

Distance de Bayes

La distance de Bayes est donnée par :

$$D_b(x,i) = (x-\mu_i)^T C_i^{-1} (x-\mu_i) + \log[\det(C_i)] \quad (IV-3)$$

avec : C_i = Matrice de Covariance de la classe i

Cette distance estime que les vecteurs d'attribut de la classe i suivent une distribution normale de moyenne μ_i et de matrice covariance C_i .

Il est à noter que la distance de Bayes n'est calculable que si C_i est inversible. Ceci limite le nombre de composantes du vecteur d'attribut. En effet pour éviter que C_i soit singulière, il faut que le nombre de représentants par classe soit supérieur ou égal au nombre de composantes et que les vecteurs ne soient pas colinéaires (redondance).

Réseau de Neurones

Les Réseaux à base radiale, accessibles sous MATLAB par la fonction « newrb », utilisent deux couches. Ils sont entraînés avec les vecteurs d'attribut, ou avec les sous distances dans le cas de la Transformée de Gabor, pour produire le numéro correspondant à la classe d'appartenance de l'image.

III - 5 Simulations et résultats

Pour la TOS, les filtres utilisés sont issus de la base biorthogonale des fonctions d'échelle B-Splines. Ils présentent l'avantage d'être symétriques et donc de présenter une phase linéaire assez utile pour localiser facilement des éléments pertinents.

Pour la TONS, les filtres sont construits à partir des filtres de la TOS. Il est nécessaire pour ces derniers d'être symétrique afin d'appliquer la Transformée de Mc Clellan.

Pour la TG, les pas de discrétisation respectifs de a , x_0 , y_0 , θ sont : 2, 0.8, 0.8, $\pi/8$.

Ceci garanti un repère dont les bornes inférieures et supérieures sont respectivement :

Chapitre IV : Classification d'Images de l'Album de Brodatz

$A = 57.15, B = 81.81$ [LEE].

Pour la classification par mesure de distances, on considère qu'il y a altération si la distance dépasse la distance maximale entre les images appartenant à la classe de l'image subissant l'altération. Pour la classification par réseau de neurones, l'altération est détectée si l'image résultante n'appartient pas à la classe de l'image initiale.

Pour comparer les performances des différentes méthodes, les seuils d'altérabilité des différentes images sont mesurés pour chaque image altérante. Le seuil d'altérabilité est défini comme étant le taux d'altération minimal à partir duquel l'altération est détectée. Le tableau IV-I donne, à titre d'exemple, les seuils d'altérabilité des images txtr8 et txtr10.

Avec la TOS les seuils d'altérabilité restent souvent du même ordre selon que l'on calcul la distance quadratique ou la distance de Bayes. Dans certains cas (exemple : txtr8), ils sont plus faibles avec la distance quadratique, mais dans d'autres cas (exemple : txtr10), ils atteignent ou dépassent même les 50 % alors que l'altération est nettement visible.

Avec la TONS, c'est presque toujours la distance de Bayes qui permet la détection la plus précoce de l'altération. Une attention particulière est à porter aux images txtr8 et txtr10. Pour l'image txtr10, on voit bien à quel point la distance quadratique donne des résultats catastrophiques. Les deux classes ne sont vraiment départagées que par leur matrice covariance et donc par la distance de Bayes.

Les réseaux de Neurones associés à la TG sont eux beaucoup plus prompts à détecter l'altération.

Image altérante (txtr)	Image Source : txtr8							Image Source : txtr10						
	Distances (TOS)		Distances (TONS)		Réseau de Neurones			Distances (TOS)		Distances (TONS)		Réseau de Neurones		
	Quadratique	Bayes	Quadratique	Bayes	TOS	TONS	Gabor	Quadratique	Bayes	Quadratique	Bayes	TOS	TONS	Gabor
1	4.64	13.66	20.19	9.95	0.19	0.41	1.12	48.13	14.62	80.77	21.01	0.15	94.63	1.03
2	4.39	12.70	39.81	5.43	0.17	0.43	0.93	46.12	12.97	33.56	12.23	0.18	99.89	1.32
3	4.16	11.95	15.94	5.63	0.18	0.38	1.09	14.89	9.00	30.47	15.71	0.13	89.36	0.97
4	4.20	11.76	23.08	6.14	0.18	0.44	0.87	16.37	9.25	88.56	50.41	0.14	99.63	1.25
5	4.08	11.07	17.39	6.46	0.17	0.38	1.01	17.58	11.84	90.24	51.92	0.13	89.68	1.02
6	4.09	11.50	23.63	6.96	0.17	0.44	0.54	17.66	11.68	83.01	43.91	0.14	99.66	1.51
7	4.49	12.94	17.67	6.06	0.18	0.36	0.97	19.21	7.95	73.38	35.66	0.14	99.80	1.00
9	4.24	13.23	17.14	6.05	0.18	0.40	0.92	17.00	9.53	101.73	67.30	0.15	99.57	1.13
10	4.37	12.79	18.75	6.09	0.19	0.42	1.07	15.77	8.57	34.05	55.94	0.14	99.43	0.99
11	4.27	12.50	24.35	6.45	0.17	0.42	0.75	20.67	11.39	74.06	44.68	0.14	99.76	0.93
12	4.20	11.56	21.75	6.14	0.18	0.41	0.93	18.44	10.37	74.10	45.49	0.14	99.77	1.15
13	4.02	13.21	20.56	6.53	0.17	0.38	1.13	16.59	7.06	68.34	32.46	0.13	99.81	0.92
14	4.09	10.91	20.59	5.96	0.17	0.41	1.01	15.85	7.75	80.26	21.48	0.14	99.74	1.08
15	4.11	13.26	25.23	6.09	0.17	0.43	0.93	20.26	8.49	72.51	37.36	0.14	99.75	1.05
16	4.30	14.61	46.37	8.09	0.17	0.38	1.05	38.81	13.00	43.88	24.89	0.14	99.89	1.16

