

# Thèse

présentée par

**M. Skander BENSEGUENI**

pour l'obtention du

**Doctorat en Sciences**

Option :

**Traitement du Signal**

Thème :

**DEVELOPPEMENT DE TECHNIQUES UTILISANT LES ONDELETTES  
POUR L'ANALYSE, LA CLASSIFICATION ET LE TRAITEMENT DU  
SIGNAL ECG**

Soutenue le : 18 / 05 / 2016 , devant les membres du jury :

Président :	N. MANSOURI	Professeur	Université des Frères Mentouri- Constantine
Rapporteur :	A. BENNIA	Professeur	Université des Frères Mentouri- Constantine
Examineur :	A. CHAREF	Professeur	Université des Frères Mentouri- Constantine
Examineur :	A. BOUKROUCHE	Professeur	Université de Guelma
Examineur :	D. BENATIA	Professeur	Université de Batna



## REMERCIEMENTS

Ce travail est l'aboutissement d'un long cheminement au cours duquel j'ai bénéficié de l'encadrement, des encouragements et du soutien de plusieurs personnes, à qui je tiens à dire profondément et sincèrement merci.

Mes sentiments de reconnaissance vont en premier lieu à l'endroit de mon encadreur Pr. Abdelhak Bennia, qu'il m'a accepté comme doctorant dans le laboratoire du traitement du signal pendant toutes ces années malgré ses nombreuses occupations. Son encouragement m'a beaucoup édifié, et son encadrement scientifique a toujours été pour moi une lumière qui m'a guidé dans le vaste monde du traitement du signal. La patience, l'appui, le soutien et les encouragements que le Pr. Bennia m'a apportés tout au long de mes recherches et de ma formation doctorale, sa détermination, son zèle, son attention aiguë aux tous petits détails, sa stimulation, sa rigueur fort utile mais toujours bien assortie de ses nombreuses autres qualités humaines, ont apporté une plus-value inappréciable et déterminante dans l'achèvement des études et des recherches que nous avons effectuées, ainsi que, dans la préparation de ce manuscrit.

J'aimerais simplement dire que le Pr. Bennia m'a beaucoup donné, bien loin au-delà de ce que je pouvais attendre. Qu'il en soit infiniment remercié !

Je remercie vivement les membres du jury, qui ont accepté d'évaluer mon travail. Je remercie Pr. Mansouri, professeur à l'université des Frères Mentouri - Constantine, qui a bien voulu présider le jury. Je remercie les examinateurs de cette thèse Pr. Charef, professeur à l'université des Frères Mentouri - Constantine, Pr. Boukrouche, professeur à l'université de Guelma et Pr. Benatia, Professeur à l'université de Batna. Je les remercie pour la rapidité avec laquelle ils ont lu mon manuscrit, malgré un emploi du temps sans doute très chargé. Je leur suis très reconnaissant pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux de recherche et d'avoir accepté d'assister à la présentation de ce travail.

Je remercie en particulier, Pr. Mansouri et Pr. Charef pour leur assistance technique, leur disponibilité et pour toutes leurs lumières qu'ils ont toujours bien voulu m'apporter.

# DEDICACE

A la mémoire de mon cher père ...

à ma chère mère ...

à ma chère femme ...

à mon petit Iyed ...

à ma sœur et mes frères ...

je dédie ce travail.

# TABLE DES MATIERES

	Numéro de page
الملخص	i
Abstract	ii
Résumé	iii
Acronymes et abréviations	Iv
Liste des tableaux	vi
Liste des figures	vii
<b>Introduction générale</b>	1
<b>Chapitre I Signaux biomédicaux</b>	4
1.1. Introduction	5
1.2. Electroencephalogramme	5
1.3. Magnétoencéphalogramme	7
1.4. Potentiel évoqué	8
1.5. Electrorétinogramme	9
1.6. Electrooculogramme	10
1.7. Electromyogramme	11
1.8. Electrocardiogramme	11
1.9. Phonocardiogramme	15
1.10. Problèmes de séparation de signaux et de déconvolution des sources	16
<b>Chapitre II Analyse statistique multidimensionnelle, transformées et leurs propriétés</b>	18
2.1. Introduction	19
2.2. Techniques graphiques d'explorations de données analysées	20
2.3. Méthodes statistiques multidimensionnelles	23
2.4. Modèles de signaux	31
2.5. Filtres numériques	32
2.6. Représentation spectrale des Signaux	34
2.7. Représentation en temps-fréquences des Signaux discrètes	37
2.8. Transformées sinusoïdales discrètes	47
<b>Chapitre III Détection des pics R du signal électrocardiogramme</b>	51
3.1. Introduction	52
3.2. Artefacts	53

3.3. Base de données	54
3.4. Procédure de détection des pics R	56
3.5. Résultats de la détection	60
3.6. Comparaison des performances	64
3.7. Discussions	67
<b>Chapitre IV Compression du signal électrocardiogramme</b>	69
4.1. Introduction	70
4.2. Compression du signal électrocardiogramme	71
4.3. Reconstruction du signal électrocardiogramme	76
4.4. Critère de performances	77
4.5. Résultats de la compression	78
4.6. Comparaison des résultats	84
4.7. Discussions	85
<b>Chapitre V Analyse des signaux bidimensionnels</b>	87
5.1. Introduction	88
5.2. Numérisation de données	88
5.3. Extraction du signal ECG	90
5.4. Résultats d'extraction du signal	93
5.5. Détection des ondes R du signal résultant	94
5.6. Réduction de dimension	95
5.7. Conclusion	96
<b>Conclusion générale</b>	98
<b>Références</b>	100

في هذه الأطروحة حاولنا التطرق لعدة محاور تخص تحليل ، تركيب و تقليص حجم الإشارة البيانية الكهربائية للقلب ECG باستعمال قاعدة البيانات MIT . حيث قمنا بالكشف عن الموجة R ضمن الموجة المركبة QRS، وذلك بتحديد موقع كل الموجات المركبة باستخدام تحويل المويجات التكاملية الثنائي ثم استعمال حدود هذه المواقع كحدود لمجالات الكشف عن الموجة R بواسطة خوارزمية مبتكرة تستعمل المعاملات من الدرجة الاولى لتحويل المويجات غير المترابط لتحديد بدقة موقع الموجة R . في الجزء الثاني من العمل المنجز قمنا بتقسيم الإشارة إلى عدة مجالات متكونة من أدوار نبض القلب RR ، حيث شكلنا مصفوفة معلومات لاستعمالها من أجل تقليص حجم المعلومات و ذلك بواسطة طريقة تحليل المكونات الرئيسية ثم تقليصها أكثر بواسطة استخدام العتبة على الإشارة الناتجة عن تحويل جيب التمام غير المترابط . في الأخير انجزنا تطبيقا عمليا لخوارزمية الكشف عن الموجة R ، وذلك بعد استخلاص الإشارة البيانية الكهربائية للقلب أحادية البعد من الصورة الناتجة عن المسح الضوئي للورق المليمترى للإشارة القلبية.

إن نتائج الكشف عن الموجة R ، تقليص حجم الإشارة و تطابق الإشارة المستخلصة مع الأصلية كانت جد مرضية و ذات دقة متناهية . مما يبرز جودة خوارزميات المنجزة و المعروضة في هذه الأطروحة .

الكلمات المفتاحية : الإشارة البيانية الكهربائية للقلب ، الموجة R ، الكشف عن الموجة ، تقليص حجم الإشارة ، تحويل المويجات تحليل المكونات الرئيسية ، تحويل جيب التمام غير المترابط .

# Abstract

In this thesis, we tried to address several topics concerning the analysis, synthesis and compression of the electrocardiogram (ECG) signal using the MIT database. Where we have detected R waves by locating each QRS complex using the dyadic wavelet transform, which defines a window of R peak search, and then, we have accurately detected the R waves by the manipulation of the first order coefficients of the discrete wavelet transform. In the second part of our work we have segmented the signal in its RR periods in order to construct vectors of a data matrix, where we extract its principal components in order to reduce the size of the information, then, we reduce more and more the size by applying a threshold on the signal resulting from the discrete cosine transform. The last algorithm designed is a practical application of the R wave detection algorithm, but, after the extraction of one-dimensional signal of the resulting scanned image of the ECG paper.

The results of R peaks detection, reducing the size of the signal and the correspondence of samples of the signal resulting from the extraction with those of the original file, was very satisfactory and with an extreme precision, demonstrating the quality of our algorithms presented in this thesis.

Keywords: ECG signal, R peak, waves detection, signal compression, wavelets transform, principal components analysis, discrete cosine transform.

## RESUME

Dans cette thèse, nous avons essayé d'aborder plusieurs sujets concernant l'analyse, la synthèse et la compression du signal électrocardiogramme (ECG) en utilisant la base de données MIT. Nous détectons l'onde R par l'identification de l'emplacement de chaque intervalle délimitant un complexe QRS en utilisant la transformée en ondelettes dyadique, puis exploitant les limites de ces intervalles pour pouvoir effectuer une recherche des pics et détecter avec précision l'onde R par la manipulation des coefficients du premier ordre de la transformée en ondelettes discrète. Dans la deuxième partie du travail réalisé, nous avons segmenté le signal en périodes RR constituant les vecteurs d'une matrice de données, où nous avons extrait ses composantes principales afin de réduire la taille de l'information cardiaque, puis nous avons réduit de plus en plus la taille par l'utilisation d'un seuil sur le signal résultant de la transformation en cosinus discrète. Le dernier algorithme que nous avons conçu est une application pratique de l'algorithme de détection d'ondes R, mais cela après l'extraction du tracé unidimensionnel de l'image résultante de la numérisation du papier millimétré de l'ECG.

Les résultats de détection du pic R, la réduction de la taille du signal et la correspondance des échantillons du signal résultant de l'extraction avec ceux du tracé original, était très satisfaisants et avec une extrême précision, montrant la qualité de nos algorithmes présentés dans cette thèse.

Mots clés: signal électrocardiogramme, pic R, détection d'ondes, compression du signal, transformée en ondelettes, analyse en composantes principale, transformée en cosinus discrète.

# ACRONYMES ET ABREVIATIONS

## A

ACP	Analyse en composantes principales
AMR	Analyse multirésolution
aVF	Dérivation augmentée de la jambe
aVL	Dérivation augmentée bras gauche
aVR	Dérivation augmentée du bras droit
AZTEC	Amplitude zone time epoch coding

## B

BD	Bras droit
BG	Bras gauche
$B_i$	Bar extérieure inférieure
BPSV	Battement prématurés supra-ventriculaires
BPV	Battement prématuré ventriculaire
$B_s$	Bar extérieure supérieure

## C

CAN	Convertisseur analogique-numérique
CP	Composantes principales
CR	Taux de compression (compression ratio)

## D

DSPO	Détail du signal du premier ordre
------	-----------------------------------

## E

$E$	Matrice d'erreur
ECG	Electrocardiogramme
$ECG_{orig}$	Tracé ECG de l'image numérique originale
$E_d$	Taux d'erreur de la détection
EEG	Electroencéphalogramme
EMG	Electromyogramme
EOG	Electrooculogramme
ERG	Electrorétinogramme
ERP	Potentiel du récepteur précoce (Early-receptor potential)
ES	Erreur standard

## F

$FD$	Fausses détections
$F_{DN}$	Fausses détections négatives
$F_{DP}$	Fausses détections positives
FECG	ECG foetal

## H

$H$	Matrice d'hypothèse
HP	Hewlett-Packard

## I

IQ	Interquartile
IRM	Imagerie par résonance magnétique

## J

JG	Jambe gauche
----	--------------

## L

LRP	Potentiel du récepteur tardif (late-receptor potential)
LTI	Limite en temps inférieure
LTS	Limite en temps supérieure

## M

MCD	Marquage de changement de direction
MCV	Maladies cardiovasculaires
MECG	ECG maternel

MEG	Magnétoencéphalogramme
MIT	Massachusetts institute of technology
$(M_n, M_p)$	Couple de minimum négatif-maximum positif
Moy	Valeur moyenne
<b>P</b>	
$P_+$	Prédictivité positive
PAUM	Potentiel d'action de l'unité motrice
PE	Potentiel évoqué
PEA	Potentiel évoqué auditif
PES	Potentiel évoqué somato-sensorielle
$PM_n$	Probables extrema négatifs
$PM_p$	Probables extrema positifs
PPM	Pixel par millimètre
PPP	Pixel par pouce
PRD	Pourcentage des différences de la moyenne quadratique (percentage root-mean square difference)
PV	Proportion de la variance
PVE	Potentiel visuel évoqué
<b>Q</b>	
$Q_i$	Quartile inférieur
QRS	Trois ondes Q, R et S
$Q_s$	Quartile supérieur
<b>R</b>	
RIF	Filtre numérique à réponse impulsionnelle finie
RII	Filtre numérique à réponse impulsionnelle infinie
RMS	Erreur quadratique (Root mean square)
<b>S</b>	
SA	Sinusal
$S_e$	Sensitivité
$S_n$	Seuils adaptatifs négatifs
$S_p$	Seuils adaptatifs positifs
$S_{pt}$	Estimateur de variance commun
<b>T</b>	
TF	Transformée de Fourier
TFCT	Transformée de Fourier à court terme
TFI	Transformée de Fourier inverse
TFTD	Transformée de Fourier à temps discret
TFTDI	Transformée de Fourier à temps discret inverse
TOC	Transformée en ondelettes continue
TOCI	Transformée en ondelettes continue inverse
TOD	Transformée en ondelettes discrète
TODI	Transformée en ondelettes discrète inverse
TODy	Transformée en ondelettes dyadique
TODyR	Transformée en ondelettes dyadique rapide
TCD	Transformée en cosinus discrète
TCDI	Transformée en cosinus discrète inverse
TSD	Transformée en sinus discrète
TSDI	Transformées en sinus discrètes inverses
<b>V</b>	
V1, V2, ..., V6	Dérivations précordiales
VCG	Vecteur-cardiogramme
VDP	Vraies détections positives
<b>W</b>	
WCT	Borne centrale de Wilson (Wilson central terminal)

# LISTE DES TABLEAUX

**Tableau 3.1.** Résultats de détection de notre algorithme.

**Tableau 3.2.** Comparaison des résultats avec d'autres méthodes.

**Tableau 4.1.** Valeurs propres et valeurs propres cumulées des huit premières composantes principales de l'enregistrement 220 de la base de données MIT.

**Tableau 4.2.** Valeurs des PRD, PRD1 et CR pour quatre enregistrements de trente minutes à quatre ordres des composantes principales.

**Tableau 4.3.** Valeurs moyenne des critères d'évaluation de compression des quatre enregistrements de trente minutes.

**Tableau 4.4.** Comparaison des valeurs moyennes des paramètres de la compression des enregistrements d'une minute et de dix minutes.