Tableau IV-1 : Seuils d'altérabilité des images txtr8 et txtr10 en fonction des méthodes de classification

III - 6 Programmes mis en œuvre

Les programmes élaborés sous Matlab pour calculer les attributs sont [featvect_wav.m](#) (TOS), [featvectns.m](#) (TONS) et [featvectgb.m](#) (TG). Les distances ont été calculées avec [BAYES.M](#) et [quadradist.m](#). L'aide de ces programmes est en Annexe IV. Les démonstration de classification d'images altérées sont accessibles par [Demo_Classification.m](#).

III - 7 Conclusion

On peut déduire de cette étude que les différentes méthodes utilisées donnent des résultats sensiblement différents.

Le plus souvent les méthodes utilisant la distance quadratique donnent les moins bons résultats étant donné que la seule moyenne des vecteurs d'attribut est un paramètre peu discriminant.

La distance de Bayes est globalement meilleure que la distance quadratique, au pire les seuils d'altérabilité obtenus sont légèrement supérieurs à ceux de la distance quadratique.

Les Réseaux de Neurones sont généralement plus précoces que les deux autres méthodes. Il reste à savoir si une telle performance est utile ou, au contraire, est susceptible de nuire à l'efficacité de la caractérisation de l'image.

La décomposition des images est aussi un facteur prépondérant pour leur caractérisation.

La TOS apparaît indiquée pour des textures organisées en quadrillages ou en éléments représentant des segments de droites. La TONS est utilisable lorsque la configuration de la texture varie peu selon l'orientation de l'image. La TG est intéressante pour les textures présentant des hachures obliques ou des éléments pertinents ayant une orientation oblique particulière.

Ces quelques remarques montrent l'utilité d'une étude comparative des différentes méthodes de classification. Pour une application donnée, on peut choisir la méthode en se référant aux résultats de cette étude ou refaire une comparaison avec des cas bien concrets issus d'une base de données suffisamment fournie (dans ce cas, les résultats sont quasiment assurés au prix d'une phase d'étude assez fastidieuse).

IV Taux d'erreur et Courbes de Retrieval (NFL et influence du Kurtosis et Skewness) [BOUD08]

IV - 1 But de l'expérience

Nous tentons ici d'évaluer les performances de la méthode NFL lorsqu'on l'associe aux TOS, TONS.

La classification se fait en trois étapes :

Décomposition d' Images par Transformée

Extraction d'un vecteur d'attribut

Mise en œuvre des outils de classification

Les essais seront effectués sur 112 images de Texture extraites de l'album de Brodatz référencées de D1 à D112 (voir Annexe III). Les performances seront évaluées à travers le calcul des taux d'erreurs de classification et l'analyse des courbes de Retrieval.

IV - 2 Constitution de Classes d'Images

Les images de test sont sélectionnées de l'album de Brodatz (Images D1 à D112 d'une taille de 640x640 chacune). Un nombre total de $112 \times 25 = 2800$ sous images est créé en divisant chaque image de la collection en 25 images non chevauchées d'une taille de 128 x 128 (Figure IV-6).

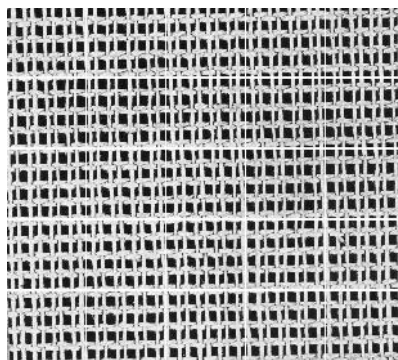


Figure IV-6 : Exemple de Sous Images obtenues par division

IV - 3 Décomposition, extraction d'attributs et classification

Les décompositions utilisées sont la TOS et la TONS décrites au chapitre 2.

La méthode NFL telle qu'utilisée par [LI] exploite un nombre plus élevé d'attribut. Ce qui est permis, contrairement à la distance de Bayes, grâce au fait qu'il n'y a aucun problème d'inversion de matrice.