**Tableau 5.1.** Valeurs des erreurs quadratiques de cinq dérivations.

**Tableau 5.2.** Erreur dans l'amplitude, la position et la période de cinq dérivations.

**Tableau 5.3.** Valeurs des taux de compression pour les cinq dérivations.

# LISTE DES FIGURES

- Figure 1.1.** Synapse et interconnexion des neurones.
- Figure 1.2.** Système de placement des électrodes 10-20 pour l'enregistrement EEG.
- Figure 1.3.** Enregistrement EEG d'un sujet au repos.
- Figure 1.4.** Signal PEA du tronc cérébral, comportant cinq ondes dans les premiers six secondes après une stimulation sonore de courtes durées.
- Figure 1.5.** Composants typiques d'un signal PE transitoire.
- Figure 1.6.** ERG, la réponse à une stimulation de deux secondes.
- Figure 1.7.** Signal EMG de surface.
- Figure 1.8.** Ondes d'un signal électrocardiogramme.
- Figure 1.9.** Dérivations bipolaires (triangle d'Einthoven).
- Figure 1.10.** Dérivations précordiales.
- Figure 1.11.** Tracés ECG des différentes dérivations.
- Figure 1.12.** Différents types d'arythmies cardiaques.
- Figure 1.13.** Signal PCG (a) un cœur normal et (b) des murmures systoliques.
- 
- Figure 2.1.** Diagramme en boîte des quinze plus grandes villes des Etats Unis (en termes de populations).
- Figure 2.2.** Histogramme des fréquences des notes de cinquante élèves d'une classe.
- Figure 2.3.** Diagramme en nuage de points de deux groupes de joueurs de football américain.
- Figure 2.4.** Nuage de points de deux variables et leurs axes principaux.
- Figure 2.5.** Proportion de variances de six variables.
- Figure 2.6.** Diagramme en nuage de points de l'analyse discriminante de trois groupes, en bleu le groupe des joueurs de football d'un lycée, en rouge le groupe des joueurs de football d'une université et en noir le groupe de non-joueurs de football.
- Figure 2.7.** Filtre numérique.
- Figure 2.8.** Filtre à réponse impulsionnelle finie.
- Figure 2.9.** Filtre à réponse impulsionnelle infinie.
- Figure 2.10.** Réalisation d'un filtre par la convolution.
- Figure 2.11.** Transformée de Fourier à court terme.
- Figure 2.12.** (a) Fonctions d'ondelettes et (b) leurs transformées de Fourier: en haut, l'ondelette de Haar, au milieu, l'ondelette de Littlewood-Paley et en bas le chapeau Mexicain.
- Figure 2.13.** Boîtes de Heisenberg de l'ondelette  $\psi_{j,n}$  à différentes échelles.
- Figure 2.14.** Transformée en ondelettes dyadique d'un signal à différentes échelles ( $2^{-7} < 2^j < 2^{-3}$ ).
- Figure 2.15.** Transformée en ondelettes dyadique rapide.
- Figure 2.16.** (a) Transformée en ondelettes discrète rapide et (b) Transformée en ondelettes discrète inverse rapide.
- Figure 2.17.** (a) Filtrage hautes-fréquences du signal électrocardiogramme de la base de données MIT et (b) Filtrage basses-fréquences du signal électrocardiogramme de la base de données MIT. En haut les signaux originaux, au milieu le signal filtré et en bas les bruits du signal.
- Figure 2.18.** (a) Signal ECG de la base de donnée MIT et (b) Coefficients de la transformée en cosinus discrète TCD<sub>II</sub>.
- 
- Figure 3.1.** Artefacts de l'enregistrement ECG: (a) artefacts du secteur et (b) distorsions de la ligne de base.
- Figure 3.2.** (a) Enregistrement 100 de la base de données MIT et (b) l'enregistrement 213.
- Figure 3.3.** Distributions d'énergies de différents artefacts et ondes de l'ECG.
- Figure 3.4.** (a) Onze battements de l'enregistrement 113 et (b) les couples d'extrema représentant les complexes QRS après le seuillage.
- Figure 3.5.** Intervalle de recherche des pics R: (a) un complexe QRS de l'enregistrement 100 de la base de données MIT et (b) sa transformée en ondelettes dyadique.
- Figure 3.6.** Détail du signal du premier ordre des différentes ondes constituant le même complexe QRS de l'enregistrement 100.

**Figure 3.7.** Marquage du changement de direction: (a) les localisations des différents pics du même complexe QRS de l'enregistrement 100 et (b) la localisation du pic R dans l'intervalle [LTI, LTS].

**Figure 3.8.** Détection des ondes R de l'enregistrement 100 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.

**Figure 3.9.** Détection des ondes R de l'enregistrement 122 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.

**Figure 3.10.** Détection des ondes R de l'enregistrement 220 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.

**Figure 3.11.** Détection des ondes R de l'enregistrement 234 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.

**Figure 3.12.** Comparaison des pourcentages de fausses détections des différentes méthodes.

**Figure 3.13.** Enregistrement 118 de la base de données MIT, la deuxième onde est une contraction ventriculaire prématurée et les quatre autres ondes sont des blocs complets de la branche droite.

**Figure 4.1.** (a) 28 secondes de l'enregistrement 220 de la base de données MIT avec des périodes RR variables et (b) normalisation des 34 périodes à une durée égale à 856 ms.

**Figure 4.2.** Six premières composantes principales du même intervalle de l'enregistrement 220.

**Figure 4.3.** Réduction de dimension horizontale par les composantes principale et verticale par un seuillage des transformée en cosinus discrète.

**Figure 4.4.** Six transformée en cosinus discrète des six premières composantes principales de l'enregistrement 220, en bleu c'est la transformée de la première composante principale dont le seuil des valeurs est le plus grand.

**Figure 4.5.** Diagramme bloc du compresseur-décompresseur.

**Figure 4.6.** Compression de l'enregistrement 100 de la base de données MIT à l'ordre 6 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.

**Figure 4.7.** Compression de l'enregistrement 100 de la base de données MIT à l'ordre 24 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.

**Figure 4.8.** Compression de l'enregistrement 220 de la base de données MIT à l'ordre 6 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.

**Figure 4.9.** Compression de l'enregistrement 220 de la base de données MIT à l'ordre 24 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.

**Figure 4.10.** PRD1 (à gauche) et taux de compression (à droite) de dix-huit intervalles d'une durée d'une minute.

**Figure 4.11.** Signal original (en bleu), le signal reconstruit (en rouge) et l'erreur de compression (en noir) d'un intervalle de l'enregistrement 118 de la base de données MIT.

**Figure 5.1.** Tracé électrocardiogramme 12 dérivation d'une femme de 61 ans.

**Figure 5.2.** Scanner HP 4300.

**Figure 5.3.** Filtrage linéaire de l'image numérique: (a) l'image numérique, (b) une étape intermédiaire du filtrage et (c) l'image filtrée des bruits et de la grille du fond.

**Figure 5.4.** Filtrage linéaire de l'image numérique.

**Figure 5.5.** Présence de plusieurs points pour chaque ligne verticale dans l'image filtrée.

**Figure 5.6.** Signal moyen (en rouge) et le signal médian (en bleu).

**Figure 5.7.** Superposition du signal unidimensionnel résultant (en bleu) et de l'image originale (en noir), (a) la dérivation V5 et (b) la dérivation V1.

**Figure 5.8.** Détection des ondes R du signal de la dérivation V5.

**Figure 5.9.** Réduction de données en éliminant l'information non utile des pixels de la grille de fond, (a) l'image original et (b) le signal unidimensionnel résultant.

## INTRODUCTION GENERALE

Dans nos jours, l'étude des signaux biomédicaux et l'extraction de l'information utile d'une façon automatique sont très importantes et aident les médecins à bien comprendre le comportement de différents tissus cellulaires afin de faire un bon diagnostic et à construire les bases de données de patients. Le travail que nous allons présenter dans cette thèse, consiste à appliquer de nouvelles méthodes et algorithmes pour pouvoir analyser, synthétiser et comprimer le signal électrocardiogramme (ECG) qui représente l'activité électrique du cœur. Ces méthodes sont basés sur l'application de différentes transformées discrètes du signal comme les transformées en ondelettes et les transformées en cosinus, en plus des méthodes statistiques d'analyse des signaux que nous utilisons pour éliminer les données non nécessaires et réduire ainsi les dimensions.

Le travail que nous présenterons, est partagé en deux principaux axes; le premier axe est une étude théorique structurée en deux chapitres, alors que dans la deuxième partie, qui est partagée en trois chapitres, nous exposerons nos différentes méthodes de traitement du signal ECG. Ces méthodes sont basées sur l'utilisation de nouveaux outils mathématiques afin de détecter les ondes R du signal et le comprimer pour réduire sa dimension et cela en les appliquant sur des enregistrements unidimensionnels ou bidimensionnels.

Dans la littérature, plusieurs procédures ont essayé de localiser les complexes QRS par l'exploitation des comportements des dérivations ou des différentiations à l'encontre d'un pic [1], ou l'utilisation des propriétés des réseaux de neurones qui sont très utilisées pour la détection des ondes R et donnent de bons résultats [2]. D'autres études ont utilisé les différents types et caractéristiques des transformées en ondelettes pour localiser les complexes QRS [3]. Il existe

aussi, plusieurs recherches basées sur les ondelettes pour comprimer le signal ECG, et d'autres basées sur la transformée par paquets d'ondelettes pour coder le signal [4]. Une application basée sur la méthode de Karhunen-loeve est proposé dans [5] et qui donne de bons résultats de compression. la méthode de [6] basée sur une description de Fourier pour comprimer le signal en le segmentant en deux types de couples de complexes QRS et d'intervalles SQ et puis en calculant la transformée de Fourier de ces couples donne un nouvel aperçu des caractéristiques et du comportement du signal dans le domaine fréquentiel. Le codage des durées en temps du signal ou la prédiction linéaire des coefficients des différentes transformations sont aussi, très utilisés pour réduire la dimension des données. En plus de ce qui précède, il existe dans la littérature des recherches où on a essayé de numérisé l'image scannée de l'enregistrement ECG comme les méthodes présentées dans [7] qui a le but de mieux stocker, accéder, échanger et manipuler les données cardiaques.

Parmi toutes les techniques utilisées, on trouve des techniques performantes mais un peut long dans leur exécution ou rapides mais qui ne présentent pas de résultats assez satisfaisants, que ce soit pour les procédures concernant la détection ou ceux de la compression. Nos algorithmes présentés dans cette thèse sont de nouvelles méthodes très performantes en termes de la précision de détection des ondes et de la grande réduction de la taille des données en conservant une bonne allure du signal, et ceci avec un temps de calcul total très petit. Pour notre troisième procédure, nous essayons de trouver des solutions aux problèmes rencontrés dans les différents services de cardiologie, où un grand nombre de dossiers encombre les espaces de stockage. La numérisation de fichiers électrocardiogrammes en plus de la compression de ces enregistrements facilite le stockage des bases de données des patients et la manipulation des données cardiaque par n'importe quel utilisateur.

Cette thèse est donc, structurée en cinq chapitres, comme suit:

Le chapitre 1 représente une illustration détaillée des différents signaux biomédicaux en montrant leurs origines cellulaires et leurs caractéristiques et propriétés. Ces tracés vont faciliter l'interprétation du comportement des différents organes des patients. Nous exposons dans ce chapitre quelques signaux comme: l'électroencéphalogramme (EEG) ou le magnétoencéphalogramme (MEG) qui permettent de donner des explications aux divers phénomènes et anomalies affectant le cerveau. L'électrorétinogramme (ERG) qui mesure les changements dans le potentiel de la rétine et l'électrooculogramme (EOG) qui mesure la position des yeux. Cependant, l'activité électrique des muscles est mesurable par le biais de l'électromyogramme (EMG). Alors que les phénomènes cardiaques sont observables par l'enregistrement ECG.

Dans le chapitre 2, nous présenterons respectivement, des méthodes de l'analyse statistiques des données (l'analyse en composantes principales, l'analyse discriminante, etc.) et des transformées de signaux (les transformées en ondelettes, les transformées sinusoïdales, etc.) que nous utiliserons dans les derniers chapitres dans des algorithmes de détection et de compression du signal ECG, en plus de leur utilisation dans la conversion des signaux bidimensionnels aux signaux unidimensionnels.

Dans le chapitre 3, nous essaierons de détecter les pics R des complexes QRS du signal électrocardiogramme issu d'une base de données, par un algorithme basée sur les transformées en ondelettes afin de localiser les complexes QRS puis détecter avec précision les ondes R. L'information sur la position et l'amplitude de ces ondes ainsi que la morphologie du complexe QRS seront d'une grande utilité pour les médecins lors de l'interprétation des résultats et la détermination d'un bon diagnostic des différentes arythmies et maladies. Ces résultats vont nous permettre aussi, d'effectuer une segmentation des périodes RR du signal afin de les utiliser dans le chapitre 4 comme les vecteurs d'une matrice de données qui sera réduite par l'application d'une méthode basée sur l'exploitation des premières composantes principales (CP) qui auront des dimensions plus réduites que leurs dimensions initiales en les transformant par la transformée en cosinus discrète.

Le Chapitre 5 est une application réelle de notre algorithme de détection. Dans cette application nous commencerons par l'extraction du signal unidimensionnel à partir de l'image scannée du tracé ECG en utilisant une combinaison entre les valeurs médianes et moyennes. A la fin de cet algorithme, nous appliquerons notre méthode de détection des pics R et nous comparerons nos résultats avec la version papier originale.

# **CHAPITRE I**

## **SIGNAUX BIOMEDICAUX**

Dans ce chapitre, nous proposons quelques signaux biomédicaux et leurs caractéristiques en temps ainsi que leurs outils d'extraction et d'amplification. Ces signaux électriques ou électromagnétiques sont issus des différentes cellules du corps humain et traduisent donc, le comportement physiologique de ces tissus cellulaires.

## **1.1. Introduction**

Les signaux biomédicaux sont des signaux qui décrivent l'activité électrique générée par les différentes cellules du corps humain, elles peuvent être d'origine cervicale, musculaire, cardiaque, etc. Certains d'entre eux sont des activités spontanées et systématiques du corps humain comme l'électroencéphalogramme (EEG) ou l'électrocardiogramme (ECG), et d'autres comme le signal du potentiel évoqué visuel (PEV), sont des réponses à une stimulation extérieure. Cependant, les procédures d'analyse des signaux biomédicaux sont, parfois communes, donc il est nécessaire de comprendre le comportement et les détails fondamentaux de la génération de ces signaux, afin de pouvoir extraire l'information voulue. Mais parfois, la méthode de l'analyse est spécifique et dépend du type du signal à étudier et de l'information à extraire.

## **1.2. Electroencéphalogramme**

### **1.2.1. Neurones et leurs interconnexions**

Le cerveau est constitué de milliards d'interconnexions neuronales. Le corps de la cellule ou soma du neurone reçoit les activités neuronales entrantes à travers les dendrites et délivre son activité sortante via l'axone, qui est couvert par une gaine de myéline jouant le rôle d'un isolateur et il contient un nœud de Ranvier agissant comme un amplificateur du signal.

La jonction entre l'extrême de l'axone d'un neurone et la dendrite d'un autre est appelée la synapse, c'est l'endroit où la transmission de l'information est effectuée. La somme des signaux réceptionnés par le soma est transférée vers un axone si elle dépasse un certain seuil. A la fin de l'axone (la membrane pré-synaptique), le potentiel électrique provoque des produits chimiques appelés neurotransmetteurs, ce potentiel est diffusé à travers les fentes synaptiques et les neurotransmetteurs à la membrane post-synaptique provoquant un potentiel électrique proportionnel à la dendrite du neurone connecté causant un signal d'entrée au soma du neurone connecté (Figure 1.1).