Ainsi le vecteur d'attribut sera constitué des paramètres stochastiques de toutes les sous images produites par les décompositions y compris les images d'approximation. Les paramètres stochastiques sont la variance des sous images et la moyenne donnée par :

$$m = \frac{1}{N} \sum_{(i,j) \in \mathfrak{R}} I_k(i,j) \quad (IV-4)$$

avec \mathfrak{R} : champ des pixels de l'image

N : nombre de pixels dans \mathfrak{R}

La TOS et la TONS produisent alors des vecteurs d'attribut à 24 et 12 composantes respectivement.

Les vecteurs d'attribut ainsi constitués, on forme les espaces de FLs de chaque classe. Chaque classe est ainsi représentée selon la formule () par 300 FLs. Ceci représente $300 \times 112 = 33600$ FLs et pour classifier une image quelconque, il faut aussi calculer 33600 distances NFL et attribuer cette image à la classe la plus proche.

Pour les essais de classification, nous avons utilisé une méthode dite leave-one-out method qui consiste à extraire un représentant x d'une classe donnée c puis à essayer de le classifier en excluant bien-sûr sa contribution à la classe c . Dans ce cas le nombre de FLs est réduit à $300 - 25 = 275$ pour la classe c et il est maintenu à 300 pour chacune des autres classes. Soit donc 33575 distances à calculer pour classifier x . Les essais sont effectués avec chacune des 2800 images de la base de données, soit donc $2800 \times 33575 = 94\ 010\ 000$ distances à calculer. Un autre essai de classification a été réalisé en enrichissant les vecteurs d'attribut avec le kurtosis et le skewness de l'image à classifier.

IV - 4 Résultats

D'une façon générale, la méthode NFL associée à TOS donne les meilleurs résultats (Tableaux IV-2 et IV-3, Figure IV-4).

Les attributs issus de TONS (vecteur de 12 éléments) ne semblent pas suffisants pour assurer une signature représentative des images. Néanmoins, on peut remarquer un bon comportement de la TONS avec certaines images (D1, D101, D103 voir tableau IV-3).

L'introduction du kurtosis et du skewness, permet d'améliorer légèrement les performances (en particulier pour D1, D64, D101, D110 voir tableau). Pour la TONS, les résultats sont alors meilleurs à condition de limiter le nombre d'images à considérer pour la reconnaissance (voir Figure IV-7).

Méthodes	Taux d'erreurs	Taux d'erreurs avec Kurtosis et Skewness
SWT + NFL	7,92%	7,2%
NSWT + NFL	25,11%	24,16%

Tableau IV-2 : Taux d'erreurs de classification

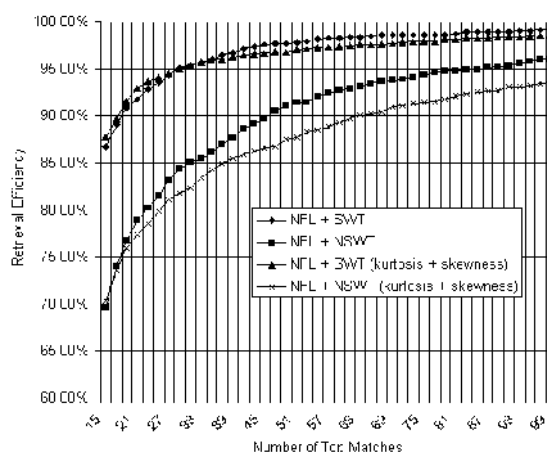


Figure IV-7 : Efficacité de l'archivage

		Kurtosis et Skewness		
TOS	TONS	TOS	TONS	
D1	93,75%	75,00%	93,75%	100,00%
D2	75,00%	53,33%	81,25%	50,00%
D3	93,33%	87,50%	93,33%	75,00%
D4	100,00%	87,50%	100,00%	81,25%
D5	86,67%	43,75%	93,33%	62,50%
D6	100,00%	86,67%	100,00%	100,00%
D7	53,33%	25,00%	66,67%	43,75%
D8	93,33%	86,67%	100,00%	37,50%
D9	93,33%	56,25%	100,00%	75,00%
D10	100,00%	100,00%	100,00%	81,25%
D11	100,00%	87,50%	100,00%	100,00%
D12	86,67%	68,75%	93,33%	80,00%
D13	53,33%	37,50%	62,50%	18,75%
D14	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
D15	93,75%	60,00%	93,75%	81,25%

		Kurtosis et Skewness		
TOS	TONS	TOS	TONS	
D16	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
D64	93,75%	66,67%	100,00%	100,00%
D101	87,50%	93,33%	100,00%	100,00%
D102	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
D103	93,75%	100,00%	100,00%	93,75%
D104	93,33%	93,33%	100,00%	87,50%
D105	87,50%	73,33%	93,33%	80,00%
D106	93,33%	100,00%	93,33%	81,25%
D107	86,67%	81,25%	87,50%	81,25%
D108	56,25%	53,33%	73,33%	66,67%
D109	100,00%	100,00%	100,00%	93,75%
D110	93,75%	93,33%	100,00%	100,00%
D111	81,25%	66,67%	87,50%	73,33%
D112	68,75%	50,00%	86,67%	81,25%
Moyenne	83,88%	67,53%	87,71%	70,31%