### **1.2.2. Signal électroencéphalogramme**

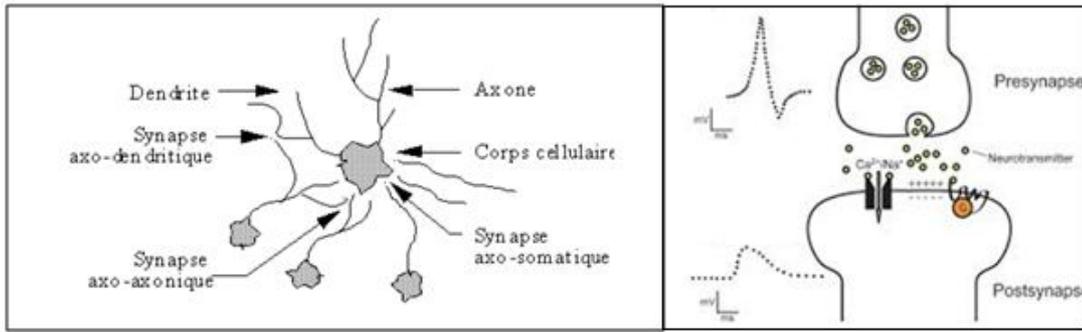
L'électroencéphalogramme (EEG) qui représente l'activité électrique cervicale, est très utile au diagnostic clinique et à l'analyse électro-physiologique du cerveau. Le neurone est l'unité fonctionnelle basique dans le cerveau, il est situé dans le cortex cérébral, qui est partagé en quatre principales parties (frontale, pariétale, temporale et occipitale) responsables chacune de diverses fonctions, telle que l'information visuelle traitée par le lobe occipital et la perception auditive par le lobe temporal. Donc l'activité EEG est enregistrée à partir d'un système d'électrodes placées sur la tête (scalp), donnant le rythme cervical qui est la somme de l'activité électrique de milliers

de neurones. Ce rythme est capturé à la fin malgré son atténuation lors de sa propagation à travers le crâne et le scalp, et ceci par un système d'amplificateurs qu'il amplifie à un niveau suffisant pour l'analyse [8].

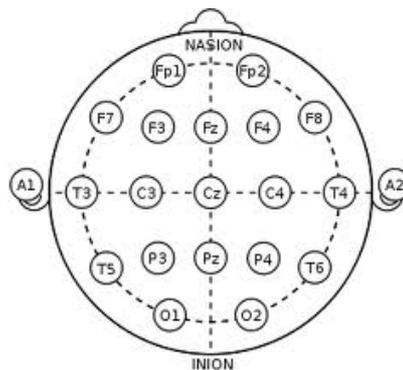
Les enregistrements EEG sont classés en cinq catégories selon leurs fréquences : les fréquences inférieures à 0.5 Hz sont considérées comme les bruits de la ligne de base; tandis que le rythme delta apparaît dans le domaine fréquentiel (0.5 à 4 Hz) seulement durant le sommeil profond ou chez les nourrissons comme une activité irrégulière; alors que le rythme thêta (4 à 7 Hz) est signe d'une somnolence et le sommeil têt; la troisième catégorie est celle du rythme typique à l'état de repos avec les yeux fermés et qui est appelée le rythme alpha (8 à 12 Hz); le rythme beta qui est localisé dans le domaine de fréquences (13 à 30 Hz) est remarquable dans les situations de stress; et enfin le rythme gamma (>30 Hz) est associé aux fonctions d'ordre élevé du cerveau. Il y a aussi d'autres composants transitoires de l'EEG qui sont rencontrés pendant le sommeil, comme le complexe K, le rythme mu qui est dû au mouvement ou encore la composante de l'ictus (épilepsie). Les composantes spécifiques qui sont une réponse à une excitation extérieure comme (les potentiels évoqués) donnent un autre type de l'enregistrement EEG.

En pratique, un signal EEG est enregistré à partir des électrodes placées sur le scalp à des points spécifiques. La fédération internationale des sociétés de l'électroencéphalographie et de neurophysiologie clinique a recommandé le système 10-20 de placement des électrodes, qui comporte 19 électrodes actives et deux références liées au lobe de l'oreille. La distance entre chaque électrode est soit 10 % ou 20 % des distances totales de bord (nasion-inion). Le placement des électrodes dans le système 10-20 est illustré dans la figure 1.2 où les lettres: A, C, F, O, P et T signifient: le pavillon auriculaire (l'oreille extérieure), le central, le frontal, l'occipital, le pariétal et le temporal, respectivement. Alors que la numérotation impaire et paire est utilisée pour la partie gauche et droite, respectivement. La lettre Z est utilisée pour les électrodes de la ligne du milieu et qui représente le zéro. Dans nos jours, le système 10-20 a été étendu en plaçant des électrodes entre les placements prédéfinis, arrivant à 32, 64, 128 et même à 256 canal.

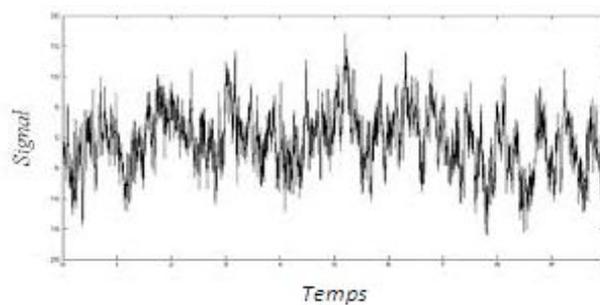
La figure 1.3 donne un exemple du signal EEG d'un sujet à l'état de repos. Visuellement, le signal apparaît comme un signal bruité mais en réalité on peut extraire beaucoup d'informations utiles par discrimination [9].



**Figure 1.1.** Synapse et interconnexion des neurones (modifiée de [9]).



**Figure 1.2.** Système de placement des électrodes 10-20 pour l'enregistrement EEG (modifiée de [9]).



**Figure 1.3.** Enregistrement EEG d'un sujet au repos (modifiée de [9]).

### 1.3. Magnétoencéphalogramme

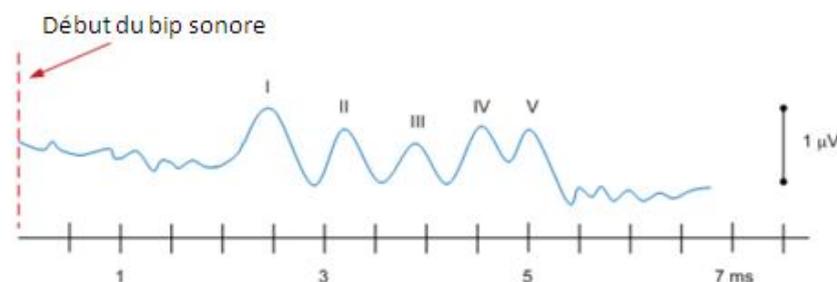
Un magnétoencéphalogramme (MEG) est un appareil de neuroimagerie qui mesure les champs magnétiques dans le cerveau. Ces champs sont créés par l'activité électrique des neurones. Un MEG peut servir de la même manière qu'un électroencéphalogramme (EEG) pour détecter les signaux électriques anormaux dans le cerveau et l'endroit d'où ils proviennent. Un MEG est une technique d'imagerie fonctionnelle, ce qui signifie qu'elle examine l'activité du cerveau, et non seulement sa structure. Un MEG sert à détecter les décharges électriques anormales qui produisent des signaux magnétiques dans le cerveau, et, en cartographiant les sources de ces décharges et en les comparant à un examen par IRM (imagerie par résonance magnétique), on peut circonscrire

les sources des crises. Au cours de l'évaluation pré-opératoire, les MEG servent à déceler et à cartographier les aires motrices, sensorielles et langagières du cerveau pour qu'on puisse les éviter pendant une opération. À l'opposé d'une IRM, qui envoie une impulsion magnétique pour obtenir des images du cerveau, le MEG enregistre les champs magnétiques créés par l'activité électrique des neurones. Pour pouvoir détecter ces minuscules champs magnétiques, l'équipement de MEG est installé dans une pièce spéciale protégée contre les champs magnétiques présents dans la vie de tous les jours. Les capteurs du MEG se trouvent tous dans un grand casque où on place la tête du malade [8].

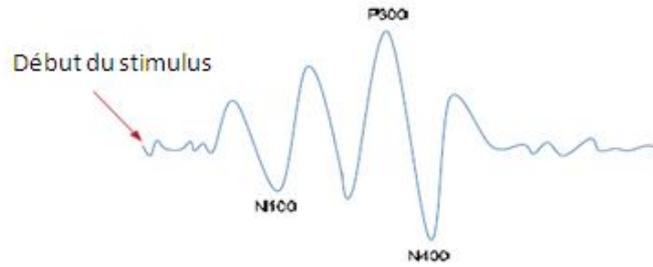
#### 1.4. Potentiel évoqué

Le potentiel évoqué (PE) (ou potentiel connexe) comprend des enregistrements EEG qui se produisent en réponse à une stimulation extérieure, elle peut être visuelle, auditive ou somato-sensorielle. Les réponses à ces stimulations sont connues précisément comme potentiel évoqué visuel (PEV), potentiel évoqué auditif (PEA) ou potentiel évoqué somato-sensorielle (PES), respectivement. Les premières réponses rapides sont les réponses spontanées à une stimulation extérieure et elle dépend de sa luminosité, volume, etc., alors que les réponses tardives produisant des composants endogènes sont dues à la transformation physiologique de la stimulation. La réponse peut être transitoire, c'est la réponse à une seule stimulation ou à un régime permanent. La figure 1.4 montre une morphologie typique d'un signal PEA du tronc cérébral en réponse aux stimulations de courtes durées qui serait obtenue après la moyenne des données d'EEG de nombreux essais. La majorité des signaux PE ont une très faible amplitude, ce qui rend leur extraction difficile.

La figure 1.5 montre les composants importants et possibles qu'on peut les rencontrer dans un signal PE transitoire. On peut noter que ces composants ne peuvent être évidents à extraire qu'en faisant la moyenne de plusieurs essais. N100 est le pic négatif facilement évoqué par les stimulations auditives, visuelles ou tactiles (par exemple, taper les mains ou montrer un flash de lumière).



**Figure 1.4.** Signal PEA du tronc cérébral, comportant cinq ondes dans les premiers six secondes après une stimulation sonore de courtes durées (modifiée de [9]).



**Figure 1.5.** Composants typiques d'un signal PE transitoire (modifiée de [9]).

Il est considéré comme la réponse de la perception du stimulus, c.-à-d. le moment quand le cerveau reconnaît qu'une stimulation a été présentée. Donc, il peut être utilisé pour le diagnostic des endommagements de la voie neurale auditive ou visuelle. P300 est le troisième pic positif qui est évoqué dans environ les 300 ms qui suivent l'apparition du stimulus. Le composant P300 a plusieurs utilisations, la plus récente c'est l'utilisation dans le design des technologies de l'interface cerveau-humain. N400 est le pic évoqué après un retard de 400 ms. Il se rapporte sur la capacité de traitement des informations sémantiques. Par exemple un mot dans une phrase qui a un sens aberrant va évoquer un N400, il est donc utilisé pour évaluer les capacités linguistiques [8,9].

### 1.5. Electrorétinogramme

Quand la rétine est stimulée par un bref flash de lumière, une séquence caractéristique temporaire des changements dans le potentiel peuvent être enregistrés entre une électrode exploratrice (placée sur la surface intérieure de la rétine ou sur la cornée) sous forme de lentille de contact et une électrode neutre (référentielle) placée dans un autre endroit dans le corps (sur le front ou sur le lobe de l'oreille). Ces changements dans le potentiel sont connus comme l'électrorétinogramme (ERG). Si on considère l'œil comme une sphère remplie de fluide et la rétine comme une source bioélectrique qui a la forme d'une feuille mince fixée au pôle postérieur du sphère, on peut facilement visualiser le problème de l'influence du volume-conducteur sur l'ERG (il est important de déterminer si les signaux générés au niveau des cellules sont transmis sans déformation jusqu'au point de mesure sur la surface).

La figure 1.6 montre un signal ERG en réponse à une stimulation par un flash lumineux de deux secondes. Les quatre composants de l'ERG communément identifiés (les ondes a, b, c et d) sont communs pour la plupart des humains. La première partie de la réponse au bref flash lumineux est appelée: le potentiel du récepteur précoce (early-receptor potential (ERP)) généré par les changements induits par la lumière dans les premières molécules de photopigment. Elle apparaît instantanément avec le début du stimulus lumineux. Le second composant, qui a une latence de 1 à 5 ms est dite: le potentiel du récepteur tardif (late-receptor potential (LRP)) et qui

reflète la sortie des photorécepteurs. La somme des deux potentiels ERP et LRP forme le pic de l'onde a. L'onde b est générée par l'activation des cellules bipolaires et ganglionnaires des couches intérieures de la rétine. Cependant, l'onde c n'est pas générée par la rétine elle-même, mais plutôt par la couche d'épithélium pigmentaire, où les extrémités des segments externes sont noyées. L'onde d est signe de la rupture de la réponse de la rétine au stimulus lumineux [10].

## 1.6. Electrooculogramme

En plus du potentiel transitoire enregistré par l'ERG, il existe un potentiel corné-rétinien stable. Ce dipôle stable peut être utilisé pour mesurer la position des yeux en plaçant les électrodes de surface sur la gauche et la droite de l'œil par l'électrooculogramme (EOG). Lorsque le regard est droit devant, le dipôle magnétique est placé d'une façon symétrique au milieu entre les deux électrodes, et la sortie de l'EOG indique la valeur zéro. Alors que, si le regard est décalé à gauche, la position de la cornée devient proche de l'électrode gauche, qui devient plus positive. Il y a une relation quasi-linéaire entre l'angle horizontale du regard et la sortie de l'EOG qui peut atteindre jusqu'à 30°. Les électrodes peuvent être placées aussi au-dessus et au-dessous de l'œil pour enregistrer les mouvements verticaux de l'œil. Un EOG peut être affecté par des bruits composés de l'effet de l'EEG, de l'électromyogramme et de l'équipement d'enregistrement, elles sont équivalentes à environ 1° de mouvements de l'œil. Ainsi, l'EOG manque de précision dans les extrémités, et spécifiquement, les mouvements des yeux qui ont un angle moins d'un ou deux degrés sont difficilement enregistrés. Alors que les grands mouvements (supérieurs à 30°) ne produisent pas d'amplitudes proportionnelles aux mouvements de l'œil [10].