Tableau IV-3 : Taux de reconnaissance de quelques classes

IV - 5 Programmes mis en œuvre

Les programmes élaborés sous Matlab pour calculer les attributs sont [featvect.m](#) (TOS) et [featurns.m](#) (TONS). Les versions de ces vecteurs avec kurtosis et skewness seront obtenues avec [featkurt.m](#) (TOS) et [featkurtns.m](#) (TONS). [MstdFldErr.m](#) est un programme global qui crée des fichiers contenant les moyennes et les variances des sous images, fichiers contenant kurtosis et skewness, normalise les vecteurs d'attribut, calcul les distances NFL, et comptabilise le nombre d'erreurs de classification. [retrievall_nfl.m](#) permet de générer les courbes d'archivage.

IV - 6 Conclusion

Cette étude montre que les performances d'une méthode de classification dépendent du choix des attributs et donc des outils de décomposition. D'autre part, en dehors des performances générales en faveur de la TOS, on peut remarquer qu'un outil de décomposition donné peut s'avérer efficace avec certaines images et médiocre avec d'autres. Le problème du choix des attributs reste donc posé dans certains cas.

V Taux d'erreur et Courbes de Retrieval (NFL vs Bayes) **[BOUD.ICE]**

V - 1 But de l'expérience

Cette expérience est similaire à celle de l'expérience précédente. La constitution des classes est différente puisque les images de l'album de Brodatz sont divisées chacune en 16 images de 160 X 160 pixels. Le nombre d'images de la base de données ainsi créée est de $16 \times 112 = 1792$. Pour la décomposition, on utilisera la TOS, la TONS ainsi que la TG. On tentera, en outre, de classier les images par la distance de Bayes et par la distance NFL. Nous commenterons, alors, les résultats obtenus par ces deux distances.

V - 2 Performances

Les résultats de l'expérience précédente se confirment en ce qui concerne les méthodes de décomposition. D'autre part, on constate que la distance NFL est bien plus performante que la distance de Bayes. De plus, cette dernière n'est pas utilisable avec la TG en raison du nombre élevé des attributs qui nécessite une base de données beaucoup plus grande. Les attributs issus de TONS (vecteur de 12 éléments) ne semblent pas suffisants pour assurer une signature

Chapitre IV : Classification d'Images de l'Album de Brodatz

représentative des images. Toutefois, en comparaison avec TG (vecteur de 48 éléments), NSWT se démarque et permet d'obtenir de meilleurs résultats.

L'introduction du kurtosis et du skew, permet d'améliorer légèrement les performances. Dans le cas de NFL avec TOS ou TONS, les résultats sont meilleurs à condition de limiter le nombre d'images à considérer pour la reconnaissance (voir Figure IV-8). Dans tous les autres cas, on constate une nette amélioration des performances sauf en ce qui concerne le taux d'erreurs pour Bayes + TOS.

Bien que globalement, la TG ne permet pas d'obtenir de bonnes performances, pour certaines images, elle donne des résultats comparables (D14, D17, D20, D21) voire meilleurs que les autres méthodes (D43, D44, D58). La version kurtosis-skew améliore la reconnaissance de D58 en utilisant la TG.

Méthodes	Taux d'Erreurs	Taux d'Erreurs avec Kurtosis et Skewness
Séparable + NFL	7,92%	7,2%
Non Séparable + NFL	25,11%	24,16%
Gabor + NFL	41,96%	33,82%
Séparable + Distance Bayes	26,23%	30,58%
Non Séparable + Distance Bayes	29,07%	27,85%

Tableau IV-4 : Taux d'Erreurs de Classification

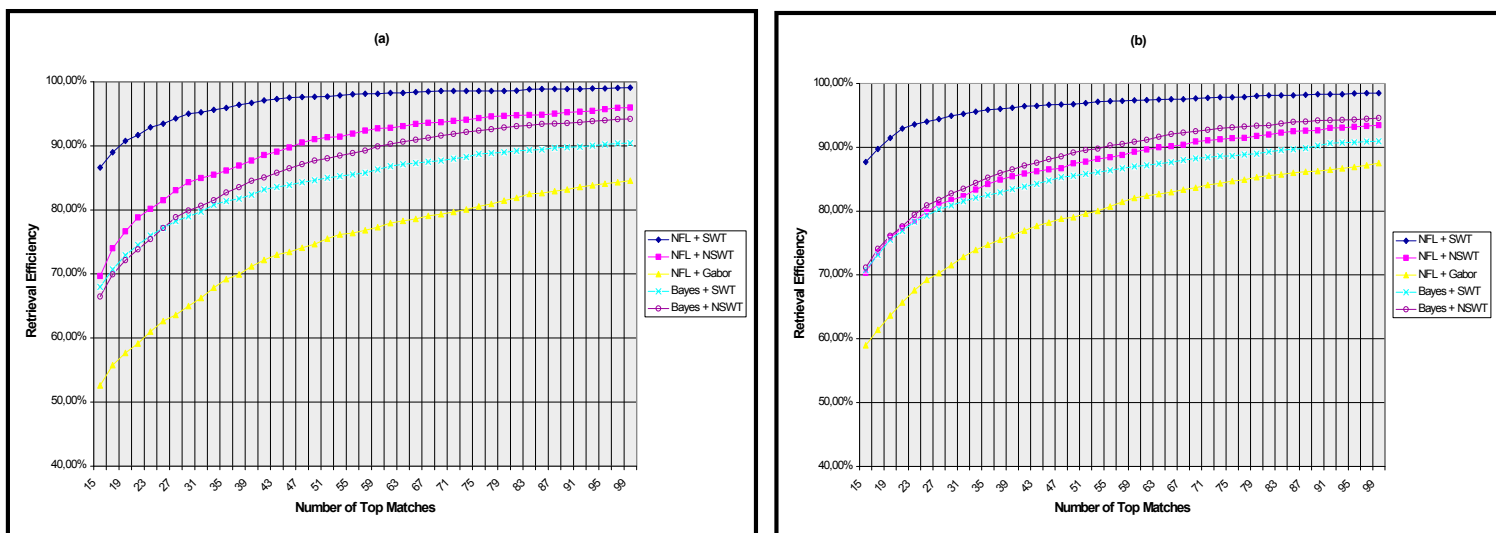


Figure IV-8 : Efficacité de l'archivage ((a) Non Enrichies, (b) avec Kurtosis et Skewness)

V - 3 Programmes mis en œuvre

Les programmes mis en œuvre pour l'expérience précédente ont été adaptés à la base de donnée créée et les programmes [featvectgb.m](#) (TG) et [featkurtgb.m](#) (TG avec Kurtosis et Skewness) ont été utilisés pour des vecteurs d'attributs ainsi que [varD_bayes_err.m](#) comme programme global comptabilisant le taux d'erreur par la distance de Bayes et [retrievall_bayes.m](#) permet de générer les courbes d'archivage à partir d'une classification par distance de Bayes.

V - 4 Conclusion

Cette étude a montré la suprématie de la NFL sur la méthode de Bayes ainsi que la meilleure représentativité des attributs issus de SWT dans la plupart des cas. Il semble que la méthode de Bayes est désavantagée à cause du nombre limité des attributs. Néanmoins, la charge de calcul de cette dernière est beaucoup moins élevée. Pour certaines images, les attributs de la NSWIT s'avèrent les plus représentatifs et leur nombre réduit permet de diminuer la charge de calcul.

La représentativité des attributs de la TG est la plus faible mais celle-ci semble indiquée pour des images très particulières. Cela peut s'expliquer par le fait que la TG ne produit que des images de détails à différents niveaux de résolution et aucune image d'approximation. Le caractère global des images est donc perdu par la TG, ce qui est fatal pour la reconnaissance d'une majorité d'images.

VI Bibliographie

- [BROD] P. BRODATZ, "Textures : A Photographic Album for Artists and Designers", New York, Dover, 1966.
- [LEE] T.S.LEE, "Image Representation Using 2D Gabor Wavelets", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, VOL.18, N°.10, 1996
- [LI] S.Z. LI, K.L CHAN, C. WANG, "Performance Evaluation of the Nearest Feature Line Method in Image Classification and Retrieval", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 22, no. 11, pp. 1335-1339, November 2000.
- [BOUD06] T.BOUDGHENE STAMBOULI, A. OUAMRI, "Comparaison de Méthodes de Classification d'Images Texturées Basées sur des Décompositions Multi Résolution", Conférence Internationale sur l'Ingénierie de L'Electronique, USTO, 28-29 Mai 2006
- [BOUD.ICE] T.BOUDGHENE STAMBOULI, A. OUAMRI, "Performances de Méthodes de Classification d'Images Texturées Basées sur des Décompositions Multi Résolution : Influence du Kurtosis et Skewness", Conférence Internationale sur l'Ingénierie de L'Electronique, USTO, 20-21 Octobre 2008.
- [BOUD08] T.BOUDGHENE STAMBOULI, A. OUAMRI, M. KECHE, "Textured Images Classification Using Nearest Feature Line Method Added with Kurtosis and Skewness", International Review on Computers and Software (I.RE.CO.S.), Vol. 3, N. 6

Conclusion Générale et Perspectives

Conclusion Générale et Perspectives

L'approche adoptée dans cette thèse pour classifier des Images Texturées a été, en premier lieu, l'adoption des décompositions multirésolutions afin de mettre en évidence les éléments pertinents d'une image. Nous n'avons ainsi pas utilisé les Champs de Markov qui conservent un intérêt certain lorsque l'on cherche, pour une image donnée, à détecter différentes régions constituant une image. Les modèles de texture de chacune d'elles sont dans ce cas clairement identifiés. Ceci permet de mener à une segmentation d'image en attribuant aux pixels un nombre fini de valeurs correspondant aux régions connues.