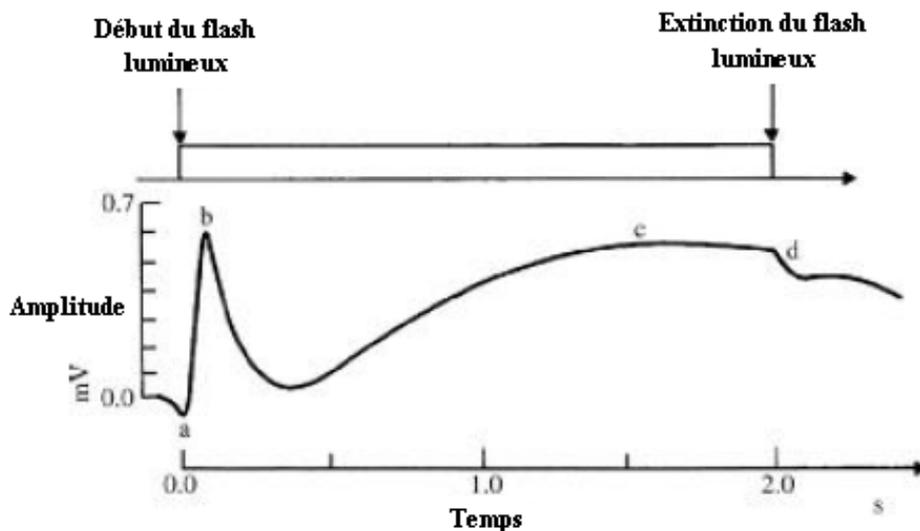
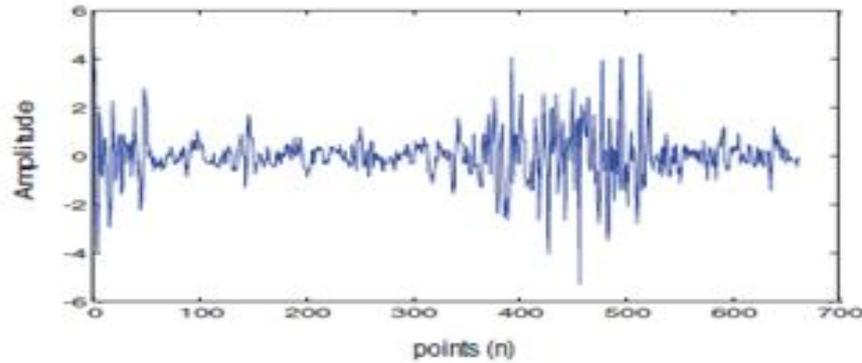


Figure 1.6. ERG, la réponse à une stimulation de deux secondes (modifiée de [9]).



**Figure 1.7.** Signal EMG de surface (modifiée de [9]).

## 1.7. Electromyogramme

L'électromyogramme (EMG) est enregistré en utilisant un appareil d'électromyographie, qui mesure le potentiel électrique du muscle. Le système nerveux central (le cerveau, la moelle épinière et les nerfs périphériques) contrôle l'action des fibres musculaires qui se traduit en général aux mouvements. Le muscle se compose de cellules spéciales qui sont capables de faire des dilatations et des relaxations et qui sont contrôlées par des neurones [8].

Un EMG peut être enregistré par deux méthodes, EMG de surface (en mettant des électrodes sur la surface de la peau) qui est plus populaire que la deuxième appelée EMG intramusculaire (où une électrode à aiguille est insérée dans la peau) parce qu'elle est non-invasive. Un EMG de surface mesure un seul ou plusieurs unités motrices, il est appelé potentiel d'action de l'unité motrice (PAUM). Le potentiel réel voisine les 100 mV mais à cause des couches de tissus conjonctives et de la peau, l'EMG est un signal complexe avec une amplitude beaucoup plus petite (environ 5 mV) (Figure 1.7).

## 1.8. Electrocardiogramme

### 1.8.1. Activité électrique du cœur

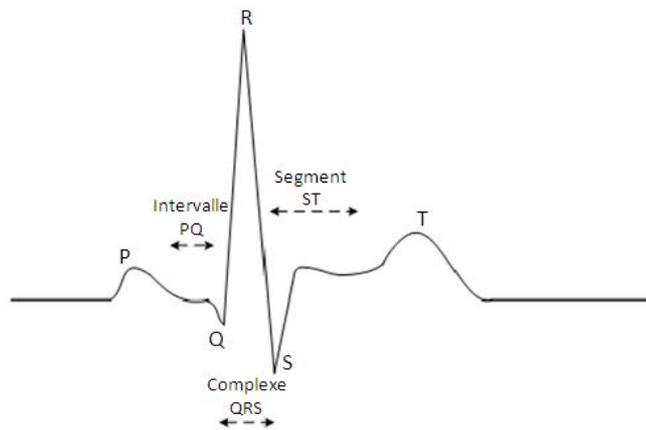
L'électrocardiogramme (ECG) est la représentation de l'activité électrique du cœur, ce rythme cardiaque est contrôlé par la cellule stimulatrice connu sous le nom du nœud sinusal (SA). Les ondes PQRST et parfois U constituent un cycle ECG (Figure 1.8): l'onde P est aperçue lorsque le nœud SA déclenche l'impulsion qui se propage dans les oreillettes et crée la contraction auriculaire; l'intervalle PQ (où segment isométrique) est la durée de propagation de l'impulsion de l'oreillette vers les ventricules, permettant au flux sanguin de s'écouler dans la même direction; le complexe QRS se produit quand l'impulsion arrive aux ventricules et traduit la contraction ventriculaire. Le segment ST est la période de la dépolarisation des ventricules, dans le cas

normal, il doit être isoélectrique, sinon, le niveau d'amplitude et la pente de ce segment sont des indicateurs de l'état ischémique du myocarde et enfin l'onde T qui exprime la repolarisation ventriculaire, c'est l'état de repos des ventricules (relaxation) [8,9].

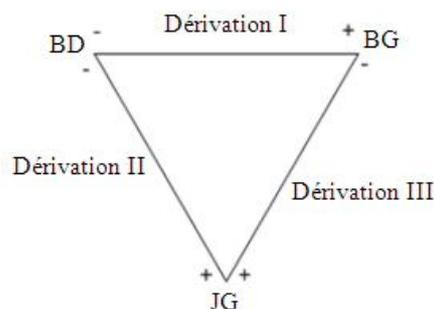
### 1.8.2. ECG 12-dérivations

Les impulsions électriques sont enregistrées par le biais des électrodes placées sur des surfaces particulières du corps, en utilisant un ECG 12-dérivations ou 12-canal (dans les hôpitaux) ou ECG 3-canal. La figure 1.9 illustre l'hypothèse du triangle d'Einthoven qui est utilisée pour l'installation des électrodes, où il est nécessaire de placer quatre électrodes sur les bras et les jambes gauches et droites, la quatrième électrode qui est placée sur la jambe droite et qui ne figure pas dans le diagramme va servir comme un canal de référence. Le haut du triangle d'Einthoven forme la dérivation I, alors que la gauche c'est la dérivation II et la droite la dérivation III, ce sont les dérivations bipolaires. Chaque dérivation représente un aspect différent du système électrique cardiaque, elles représentent la différence de potentiel entre les électrodes (bras gauche (BG), bras droit (BD) et la jambe gauche (JG)):

$$I = V_{BG} - V_{BD} \quad (1.1)$$



**Figure 1.8.** Ondes d'un signal électrocardiogramme (modifiée de [9]).



**Figure 1.9.** Dérivations bipolaires (triangle d'Einthoven).

$$II = V_{JG} - V_{BD} \quad (1.2)$$

$$III = V_{JG} - V_{BG} \quad (1.3)$$

On peut remarquer que les trois dérivations ont une relation entre elles comme suit:

$$II = III + I \quad (1.4)$$

Ces trois dérivations sont suffisantes pour détecter les rythmes anormaux de l'ECG (arythmies). Le triangle d'Einthoven de placement d'électrodes donne aussi trois dérivations supplémentaires qui sont calculées à partir des premières dérivations et connues sous le nom de dérivations augmentées (aVR, aVL et aVF):

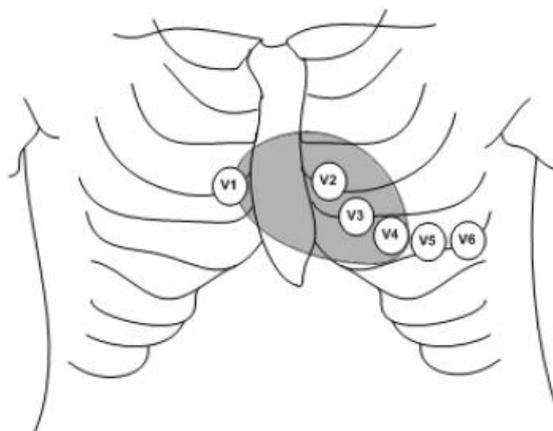
$$aVR = V_{BD} - \frac{V_{BG} + V_{JG}}{2} \quad (1.5)$$

$$aVL = V_{BG} - \frac{V_{BD} + V_{JG}}{2} \quad (1.6)$$

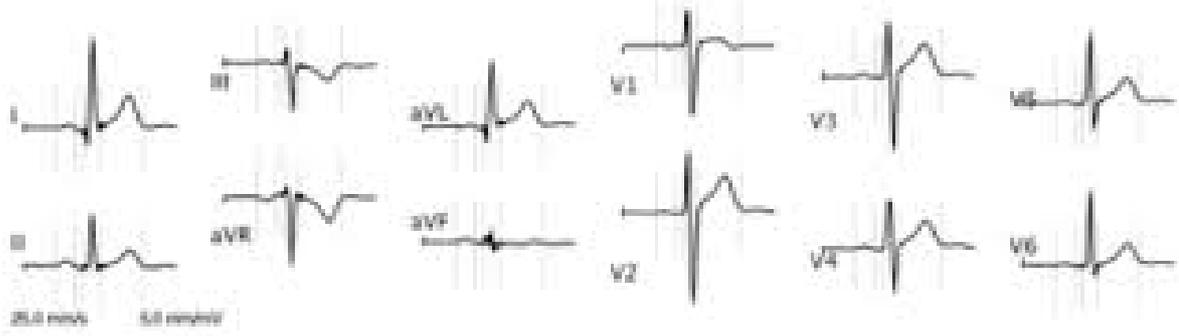
$$aVF = V_{JG} - \frac{V_{BG} + V_{BD}}{2} \quad (1.7)$$

Les six dérivations précordiales fournissent une vue plus détaillée de l'activité électrique du cœur par rapport aux six premières dérivations. Ces dérivations sont obtenues en plaçant les électrodes sur la poitrine (Figure 1.10), et calculant, ensuite, la différence de potentiel entre l'ensemble des positions spécifiques et la borne centrale de Wilson (Wilson central terminal) WCT qui est la moyenne des trois potentiels des bras et de la jambe gauche.

$$WCT = \frac{V_{JG} + V_{BG} + V_{BD}}{3} \quad (1.8)$$



**Figure 1.10.** Dérivations précordiales [11].



**Figure 1.11.** Tracés ECG des différentes dérivations [11].

A la fin, les douze dérivations ont les tracés donnés par la figure 1.11:

### 1.8.3. Arythmies

En général, la fréquence cardiaque des individus qui ont un cœur sain varie entre une fréquence lente et rapide, mais l'extrême variation peut être un indicateur d'un sérieux désordre cardiaque. Les arythmies du cœur sont des perturbations du rythme cardiaque normal qui ont des niveaux de gravités très variés. Le rythme lent (bradycardie) est aperçu pendant le sommeil, alors que le rythme peut être aussi accéléré (tachycardie) par l'émotion, l'exercice, la fièvre et plusieurs autres stimulateurs. La tachycardie ventriculaire est une arythmie dangereuse car elle peut changer sans avertissement en une fibrillation, qui sera responsable de l'incapacité du pompage du sang par le cœur, ce qui va causer la mort cardiaque subite à moins qu'une rapide assistance médicale a été prévue. Dans la tachycardie auriculaire, les oreillettes tremblent et causent des perturbations du pompage du sang dans les ventricules et par conséquent, la formation des caillots. Le flutter auriculaire est un autre trouble du rythme cardiaque. Cette pathologie est découverte sur un électrocardiogramme de façon imprévue, elle est due aux troubles de la commande de la contraction des oreillettes (le circuit électrique est déréglé). Il se présente comme une tachycardie ventriculaire à 150 battements par minute environ sans aucune pause, avec un aspect typique et facilement reconnu sur l'électrocardiogramme [11].

Tout cœur normal déclenche l'impulsion électrique à partir du nœud SA, mais n'importe quelle autre partie du cœur (foyers ectopiques) sous des conditions anormales peut devenir un stimulateur cardiaque dominant, ceci apparaît quand la propagation de l'impulsion électrique est interrompue ou si le nœud SA est endommagé. Les formes les plus courantes des arythmies sont les battements ectopiques d'origine ventriculaire ou auriculaire. La caractéristique principale de ces maladies est l'apparition des battements prématurés. Les battements prématurés ventriculaires (BPV ou battements prématurés supra-ventriculaires BPSV) ont une forme différente que les

complexes QRS des rythmes sinusaux normaux. Cependant, les battements prématurés auriculaires sont très similaires aux QRS normaux ce qui rend leurs détection très difficile.

Le phénomène R sur T est considéré aussi comme une arythmie cardiaque, il apparait d'une extrasystole ventriculaire (onde R) sur la période vulnérable du potentiel d'action (sommet de l'onde T de la période précédente). La figure 1.12 représente les différents sous groupes des arythmies cardiaques.

### 1.9. Phonocardiogramme

La phonocardiographie est la vibration (ou le son) du cœur quand il pompe le sang. Comme l'ECG ne peut détecter que les dysfonctionnements dans le système électrique cardiaque, le phonocardiogramme (PCG) peut fournir une information complémentaire concernant l'hémodynamique du cœur et le fonctionnement de ces valves. La phonocardiographie d'un cœur normal se compose de deux activités distinctes, à savoir le premier son du cœur  $S_1$  et le second son du cœur  $S_2$ . Un cœur anormal, en contre partie, comprend plusieurs autres sons entre les sons  $S_1$  et  $S_2$ , ces sons anormaux ( $S_3$ ,  $S_4$ , les murmures et les claquements) sont très utiles dans le diagnostic des maladies cardiaques. Le PCG, donc, affiche les ondes sonores produites par le cœur sur un écran, comme le montre la figure 1.13 (cœur normal et murmures systoliques) [8].

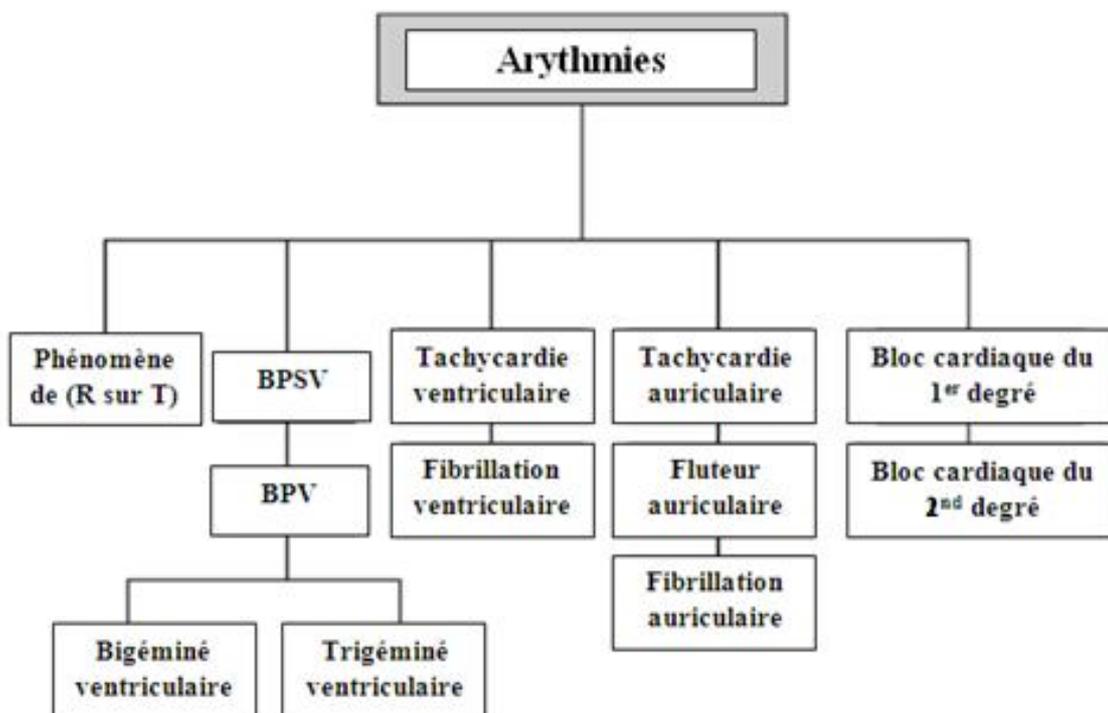


Figure 1.12. Différents types d'arythmies cardiaques [12].

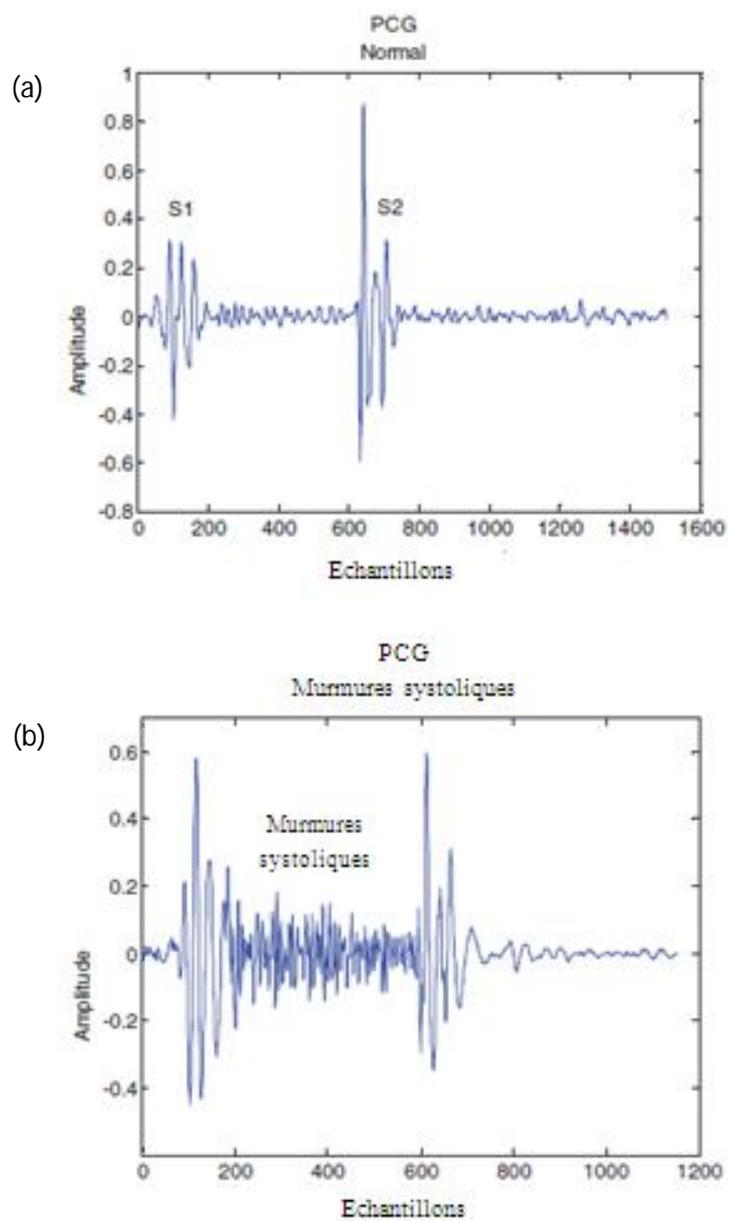
### **1.10. Problèmes de séparation de signaux et de déconvolution des sources**

Le grand challenge de l'ingénierie des signaux biomédicaux est l'estimation des changements se présentant dans les différents organes internes du corps humain d'une façon non-invasive. Ces variations peuvent être modelées et mesurées souvent comme des signaux biomédicaux de source qui sont des indicateurs du bon fonctionnement ou non des divers systèmes physiologiques. Pour extraire l'information utile au diagnostic, les connaissances des experts en médecine et en ingénierie sont exigées [9].

Les signaux biomédicaux de source sont habituellement brefs, non-stationnaires et déformés par les bruits et les interférences. En plus, ils sont souvent, mutuellement superposés. A coté des techniques classiques d'analyse des signaux (comme le filtrage supervisé adaptatif, l'estimation spectrale paramétrique ou non-paramétrique, l'analyse en temps-fréquence, etc.), les techniques intelligentes de traitement des signaux peuvent être utilisées pour le prétraitement, la réduction des bruits, amélioration de la qualité du signal, la détection et l'estimation des signaux biomédicaux en tenant compte de leur corrélation spatio-temporelle et leur dépendance statistique mutuelle.

Parmi les problèmes qu'on peut rencontrer lors de la récupération des signaux en utilisant des électrodes, on cite les points suivants:

- i. L'extraction de l'ECG fœtal (FECG) en enlevant ou filtrant l'ECG maternel (MECG) et les bruits du signal fœtal. La difficulté qui se présente lors de la séparation est que le FECG a une amplitude qui peut varier d'un demi jusqu'à mille fois l'amplitude du MECG.
- ii. La mise en valeur des composantes de bas niveaux d'amplitude et l'annulation des artefacts et des bruits existant dans l'EEG et le MEG.
- iii. La séparation des signaux d'un cœur transplanté des signaux résiduels du cœur original.
- iv. La séparation des sons du cœur des phénomènes acoustiques gastro-intestinaux (sons intestinaux) et des sons du poumon en utilisant des déconvolutions multicanaux.
- v. La mise en valeur du potentiel évoqué et le classement des signaux cervicaux.
- vi. La détection et l'estimation des phénomènes spécifique de l'ECG qui apparaît pendant le sommeil, et qui sont caractérisées par de groupes d'oscillations dans le rang de 11.5 à 15 Hz.
- vii. La décomposition des sources du cerveau comme des composantes indépendantes, et puis les localiser dans le temps et dans l'espace.



**Figure 1.13.** Signal PCG (a) un cœur normal et (b) des murmures systoliques (adaptée de [9]).

## **CHAPITRE II**

### **ANALYSE STATISTIQUE MULTIDIMENSIONNELLE, TRANSFORMEES ET LEURS PROPRIETES**

Ce chapitre représente une illustration des différentes méthodes et techniques de l'analyse statistique multidimensionnelle des signaux. Ces méthodes sont basées sur l'exploitation des poids statistiques des variables (les valeurs propres et les vecteurs propres) et de leurs redondances et interconnexions dans l'ensemble de données (la matrice de corrélation). Les transformées occupent aussi, un compartiment important du kit d'outils de l'ingénieur. Elles sont utilisées pour résoudre les nouveaux problèmes et obtenir un bon aperçu des vieux. Dans ce chapitre, nous exposons quelques transformations et leurs propriétés aidant à expliquer les phénomènes invisibles lors d'une étude des signaux dans le domaine temporel.

## 2.1. Introduction

L'analyse statistique multidimensionnelle s'intéresse à l'analyse et l'interprétation des variables à grandes dimensions. Elle recouvre les méthodes ayant pour objectif la description statistique de grands tableaux de données, ces méthodes se caractérisent par l'utilisation intensive des moyens de calculs et par la représentation graphique des variables. La base théorique de ces techniques est très ancienne et développée par plusieurs chercheurs américains, comme Spearman en 1904 et Thurstone en 1931 et 1947 pour l'analyse factorielle, Hotteling et Hirschfeld qui ont développé, respectivement, l'analyse en composantes principales en plus de l'analyse canonique et l'analyse des correspondances dans les années trente. La principale propriété de ces méthodes est qu'un individu n'est souvent considéré que par l'information qu'il apporte sur la connaissance des liaisons entre variables au sein d'un échantillon statistique dont la distribution est le plus souvent soumise à des hypothèses de normalité [13].

L'analyse statistique multidimensionnelle est constituée d'une collection de méthodes qui peuvent être utilisées lorsque plusieurs mesures sont effectuées sur chaque individu ou objet dans un ou plusieurs échantillons. Nous allons nous référer aux mesures comme des variables et les individus ou les objets comme des unités (unités de recherche, unités d'échantillonnage, ou unités expérimentales) ou observations.

Dans quelques techniques, comme l'analyse du profil, les variables doivent être proportionnelles, c'est-à-dire avec la même échelle de mesure; cependant, la plupart des méthodes multivariées ne le nécessitent pas. Habituellement, les variables sont mesurées simultanément sur chaque unité d'échantillonnage. Typiquement, ces variables sont corrélées. Si ce n'était pas le cas, il y aurait peu d'utilité pour un grand nombre de techniques d'analyse [14].

Les méthodes statistiques multidimensionnelles sont en général partagées en deux catégories:

- i. La description et la réduction de dimension (méthodes factorielles); elle englobe l'analyse en composantes principales, l'analyse factorielle discriminante, l'analyse en facteurs, l'analyse canonique, etc.
- ii. Les méthodes de classification; elles peuvent être des techniques de classifications hiérarchiques ou non hiérarchiques ou bien des méthodes de segmentation.

Le développement des moyens informatiques de calcul et de stockage en forme de bases de données permet le traitement et l'analyse d'ensemble de données très volumineux. Nous allons nous intéresser et nous baser dans ce chapitre sur les méthodes qui permettent une réduction de dimension et plus précisément sur l'analyse en composantes principales.

## 2.2. Techniques graphiques d'explorations de données analysées

### 2.2.1. Diagramme en boîte

Le diagramme en boîte ou boîte à moustaches est une technique graphique qui affiche la distribution des variables, en montrant la taille, la localisation, l'extrémité et les points isolés. Elle est très utile dans les cas de comparaison des groupes. Pour construire les boîtes, il faut tout d'abord classer les observations dans un ordre croissant, la série ordonnée va servir pour calculer les cinq éléments constructifs du diagramme en boîte [15]:

- i. La médiane; c'est la valeur qui sépare la série ordonnée en deux groupe. Si on suppose les  $n$  observations ordonnées  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , la médiane est alors définie par:

$$Med = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \text{si } n \text{ est impair} \\ \frac{1}{2} [x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}] & \text{si } n \text{ est pair} \end{cases} \quad (2.1)$$

On la dessine dans la boîte par des pointillés.

- ii. Le quartile; partage le groupe d'observation en quatre, on peut définir alors le premier et le troisième quartile. Le premier quartile (ou quartile inférieur) ( $Q_i$ ) est la plus petite valeur telle que le quart des observations soient inférieures ou égales à  $Q_i$ , et le troisième quartile (ou quartile supérieur) ( $Q_s$ ) est la plus petite valeur telle que les trois-quarts des observations soient inférieures ou égales à  $Q_s$  [15]. On peut définir l'interquartile ( $IQ$ ) comme l'intervalle entre les deux quartiles inférieur et supérieur:

$$IQ = Q_s - Q_i \quad (2.2)$$

- iii. Bars extérieures; les deux bars extérieures inférieure ( $B_i$ ) et supérieure ( $B_s$ ) de la boîte sont définie comme suit:

$$B_i = Q_i + 1.5 IQ \quad (2.3)$$

$$B_s = Q_s - 1.5 IQ \quad (2.4)$$

- iv. Valeur moyenne; la valeur moyenne ( $Moy$ ) des  $n$  observations est définie par:

$$Moy = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.5)$$

On la dessine dans la boîte par une ligne continue (Figure 2.1).

### 2.2.2. Histogrammes

L'histogramme est une autre méthode d'affichage de données par l'estimation de densité. L'estimation de densité donne une bonne impression de la distribution de données en montrant s'il y a une possible multi-modalité de ces derniers. Le principe de ce diagramme est de représenter la

densité des données localement en comptant le nombre d'observations (ou la fréquence relative) dans une séquence d'intervalles consécutifs (ou barres). L'histogramme peut nous donner une information supplémentaire sur la distribution de la population, la localisation des variables ainsi que les symétries des données. L'histogramme consiste donc, à représenter les effectifs ou les fréquences des classes par des rectangles contigus dont la surface représente l'effectif ou la fréquence, respectivement. Pour un histogramme des effectifs, la hauteur du rectangle correspondant à une classe  $j$  est appelée densité d'effectif (Figure 2.2).

### 2.2.3. Diagramme en nuage de points

Cette technique d'affichage de données est utilisée dans le cas des échantillons à deux ou trois variables. Elle nous aide à comprendre la relation entre les variables d'un ensemble de données. Chaque couple est composé de deux (resp. trois) valeurs numériques, et peut donc être représenté comme un point dans un plan (resp. un espace).

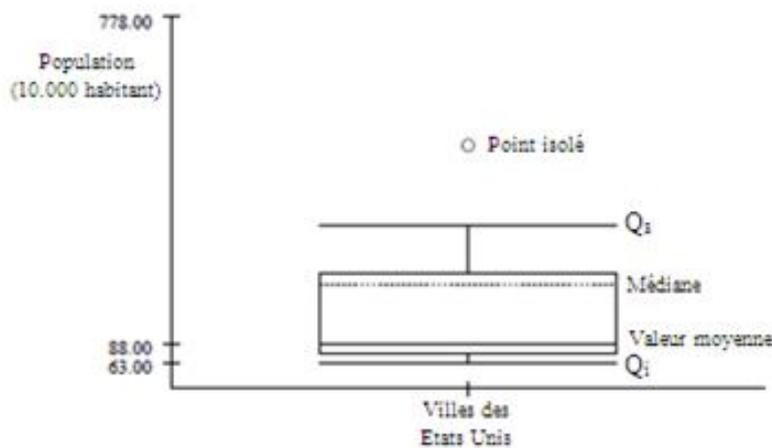


Figure 2.1. Diagramme en boîte (modifiée de [15]).

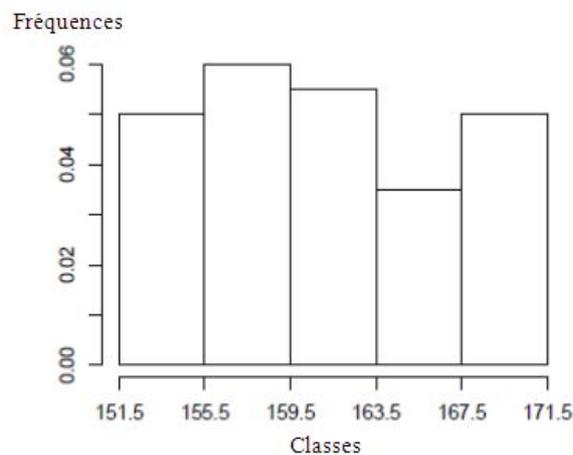


Figure 2.2. Histogramme des fréquences.