La raison de ce choix est que notre objectif est de destiner la caractérisation des tissus essentiellement à des tentatives de diagnostique.

Pour illustrer cette approche, prenons l'exemple d'un diagnostique médical :

un patient consulte un médecin en présentant des symptômes qui font craindre la présence d'une lésion cancéreuse quelconque.

Le Médecin adopte une conduite à tenir en demandant des analyses dont une échographie.

L'analyse de l'échographie ne révèle pas de manière certaine la lésion cancéreuse. L'image reste similaire à celle d'un sujet normal

Soit le Médecin entame une procédure pour le traitement du Cancer. Dans le cas où le sujet est vraiment atteint, l'espoir de guérison est augmenté dans la mesure où le diagnostique est précoce. Mais, dans le cas où le sujet est sain (le diagnostique est faux), le Traitement aura été contraignant pour le patient, coûteux et finalement inutile voire néfaste.

Soit le Médecin préfère ne pas traiter un Cancer tant que la certitude n'est pas établie. Il prend pour cela, une mesure d'observation plus ou moins permanente. Dans le cas, où finalement, se révèle le Cancer, le diagnostique aura été quelque peu retardé et l'espoir de guérison diminué. Dans le cas, où durant la période d'observation, aucune lésion n'est décelée, le sujet pourra être déclaré sain. Le Traitement Anti-Cancer sera évité libérant ainsi le sujet des contraintes qui en découlent.

Il est évident que pour le Médecin, l'idéal serait de prendre la bonne décision. Comment une méthode de Classification, telle que celles décrites dans cette Thèse, pourrait-elle venir en aide à notre Médecin ?

Tout d'abord, la décomposition multirésolution permet de révéler certains détails qui sont masqués dans l'image originale (tous les détails sont entremêlés et difficilement remarquables). Les méthodes de classification utilisent des outils stochastiques souvent plus performants qu'un œil humain. Cependant, ces avantages peuvent sembler purement théoriques. L'applicabilité des méthodes de classification nécessite des bases de données

Conclusion Générale et Perspectives

conséquentes. La valeur d'une base de données dépend de sa taille, de la validité des images choisies et de leur historique. Pour cela, le Médecin doit constituer des archives concernant chacun de ces patients avec des images référencées, datées, interprétées (en plus des autres examens) qu'ils soient définitivement déclarés sains, déclarés sains puis atteints après une certaine durée et enfin déclarés immédiatement atteints. A partir de ce moment se pose un problème d'éthique ; à savoir si le patient dont les données personnelles font partie des archives du Médecin approuve leur utilisation pour des objectifs de recherche ou, en cas de décès, il aura exprimé son accord de son vivant. Si on dispose de données anciennes de patients décédés, il est nécessaire de consulter les membres de la famille du défunt.

La mise au point d'une méthode de Classification est donc une entreprise délicate, nécessitant un lourd investissement, mais qui serait d'un apport incontestable pour la recherche contre le cancer ou dans d'autres domaines. Les perspectives de notre Travail concernent donc l'application des méthodes de classification à l'établissement de diagnostics

Annexe I : Programmes de Conception des filtres

Descriptifs des Programmes

```
% atroufilter : Vecteur des coefficients du filtre a trous
%
% bezout : Polynôme solution du Théorème de Bezout utilisé pour
% les filtres de Daubechies et les filtres des bases
% bi orthogonales.
%
% biofilts : Filtres passe-bas symétriques issus des fonctions
% B-Splines et de leur fonction duale bi orthogonale.
%
% biordec : Filtre passe-bas de décomposition issus de la fonction
% B-Spline
%
% daubfilt : Filtre de Daubechies obtenu par factorisation
% spectrale du polynôme solution du Théorème de Bezout.
%
% dualow : Filtre passe-bas issus de la fonction duale
% biorthogonale à la fonction B-Spline.
%
% hibior : Filtres passe-haut de reconstruction et de
% décomposition issus des filtres passe bas obtenus par
% "biorfilts".
%
% lagrange : Polynôme de Lagrange évalué pour un point.
%
% onebezout : Polynôme élémentaire formant le polynome de Bezout.
%
% scale : Fonction d'échelle correspondant au filtre passe-bas
% obtenue par l'algorithme en cascade.
%
% specfact : Procédure de factorisation spectrale utilisée pour la
% conception des filtres de Daubechies.
%
% wavelt : Fonction d'ondelette obtenue par l'algorithme en
% cascade à partir des filtres passe-bas et passe-haut.
```

Aides des programmes principaux

Atroufilter

```
% f = atroufilter(N) : Vecteur des coefficients du filtre a trous de
%                               Longueur L. Les coefficients pairs sont nuls
%                               sauf le coefficient central (d'indice 0) qui vaut
%                               1. Les coefficients impairs sont issues du
%                               polynôme d'interpolation de Lagrange de degré
%                               L = 4 N - 1.
%
```

Bezout

```
% p = bezout(n)      : Polynôme de degré n solution du Théorème de
%                               Bezout utilisé pour les filtres de Daubechies
%                               et les filtres des bases bi orthogonales.
%
```

Daubfilt

```
% h = daubfilt(n)   : Filtre de Daubechies de longueur 2n obtenu par
%                               factorisation spectrale du polynôme solution du
%                               Théorème de Bezout. Le polynome de bezout
%                               représente en fait le carré du module de h.
%
```

Biofilt

```
 %[hr,hd] = biofilt(nr,nd) : Filtres passe-bas symétriques issus des
%                               fonctions B-Splines et de leur fonction duale
%                               bi orthogonale.
%
%                               hd permet l'approximation des signaux pour une décomposition
%                               en Ondelettes,
%
%                               hr permet la reconstruction des signaux.
```

Specfact

```
%l = specfact(L) : Factorisation spectrale de L. l est une solution de  
%                  l'equation |l|^2 = L. Cette procedure est utilisée  
%                  pour la construction des filtres de Daubechies
```

Scale

```
%phi = scale(h,k) : Fonction d'échelle correspondant au filtre passe-  
%                  bas h, obtenue par l'algorithmme en cascade avec k  
%                  iterations
```

Wavelt

```
%psi = wavelt(g,h,k) :Fonction d'ondelette obtenue après k iteration par  
%                  l'algorithmme en cascade à partir des filtres  
%                  h(passe-bas) et g (passe-haut).
```

Annexe II: Album de Brodatz (Extrait)