Une analyse discriminante est effectuée sur des données de six mesures concernant la tête pour deux groupes de trente sujets, pour avoir un aperçu sur chaque groupe et pouvoir les séparer. Du diagramme en nuage de points de la figure 2.3 on peut remarquer facilement deux groupes séparés avec quelques points isolés d'un groupe qui se fusionnent avec l'autre groupe.

### - Droite de régression

La droite de régression est la droite qui ajuste au mieux un nuage de points au sens des moindres carrés (Figure 2.3). On considère les deux variables dépendantes  $x$  et  $y$ , l'équation d'une droite est écrit comme suit:

$$y = ax + b \quad (2.6)$$

Le problème consiste à identifier une droite qui ajuste bien le nuage de points. Connaissant les deux coefficients  $a$  et  $b$ , on peut calculer la valeur résiduelle de la régression  $e_i$  par:

$$e_i = y_i - ax_i - b \quad (2.7)$$

Ces erreurs qu'on commet en utilisant la droite de régression pour réduire  $y_i$  à partir de  $x_i$  peuvent être positives ou négatives. Alors, on utilise le principe des moindres carrés qui consiste à chercher la droite qui minimise la somme des carrés des erreurs en déterminant les deux coefficients  $a$  et  $b$ :

$$m(a, b) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \quad (2.8)$$

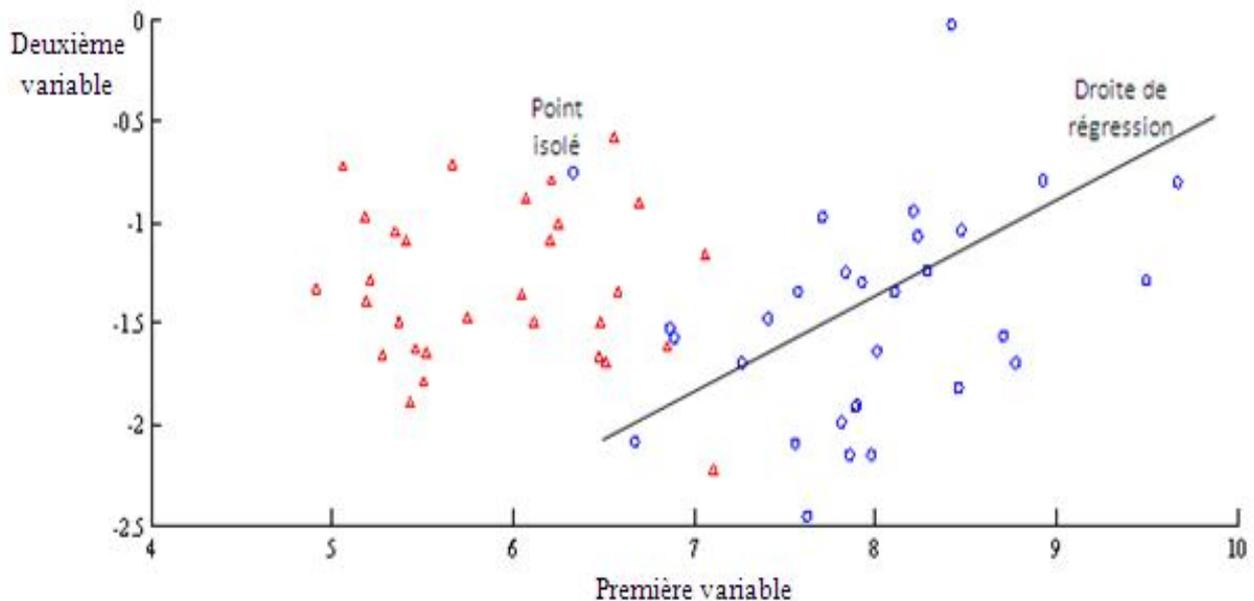


Figure 2.3. Diagramme en nuage de points de deux groupes.

## 2.3. Méthodes statistiques multidimensionnelles

### 2.3.1. Analyse en composantes principales

#### 2.3.1.1. Concept et utilisation de l'analyse en composantes principales

Dans l'analyse en composantes principales (ACP), on cherche à maximiser la variance des combinaisons linéaires des variables. C'est une estimation au sein d'un modèle pour avoir la signification statistique de ces variables. L'ACP est une technique à un échantillon de  $p$  variables indépendantes qui est appliquée aux données non-regroupées parmi toutes les observations. La première composante principale est définie comme la combinaison linéaire des variables avec la plus grande variance, alors que la seconde composante principale est celle qui a la deuxième plus grande variance dans une direction orthogonale à la première et ainsi de suite. Dans quelques applications, l'ACP peut être elle-même amenée à une interprétation à la fin de la procédure, mais plus souvent elle est utilisée comme entrée à d'autres analyses. Par exemple, dans certains cas, on a un grand nombre de variables dépendantes et le test ne peut pas être effectué, on peut donc, remplacer les variables par un vecteur plus petit de composantes principales et reprendre l'analyse. Dans ces illustrations, les composantes principales sont utilisées pour réduire le nombre de dimensions. La réduction de dimensions peut aussi être effectuée par l'évaluation des deux premières composantes principales de chaque vecteur d'observations et construire un diagramme en nuage de points pour éliminer les points isolés [13,14].

Alors, on peut résumer les principales objectifs de l'ACP par:

- i. Une représentation graphique optimale des observations en minimisant les déformations du nuage de points.
- ii. Une représentation graphique des variables dans un sous-espace en explicitant au mieux les liaisons initiales entre les variables.
- iii. Une réduction de dimension (ou une compression) en donnant une approximation des variables.

#### 2.3.1.2. Approche graphique

L'analyse en composantes principales est une méthode qui peut être appliquée à n'importe quelle distribution d'une variable  $y$ . Considérant les  $p$  variables corrélées  $y_1, y_2, \dots, y_p$  dans  $y$ , le nuage de points résultant, qui est en forme ellipsoïdale, n'est orienté parallèlement à aucune de ces variables (Figure 2.4). Donc, on cherche à déterminer les principaux axes du nuage de points (axes de l'ellipsoïde) qui ont comme origine le vecteur moyen des variables par une translation vers cet

origine et puis une rotation de ces axes est effectuée pour avoir à la fin les axes principaux (ou composantes principales) qui ne seront pas corrélés:

$$z_i = A \cdot (y_i - \bar{y}) \quad (2.9)$$

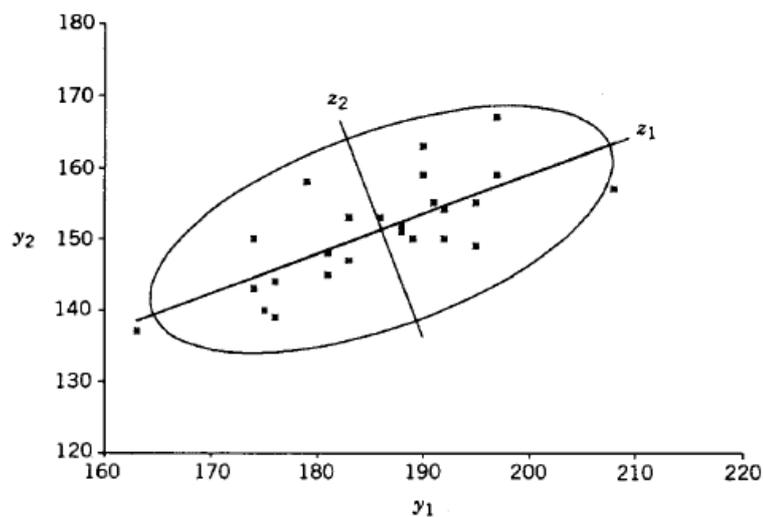
Où  $z_i$  c'est la  $i^{\text{ème}}$  composante principale et  $A$  c'est la matrice de rotation qui est orthogonale et égale à la matrice transposé de la matrice qui a comme colonnes les vecteurs propres normalisés de la matrice de covariance  $S$  (ou de corrélation  $R$ ).

On peut noter que la première composante principale  $z_1$  est celle qui a la plus grande variance et la dernière  $z_p$  a la plus petite variance, en plus, les variances des composantes principales sont égales aux valeurs propres de  $S$ . Donc, la première composante principale a la plus grande valeur propre, et la seconde a la deuxième plus grande valeur propre, et ainsi de suite. La notion de la proportion de la variance (PV) peut être définie par les  $k$  premières composantes:

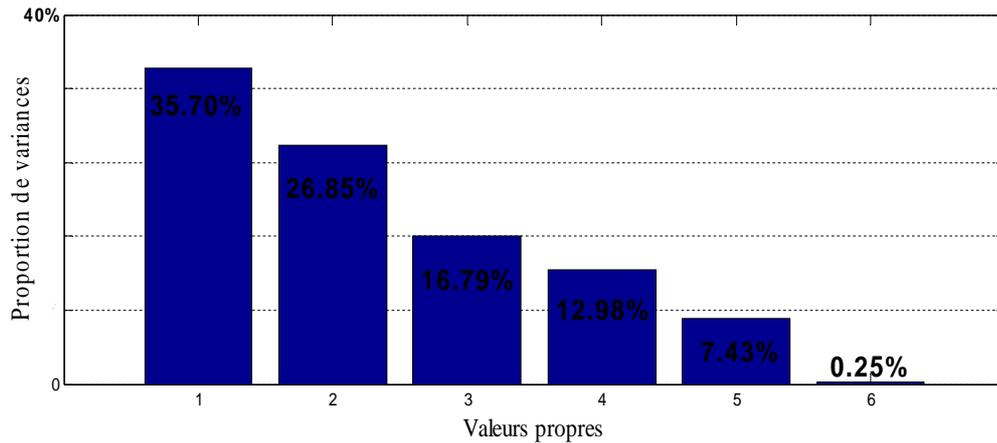
$$PV = \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \quad (2.10)$$

Cela va nous aider à présenter les  $p$  variables par un petit nombre de composantes principales ( $k$  premières composantes principales) qui ont une grande proportion de la variance totale: c'est la réduction de dimension. La figure 2.5 donne les proportions de variances de six composantes principales des variables d'hématologie de cinquante-et-un travailleurs.

Dans plusieurs applications, une décision sur le nombre de composantes principales qu'on retient est très nécessaire pour réduire les données d'une façon efficace. Cela se fait par un des critères suivants:



**Figure 2.4.** Nuage de points de deux variables et leurs axes principaux [14].



**Figure 2.5.** Proportion de variances de six variables.

- i. En gardant les composantes qui ont une proportion de variances supérieure à un certain seuil.
- ii. En gardant la composante principale ayant une valeur propre supérieure à la moyenne des valeurs propres; c'est la règle de Kaiser.
- iii. En testant selon l'utilisation, la signification des premières composantes principales qui ont les plus grandes valeurs propres.
- iv. En traçant les boîtes à moustaches des différentes composantes principales en parallèle, et conservant les grandes boîtes avec de petites moustaches (les premières composantes). Les points isolés sont significatifs de points à forte contribution et influents dans une direction principale.

### 2.3.1.3. Interprétation des composantes principales

Comme on a illustré précédemment; les premières composantes principales sont utiles pour les méthodes de compression en donnant une simplification et une réduction de données. Les dernières composantes peuvent aussi être utiles pour certaines applications. La variance pour ces composantes est très petite et proche de zéro pour certaines. Alors, si la variance d'une composante est égale à zéro ou proches de zéro, il y aura une relation linéaire entre les variables pour toutes leurs observations, prenant un exemple où il y a cinq variables et  $z_5$  égal à zéro:

$$z_5 = a_5^T y = a_{51}y_1 + a_{52}y_2 + \dots + a_{55}y_5 = 0 \quad (2.11)$$

Ce qui donne une dépendance de  $y_5$  sur  $y_1, y_2, y_3$  et  $y_4$ .

Il faut noter que la détermination de la corrélation entre les variables et les composantes principales est, aussi, essentielle pour une bonne interprétation des résultats de l'analyse en composantes principales.

### 2.3.2. Analyse factorielle discriminante

Pour l'analyse discriminante deux principaux objectifs cohabitent dans le sens de séparation de groupes [13,14]:

- i. Analyse descriptive; dans laquelle les fonctions linéaires des variables sont utilisées pour décrire ou expliquer les différences entre deux ou plusieurs groupes. Le but de l'analyse discriminante descriptive inclut l'identification de la contribution relative des  $p$  variables à la séparation de groupes et l'obtention du plan optimal dans lequel les points peuvent être projetés pour illustrer au mieux la configuration de groupes. On va la noter: l'analyse discriminante.
- ii. Analyse décisionnelle; où une prédiction ou une allocation des observations est effectuée aux groupes. Dans cette configuration, une fonction linéaire ou quadratique des variables (une fonction de classification) est employée pour attribuer un échantillon individuel à un des groupes. Les valeurs mesurées dans le vecteur d'observations pour un individu ou un objet sont évaluées par la fonction de classification pour déterminer le groupe dans lequel un individu peut être classifié. On la notera: l'analyse de classification.

Dans l'espace des individus, le principe est de les projeter dans une direction qui va permettre de mettre en évidence un groupe. Pour cela, il faut privilégier la variance intergroupe au détriment de la variance intragroupe considérée comme due aux bruits.

#### 2.3.2.1. Séparation de groupes

La fonction discriminante est une combinaison linéaire de variables qui sépare au mieux les groupes. On s'intéressera dans ce qui suit, de la technique utilisée pour la séparation de deux groupes et celle de plusieurs groupes:

##### - Fonction discriminante pour deux groupes

On suppose deux populations à comparer ayant la même matrice de covariance  $S$ , mais avec deux vecteurs moyens distincts  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . On notera chaque vecteur  $y_{ij}$  comme une mesure des  $p$  variables. La fonction discriminante est donc, la combinaison linéaire des  $p$  variables qui maximise la distance entre les deux vecteurs de moyennes transformés des groupes. La combinaison linéaire:

$$z = a^T y \quad (2.12)$$

transforme chaque vecteur d'observation à un scalaire:

$$z_{1i} = a^T y_{1i} \quad , i = 1, \dots, n_1 \quad (2.13)$$

$$z_{2i} = a^T y_{2i} \quad , i = 1, \dots, n_2 \quad (2.14)$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont les dimensions des deux vecteurs d'observations pour les deux groupes, respectivement.

On obtient les deux vecteurs de moyennes transformés:

$$\bar{z}_1 = a^T \bar{y}_1 \quad (2.15)$$

$$\bar{z}_2 = a^T \bar{y}_2 \quad (2.16)$$

On cherche, alors, à maximiser la différence standardisée des deux moyenne (la différence au carrée), et on obtient:

$$\frac{(\bar{z}_1 - \bar{z}_2)^2}{s_z^2} = a^T \frac{(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)^2}{a^T S_{pl} a} \quad (2.17)$$

où  $S_{pl}$  est l'estimateur de variance commun.