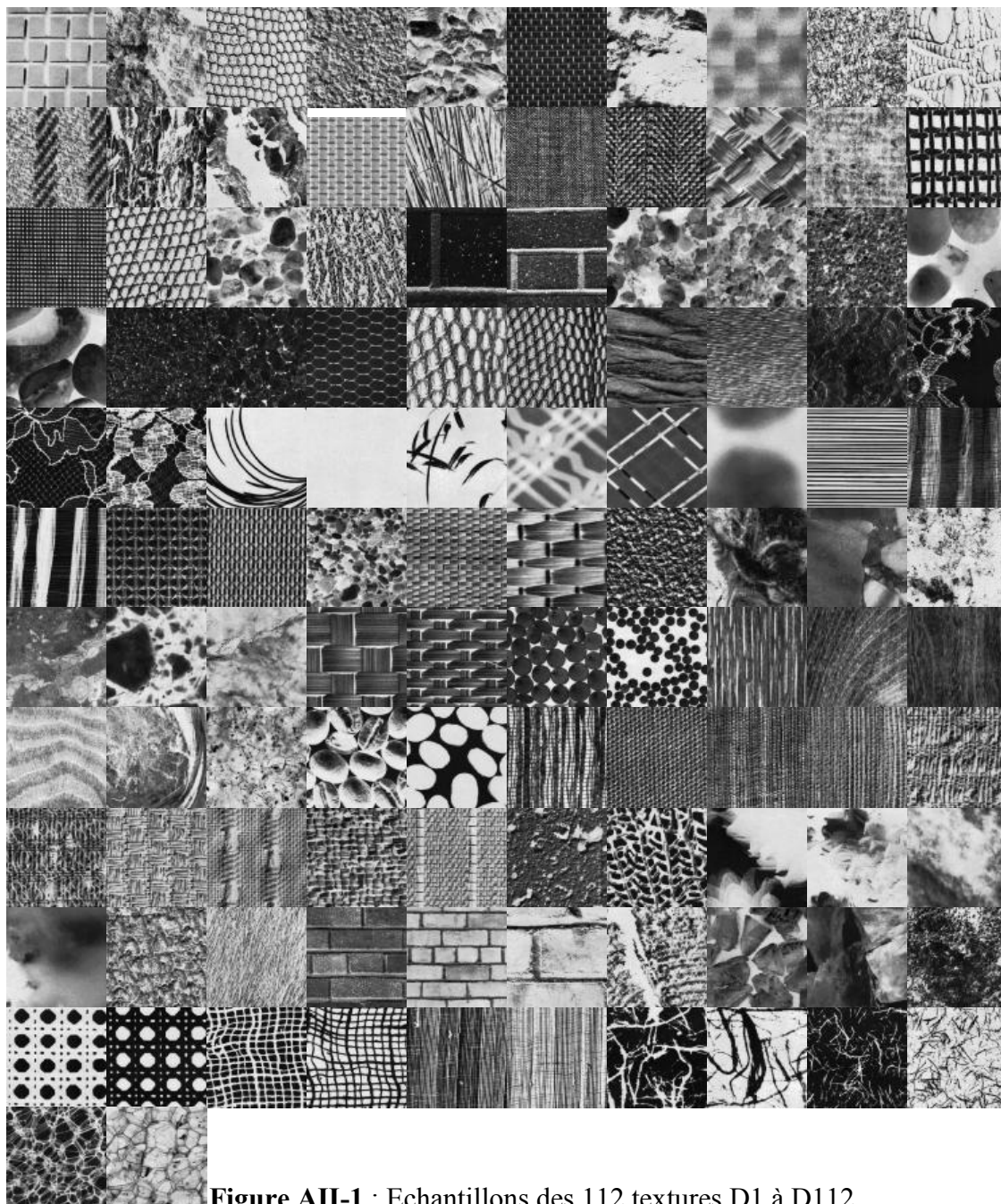


Figure AII-1 : Echantillons des 112 textures D1 à D112

D1	D10
D11	D20
D21	D30
D31	D40
D41	D50
D51	D60
D61	D70
D71	D80
D81	D90
D91	D100
D101	D110
D111	D112									

Figure AII-2 : Disposition des images de la Figure

Annexe III : Programmes de Démonstration

Annexe III: Programmes de Démonstration

```
% PROGRAMMES DE DEMONSTRATION
%-----
%
% DEMO_FILTRES1D.m : Conception filtres 1D atrous, daubechies et
%                   biorthogonnaux avec representation de fonctions
%                   d'echelles et d'ondelettes.
%
% DEMO_TRANSFORMEES.m :      Visualisation des sous images issues des
%                           Transformees separables, non séparables et de
%                           Gabor.
%
% DEMO_CLASSIFICATION.m :   Classification d images alterees. Outils de
%                           decompositions : Transformees separables, non
%                           séparables et de Gabor.
%                           Outils de classification : Distance Quadratique,
%                           Distance de Bayes et Réseaux de Neurones à Base
%                           radiale.
```

Annexe IV : Programmes de Calcul de vecteur
d'attribut

Annexe IV: Programmes de Calcul du Vecteur d'Attributs

```
% Calcul des vecteurs d'attribut
%-----
% BAYES.m           - Distance de Bayes

% QUADRADIST.m     - Distance Quadratique

% FEATVECT_WAV.m   - Calcul du vecteur d'attributs après Transformée en
%                 Ondelettes séparable(TOS)

% FEATVECTGB.m     - Calcul du vecteur d'attributs après Transformée de
%                 Gabor(TG) à deux dimensions(2D)

% FEATVECTNS.m     - Calcul du vecteur d'attributs après Transformée en
%                 Ondelettes non séparable(TONS)

% featkurt.m       - Calcul du vecteur d'attributs après Transformée en
%                 Ondelettes séparable(TOS) avec kurtosis et skewness

% featkurtns.m     - Calcul du vecteur d'attributs après Transformée en
%                 Ondelettes non séparable(TONS) avec kurtosis et
%                 skewness

% kurt.m           - Calcul du Kurtosis d'une image

% skew.m           - Calcul du Skewness d'une image
```

إستعمال التحليل المتعدد الكثافة لتمييز الصور المنسوجة

خلاصة

هدف هذه الأطروحة هو البحث على أساليب تحديد خصائص المواد من خلال تحليل نسيجها (Texture).

بعد أن درسنا كل الأعمال حول مفهوم نسيج، تثبت أن التحليل المتعدد الكثافة (Analyse Multi Résolution) هو وسيلة فعالة لتسليط الضوء على العناصر ذات الصلة في صورة منسوجة. و لذلك قمنا بتطوير الأدوات الحسابية اللازمة. لقد بينا كيفية تمرير أدوات التحليل من إشارات أحادية البعد إلى التحليل من الصور. صنفنا (Classification) أيضا الصور على حسب التشابهات. ولقد استعملنا في بعض طرق التصنيف الشبكات العصبية (Réseaux de Neurons).

بعد تطبيق كل هذه المناهج لبنك المعلومات تتكون من صور منسوجة، توصلنا إلى تعرف التركيبات أكثر فعالية. وتحسب النتائج باستخدام معايير مثل نسبة الأخطاء، فعالية الأرشفة وعتبة التحريف.

Utilisation de l'Analyse Multi Résolution pour la Caractérisation des Images Texturées

Résumé

L'objet de cette thèse est de rechercher des méthodes permettant la caractérisation des Tissus à travers l'analyse de leur Texture.

Après avoir fait l'Etat de l'art sur la notion de texture, il s'est avéré que l'Analyse Multi Résolution est un moyen efficace permettant la mise en évidence d'éléments pertinents dans une image texturée. Pour cela, nous avons ainsi mis au point les outils mathématiques nécessaires. En particulier, nous montrons comment passer des outils de décomposition des signaux à une dimension à la décomposition des images. Nous avons également implémenté des méthodes de Classification dont certaines utilisent des Réseaux de Neurons permettant, sur la base des éléments pertinents, de regrouper les images texturées en fonction de leur similarité.

Après avoir appliqué tous ces outils à des bases de données constituées d'images texturées, nous avons dégagé les combinaisons les plus performantes. Les performances sont calculées à l'aide de critères tels que les Taux d'Erreurs, Seuil d'altérabilité et Efficacité d'Archivage.