Le maximum de (2.17) est obtenu quand:

$$a = S_{pl}^{-1} (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \quad (2.18)$$

Les valeurs des points projetés sont déterminées en calculant la fonction de séparation ci-dessous pour obtenir les  $z$  pour chaque vecteur d'observation par (2.12).

### - Fonction discriminante pour plusieurs groupes

Dans l'analyse discriminante pour plusieurs groupes, on va se concentrer sur l'obtention de la combinaison linéaire des variables qui sépare au mieux les  $k$  groupes d'observations.

Les principaux objectifs de la séparation de plusieurs groupes peuvent se résumer dans:

- i. L'examen des graphes à deux dimensions où on a besoin de plus d'une seule fonction discriminante pour séparer les groupes. Si on projette les différentes observations sur les deux premières fonctions discriminantes, on obtiendra une meilleure vue de la disposition des groupes séparés.
- ii. Le classement des variables en termes de leur contribution relative à la séparation des groupes.
- iii. L'interprétation des nouvelles dimensions représentées par les fonctions discriminantes.

Pour les échantillons des  $k$  groupes, où le  $i^{\text{ème}}$  groupe a  $n_i$  observations, on transforme chaque vecteur d'observation pour obtenir les fonctions discriminantes par (2.12) et on aura  $k$  vecteurs moyens. Alors, pour exprimer la séparation des groupes parmi ces vecteurs, on étend le critère de séparation dans (2.17) au cas de  $k$ -groupes en remplaçant la différence entre les vecteurs moyens par la matrice  $H$  et la valeur  $S_{pl}$  par la matrice  $E$ .

$$\lambda = \frac{a^T H a}{a^T E a} \quad (2.19)$$

telle que:

$$H = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \bar{y})(\bar{y}_i - \bar{y})^T \quad (2.20)$$

$$E = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)(y_{ij} - \bar{y}_i)^T \quad (2.21)$$

Où  $H$  est la matrice d'hypothèse,  $E$  est la matrice d'erreur,  $\bar{y}_i$  c'est le vecteur moyen pour le  $i^{\text{ème}}$  groupe,  $\bar{y}$  est le vecteur moyen total de tous les groupes et  $y_{ij}$  est la  $j^{\text{ème}}$  observation du  $i^{\text{ème}}$  groupe.

L'équation (2.19) peut être écrite sous la forme:

$$(E^{-1}H - \lambda I)a = 0 \quad (2.22)$$

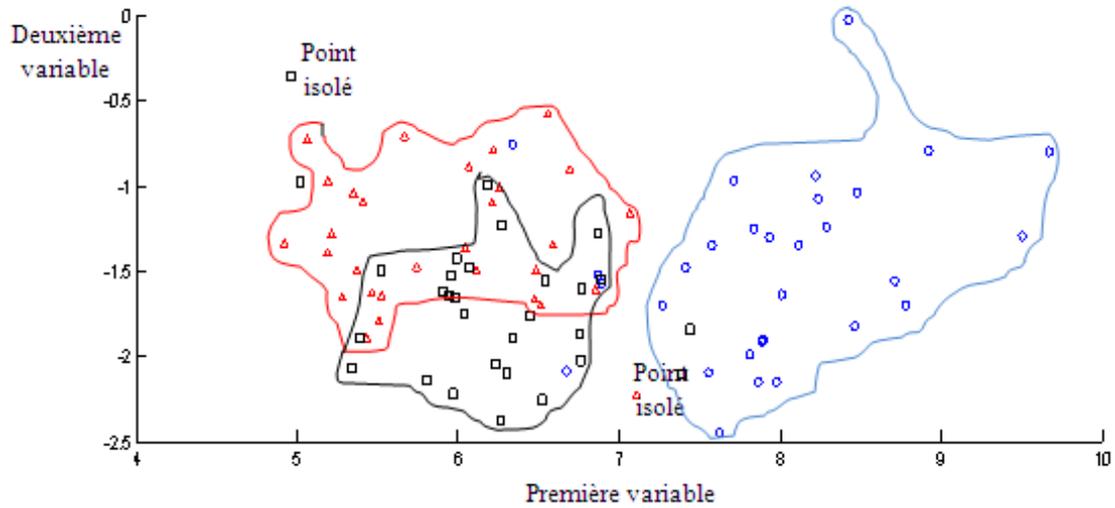
Les solutions de l'équation précédentes sont les valeurs propres  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  et leurs vecteurs propres associés  $a_1, a_2, \dots, a_m$  de la matrice  $E^{-1}H$ , tel que  $m$  est le rang de la matrice  $H$ . Comme dans la méthode de l'analyse statistique des données, où on a classé les vecteurs propres selon leur importance de la plus grande valeur propre à la plus petite, on définit la première fonction séparatrice comme la fonction (la direction) qui sépare au mieux les groupes et la deuxième direction est celle qui a comme matrice de transfert le deuxième vecteur propre, et ainsi de suite.

$$z_i = a_i^T y \quad (2.23)$$

La figure 2.6 représente le nuage de points de la séparation de trois groupes de joueurs de football.

De cette figure nous pouvons tirer les remarques suivantes:

- i. La première fonction discriminante sépare bien le premier groupe (en bleu) des deux autres groupes (en rouge et en noir), ceci montre l'efficacité de l'analyse discriminante à séparer les joueurs de football du lycée des autres catégories de personnes (joueur de football ou non) qui n'appartiennent pas à ce lycée.
- ii. Pour les trois groupes, nous remarquons la présence de quelques points isolés qui ne sont pas représentatifs du groupe et ils n'influent pas sur les résultats car la majorité des points des groupes sont regroupés.
- iii. Le deuxième et le troisième groupe chevauchent, ce qui rend le choix d'un groupe au lieu d'un autre lors de la classification des observations un peut difficile (on va la voir dans le paragraphe suivant). Cette difficulté est due à l'impuissance de la deuxième fonction discriminante à séparer parfaitement les trois groupes comparativement à la première fonction.



**Figure 2.6.** Diagramme en nuage de points de l'analyse discriminante de trois groupes.

### 2.3.2.2. Analyse décisionnelle

Dans l'analyse décisionnelle, on cherche la fonction qui attribue un échantillon individuel à un des groupes. Les valeurs mesurées dans le vecteur d'observations pour un individu ou un objet sont évaluées par la fonction de classification pour déterminer le groupe dans lequel un individu peut être classifié. Dans la classification, un échantillon qu'on ne connaît pas son appartenance est attribué à un groupe sur la base des  $p$  variables mesurées. Pour classifier un échantillon, on le compare avec les vecteurs moyens des  $k$  groupes et puis on assigne l'échantillon au groupe qui a le vecteur moyen le plus proche.

#### - Classification dans deux groupes

Dans le cas de deux populations, on cherche à classifier un échantillon dans un des deux groupes. La principale supposition de la procédure de Fisher [16] est que deux populations ont la même matrice de covariance ( $S_1 = S_2$ ). En démarrant par cette supposition et en se basant sur la fonction discriminante pour deux groupes, une simple procédure de classification peut être effectuée. Alors, on calcule la transformation de  $y$  le vecteur mesuré de l'échantillon qu'on veut classifier par (2.12) et (2.18), et on vérifie si  $y$  est proche de la moyenne du premier ou du second groupe par la vérification de la proximité de sa transformée  $z$  et  $\bar{z}_1$  ou  $\bar{z}_2$  les moyennes transformées pour chaque groupe. Selon la procédure de Fisher  $z$  est affecté au premier groupe si la condition ci-dessus est vérifiée, sinon il appartient au second groupe.

$$z > \frac{1}{2} (\bar{z}_1 + \bar{z}_2) \quad (2.24)$$

### - Classification dans plusieurs groupes

Comme pour deux groupes, on cherche à classer un échantillon dans un des  $k$  groupes. On utilise donc la fonction distance pour trouver le vecteur moyen le plus proche de cet échantillon et l'assigner à un groupe. On estime la matrice de covariance commune comme suit:

$$S_{pl} = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i = \frac{E}{N-k} \quad (2.25)$$

tel que  $N$  est le nombre d'observations total de tous les groupes.

La fonction distance est définie comme suit:

$$D_i^2(y) = (y - \bar{y}_i)^T S_{pl}^{-1} (y - \bar{y}_i) \quad (2.26)$$

Après simplification de l'équation précédente et élimination des termes qui n'influent pas sur la comparaison des distances, l'équation (2.26) est réduite à:

$$L_i(y) = \bar{y}_i^T S_{pl}^{-1} y - \frac{1}{2} \bar{y}_i^T S_{pl}^{-1} \bar{y}_i \quad (2.27)$$

A la fin on assigne  $y$  au groupe qui a une valeur de  $L_i$  la plus grande (on a multiplié par la valeur - 0.5. Ce qui justifie la recherche du maximum de  $L_i$  au lieu du minimum).

#### 2.3.3. Analyse en facteurs

Dans l'analyse en facteurs, on représente les variables  $y_1, y_2, \dots, y_p$  comme des combinaisons linéaires de quelques variables aléatoires dites facteurs  $f_1, f_2, \dots, f_m$  ( $m < p$ ). Les facteurs sont des variables latentes qui vont générer les variables, elles ont donc les mêmes caractéristiques que les  $y_i$  mais elles ne seront ni mesurés ni observés.

Si les  $p$  variables sont moyennement corrélées, la dimension du système serait inférieure à  $p$ . Le but de l'analyse en facteurs est alors, de réduire les redondances entre les variables en utilisant un nombre inférieur de facteurs.

Supposons un système où les variables sont fortement corrélées entre eux dans un sous-groupe particulier mais presque non corrélées avec le reste de variables, il existera donc, un facteur représentant les variables de ce sous-groupe. Si les autres variables sont corrélées entre eux, elles seront regroupées dans d'autres sous-groupes et représentées par d'autres facteurs.

L'analyse en facteur est très similaire de l'analyse en composantes principales, mais il y a quelques différences qu'on peut les résumer dans les deux points suivants:

- i. L'analyse en composantes principales est définie comme la combinaison linéaire des variables originales, alors que dans l'analyse en facteurs les variables originales sont exprimées comme une combinaison linéaire de facteurs.

- ii. Dans l'analyse en composantes principales on explique une large partie de la variance totale, cependant, dans l'analyse en facteurs on cherche des explications sur la relation entre les variables dans la matrice de covariance ou de corrélation.

## 2.4. Modèles de signaux

Les signaux surviennent dans tous les domaines de la science et de l'ingénierie (astronomie, communication, séismologie, économie, santé, etc.), ils sont d'origines naturelles (processus physiques) ou d'origines humaines (artificiels). Un signal peut avoir des paramètres indépendants autres que le temps (cas d'un signal unidimensionnel), par exemple, dans la radiologie, le signal est vu comme bidimensionnel où l'intensité dépend des deux coordonnées  $x$  et  $y$  qui sont considérées comme des longueurs. Il peut aussi, être tridimensionnel et dépendre de trois variables indépendantes comme dans le cas d'une vidéo où en plus des deux longueurs  $x$  et  $y$  le temps vient comme une troisième variable.

On peut classier les signaux comme: à temps continu ou à temps discret; les signaux à temps continu sont définis dans chaque instant de temps du début jusqu'à la fin, tandis que les signaux à temps discret sont définis aux instants discrets du temps, ces signaux sont les résultats d'un échantillonnage des signaux à temps continu. Habituellement, les signaux naturels sont à temps continu, alors que, ceux d'origines humaines peuvent être à temps continu ou à temps discret (un système produisant le signal analogue ou numérique, respectivement). On peut aussi classier les signaux comme: quantifiés ou non-quantifiés; dans le signal quantifié on affecte n'importe quelle valeur à un rang spécifique, alors que pour le signal non-quantifié, on affecte uniquement les valeurs discrètes [17].

Un signal peut émaner d'une formule déterministe (par exemple, une sinusoïde avec une fréquence ou une phase inconnue), ou d'une formule stochastique (par exemple, un processus autorégressif du premier ordre). Il peut particulièrement englober une large classe de signaux ou une classe relativement restreinte. Ce n'est pas étonnant que de meilleures performances soient attendues des algorithmes accordés aux classes restreintes des signaux, parce qu'on ne peut pas s'attendre qu'un système réagisse bien aux signaux dont il n'avait pas été conçu. En plus, le choix d'un modèle de signal pour une application particulière nécessite la vérification de plusieurs facteurs, ces derniers doivent refléter au mieux les principales caractéristiques du signal physique, mais en contre partie, les modèles très complexes mènent à des structures de signaux intraitables pour le développement d'algorithmes.

Plusieurs systèmes de traitement du signal reposent sur des classes de modèles relativement petites pour les utiliser dans un large rang d'applications (comme les signaux

périodiques ou à bandes limitées qui sont caractérisés par leur invariance dans le temps). Il y a aussi d'autres signaux qui ont la caractéristique d'invariance, mais c'est une invariance statistique dans l'échelle (par exemple, dans le cas stochastique, la statistique du processus ne change pas lors de l'extension ou la rétraction de l'axe du temps). Utilisant cette importante propriété, on peut vérifier les caractéristiques du signal dans une échelle pour les confirmer dans une autre échelle et concevoir, alors des techniques de détection, d'identification, de classification et d'estimation des signaux (voir chapitre 3 donnant des illustrations de la détection des ondes par les ondelettes) [18].

## 2.5. Filtres numériques

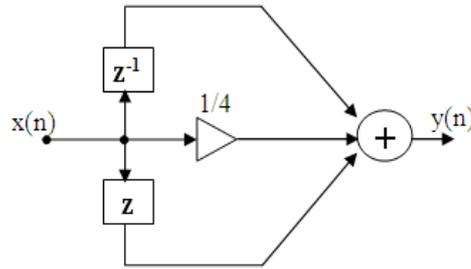
Un filtre numérique est défini comme la procédure numérique qui transforme une séquence numérique  $\{x(n)\}$  à une autre séquence  $\{y(n)\}$  qui a des propriétés meilleures que la première (moins de bruits ou moins de distorsions), les caractéristiques désirées de la seconde séquence dépend de l'application utilisée. Une des courantes applications des filtres numériques est la simulation des systèmes physiques, dans ce cas, la séquence d'entrée est un signal d'excitation  $\{e(n)\}$  qui représente des valeurs instantanées de quelques paramètres physiques qui sera traité pour déterminer à la sortie du système la réponse  $\{r(n)\}$  [19].

Le filtre numérique peut être: à réponse impulsionnelle finie (RIF) ou à réponse impulsionnelle infinie (RII).

### 2.5.1. Anatomie des filtres numériques

Un filtre numérique est le résultat de l'interconnexion de trois éléments simples (des additionneurs, des multiplicateurs ou des délais), les délais sont des composants qui permettent un accès aux valeurs passées ou futurs d'une séquence. Un délai positif ( $z^{-1}$ ) stocke la valeur actuelle de la séquence pour des calculs futurs, alors que le délai négatif ou l'avance ( $z$ ) utilise la prochaine valeur de la séquence dans le calcul (la notation du délai par  $z$  est le résultat de la formule de la transformée en  $z$ ). Une des applications de l'avance est le traitement des images dont la séquence complète est disponible au début du processus, donc le délai négatif sert à accéder aux prochains échantillons de données. On notera qu'un signal est dit causal si et seulement si, pour tout  $n < 0$ ,  $x(n) = 0$  [17]. Alors, le design d'un filtre numérique nécessite la sélection de l'interconnexion de ces éléments simples, puis la détermination du coefficient du multiplicateur. Dans l'exemple de la figure 2.7, nous illustrons une interconnexion des éléments simple pour construire le filtre numérique de l'équation (2.40):

$$y(n) = x(n - 1) + \frac{1}{4}x(n) + x(n + 1) \quad (2.40)$$



**Figure 2.7.** Filtre numérique.

La compréhension du comportement fondamental des données à temps continu, exige une étude des filtres numériques pour manipuler les données via un ordinateur et pour mettre en pratique les procédures de traitement du signal aux applications comme: la robotique, les capteurs intelligents et les signaux sismiques et médicaux. Les techniques des filtres numériques sont aussi importantes pour modéliser les systèmes linéaires comme le modèle de la production de la parole et le modèle des canaux de transmission. Parmi les applications des filtres numériques, on peut citer:

- i. La séparation des signaux sur la base de leurs contenus spectraux; en les passant dans un filtre basses fréquences pour retenir les basses fréquences du signal, et en le passant dans un filtre hautes fréquences pour avoir les hautes fréquences de ce signal (cela se fait par le calcul du spectre d'amplitude qu'on va le voir dans le paragraphe 2.6)
- ii. Le traitement de la parole; les filtres numériques sont très utilisés dans les systèmes de reconnaissance de la parole pour différencier entre les différents sons en se basant sur les localisations fréquentielles de leurs pics.
- iii. La simulation des systèmes physiques; quand un système physique est très compliqué ou coûteux dans sa construction (comme dans le cas d'un robot), il faut le simuler tout d'abord dans un ordinateur en fonction de son système de filtres numériques pour déterminer ses performances et sa sensibilité.
- iv. La simulation des systèmes de communication; on peut simuler le système de codage de données comme dans le cas de la modulation par déplacement de fréquence, où chaque chiffre binaire (0 ou 1) est transformé à une section sinusoïdale dont la fréquence est déterminée par la valeur binaire qui va être transmise. Un filtre binaire est utilisé pour modéliser le transmetteur, le récepteur et le canal de transmission.

### 2.5.1.1. Filtres à réponse impulsionnelle finie

Les filtres à réponse impulsionnelle finie (RIF) possèdent plusieurs propriétés intéressantes pour beaucoup d'applications. Ils ont la propriété de reconstruction des signaux avec fidélité sans

distorsions de phase, en plus, ils sont naturellement stables (donc, il n'y aura pas de problèmes de stabilité lors du design ou de l'implémentation de ces filtres).

Bien que les filtres RIF soient habituellement d'un grand ordre, ils sont efficacement réalisés par l'implémentation des sommes de convolution. Un autre avantage majeur de ce type de filtres, est que les filtres multidimensionnels (par exemple, dans le cas des applications de traitement d'image) sont facilement implémentés à partir d'un prototype unidimensionnel et en utilisant une transformation spectrale. Le seul inconvénient des filtres RIF à phase linéaire (d'ordre  $N$ ) est que dans certaines applications le retard globale du groupe est égal à  $(N - 1)/2$ , cette valeur est très grande pour les filtre à grands ordres [20]. Un filtre RIF causal de longueur  $N$  (d'ordre  $N - 1$ ), a la fonction de transfert suivante (la figure 2.8):

$$H(z) = h(0) + h(1)z^{-1} + \dots + h(N - 1)z^{-(N-1)} \quad (2.41)$$

où  $h(n)$  sont les coefficients de la réponse impulsionnelle.

### 2.5.1.2. Filtres à réponse impulsionnelle infinie

Un filtre numérique à réponse impulsionnelle infinie (RII) est réalisé récursivement en rebouclant la somme pondérée des valeurs passées de la sortie du filtre et en ajoutant ces valeurs à la somme pondérée des valeurs présentes et passées de l'entrée. En principe, et contrairement à un filtre RIF, le filtre RII à une mémoire infinie. L'avantage majeur des filtres RII comparativement avec les filtres RIF est que pour un ordre  $N$  donné, la réalisation des filtres RII récursifs est très efficace. Mais lors du design, il faut contrôler la stabilité, les phénomènes parasites et la non-linéarité de phase. La fonction de transfert d'un filtre RII est exprimée comme un ratio de deux polynômes comme suit:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^N a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^N b_i z^{-i}} \quad (2.42)$$

On pose  $b_1 = 1$ , l'équation précédente devient:

$$y(n) = \sum_{i=0}^N a_i x(n - i) - \sum_{i=1}^N b_i y(n - i) \quad (2.43)$$

La réalisation du filtre RII en utilisant cette équation est montrée dans la figure 2.9.

## 2.6. Représentation spectrale des Signaux

Pour éliminer les difficultés rencontrées lors du traitement des signaux variant dans le temps, le problème est transformé de l'étude des phénomènes dans le domaine temporel à celle d'évaluation des propriétés du domaine fréquentiel. J. Fourier a annoncé en 1807, que n'importe quelle fonction périodique peut être représentée comme une somme d'ondes sinusoïdales

pondérées [21]. Cela permet de représenter un signal variant dans le temps par le spectre de fréquences des différentes sinusoïdes constituant ce signal.

Un signal périodique de période ( $T_0 = 1/F_0$ ), telle que  $F_0$  est la fréquence fondamentale) peut donc, être représenté par une série unidimensionnelle qui le décompose comme une somme d'exponentiels complexes dite série de Fourier:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k e^{j2\pi k F_0 t} \quad (2.44)$$

telle que  $X_k$  sont les coefficients de la série de Fourier et ils sont donnés par:

$$X_k = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) e^{-j2\pi k F_0 t} dt \quad (2.45)$$

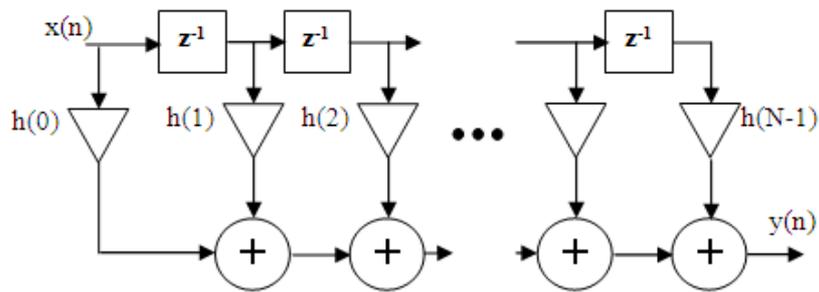


Figure 2.8. Filtre à réponse impulsionnelle finie.

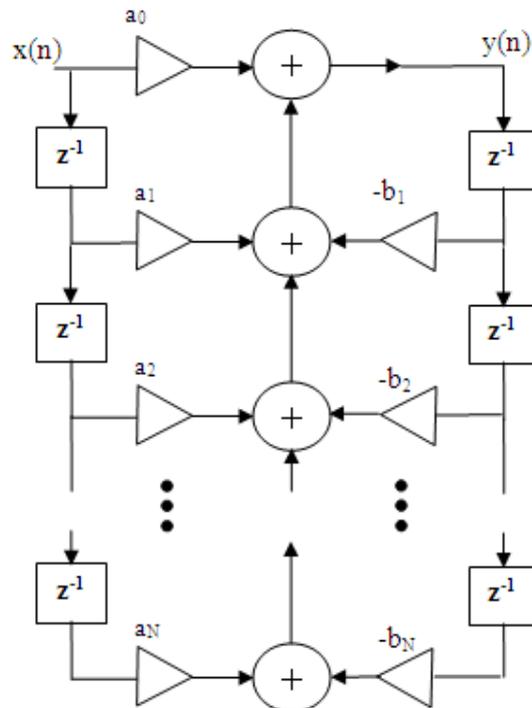


Figure 2.9. Filtre à réponse impulsionnelle infinie.

### 2.6.1. Transformée de Fourier

La transformée de Fourier (TF) est la transformation la plus appliquée dans le domaine de l'ingénierie et de la science du traitement du signal, elle extrait les composantes fréquentielles des séries de temps en les transformant du domaine temporel au domaine fréquentiel. J. Fourier étend en 1822 [21] sa théorie pour les signaux aperiodiques en indiquant qu'ils peuvent être représentés par une intégrale pondérée des séries de fonctions sinusoïdales; c'est la transformée de Fourier:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.46)$$

où  $\omega = 2\pi f$  est dite la fréquence angulaire. On peut donc, interpréter  $X(f)$  comme la projection du signal sur la fonction exponentielle complexe  $\exp(j\omega t)$  à une fréquence angulaire  $\omega$ . Le vecteur des exponentielles forme donc, une base orthogonale. Le signal original peut être construit à partir des valeurs de projection comme suit:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df \quad (2.47)$$

L'équation précédente c'est la transformée de Fourier inverse (TFI) de  $X(f)$ .

Une des principales propriétés du pair de la transformée de Fourier  $(x(t), X(f))$  est le principe de l'incertitude; où la durée  $\Delta_t$  de  $x(t)$  et la largeur de bande  $\Delta_\omega$  de  $X(f)$  sont liées par la relation de l'équation 2.48 [22]:

$$\Delta_t \Delta_\omega \geq \frac{1}{2} \quad (2.48)$$

Où:

$$\Delta_t = \left[ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (t-\mu_t)^2 |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ et } \Delta_\omega = \left[ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\omega-\mu_f)^2 |X(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df} \right]^{\frac{1}{2}}$$

et la moyenne du temps  $\mu_t$  et la moyenne fréquentielle  $\mu_f$  sont définies par:

$$\mu_t = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \text{ et } \mu_f = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega |X(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df}$$

Quand on utilise (2.46) pour estimer le spectre de fréquences du signal, on suppose que la contenance fréquentielle du signal est relativement stable durant l'observation de l'intervalle de temps. Si le contenu en fréquences change avec le temps, il est impossible d'afficher clairement comment cette variation se produit comme une fonction du temps. Cela est dû à la nature du complexe de bases sinusoïdales qui ont une durée infinie, alors que, le spectre fréquentiel peut toujours représenter le signal mais ne reflète pas adéquatement sa caractéristique actuelle. Dans le paragraphe 2.7.1, on va décrire une généralisation de la transformée de Fourier avec un ensemble de bases alternatives représentant au mieux la variation dans le temps du spectre fréquentiel.

## 2.6.2. Transformée de Fourier à temps discret

Un intervalle d'échantillonnage normalisé ( $T_0 = 1$  s) est utilisé pour modifier les deux équations (2.44) et (2.45) en calculant la série de Fourier d'un spectre de fréquence périodique (au lieu d'un signal périodique qui varie dans le temps) afin de définir la transformée de Fourier à temps discret (TFTD) et la transformée de Fourier à temps discret inverse (TFTDI), respectivement par:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)e^{-j\omega k} \quad (2.49)$$

$$x(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega k} d\omega \quad (2.50)$$

La TFTD donne un spectre périodique  $X(e^{j\omega})$  pour une séquence de données  $x(k)$ .

### - Convolution de séquences de données

Le produit de convolution est l'un des outils fondamentaux du traitement du signal. C'est le produit de deux séquences de nombres  $x(k)$  et  $y(k)$  définie par (2.51).

$$x(k) * y(k) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)y(k-m) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} y(m)x(k-m) \quad (2.51)$$

Si on applique la transformée de Fourier sur (2.51), elle deviendra:

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \{x(k) * y(k)\}e^{-j\omega k} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)y(k-m) e^{-j\omega k} \quad (2.52)$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \{x(k) * y(k)\}e^{-j\omega k} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)e^{-j\omega m} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} y(i) e^{-j\omega i} \quad (2.53)$$

On conclura que la transformée de Fourier du produit de convolution de deux séquences temporelle  $x(k)$  et  $y(k)$  est égal au produit de deux transformées de Fourier des deux séquences (c'est le théorème de convolution):

$$TFTD\{x(k) * y(k)\} = X(f).Y(f) \quad (2.54)$$

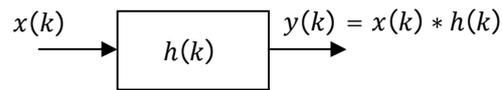
En pratique, le résultat de la convolution de n'importe quelles deux séquences peut être utilisé comme une sortie d'un filtre qui a une réponse impulsionnelle  $h(k)$  et une entrée  $x(k)$  (Figure 2.10) [23,24].

## 2.7. Représentation en temps-fréquences des Signaux

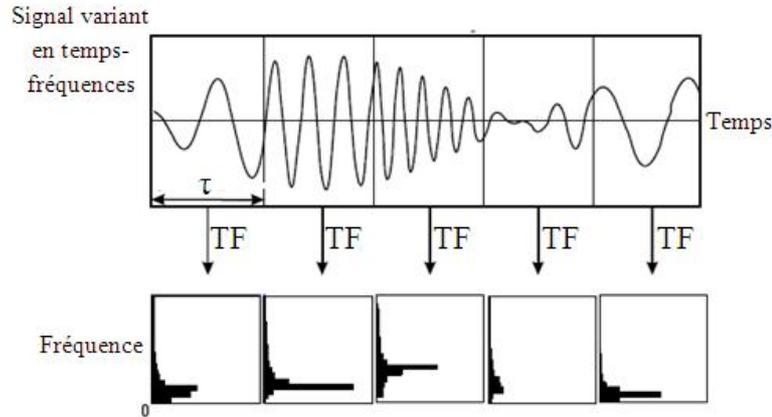
### 2.7.1. Transformée de Fourier à court terme

La transformée de Fourier à court terme (TFCT) est l'une des approches utilisées lors de l'analyse des signaux contenant une variation en temps-fréquence. L'idée est de partager le domaine de temps du signal à plusieurs segments, et puis calculer la transformée de Fourier de chaque segment (2.57).

$$TFCT\{x(t)\} = X(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)w(t-\tau)e^{-j\omega t} dt \quad (2.57)$$



**Figure 2.10.** Réalisation d'un filtre par la convolution.



**Figure 2.11.** Transformée de Fourier à court terme (modifiée de [25]).

Cette transformation ne diffère de la TF que par la présence d'une fenêtre  $w(t)$  d'une durée constante  $\tau$ . Donc, c'est la transformée de Fourier des segments de  $x(t)$  délimités par une fenêtre. Autrement, c'est la projection du signal  $x(t)$  sur l'ensemble des bases  $w^*(t - \tau)e^{j\omega t}$ .

Etant donné que les nouvelles bases sont limitées dans le temps, la visualisation de la variation du spectre fréquentiel en fonction du temps sera possible. Cela se fait par la translation de la fenêtre comme une fonction de temps  $\tau$ , en réalisant à la fin une représentation temps-fréquence bidimensionnelle  $X(\tau, \omega)$  du signal original variant dans le temps (Figure 2.11). Le diagramme de la magnitude  $|X(\tau, \omega)|$  est dit spectrogramme du signal [18].

Une autre définition de la TFCT peut être utilisée en utilisant le domaine fréquentiel et en manipulant (2.57):

$$X(\tau, \omega) = \frac{1}{2\pi} e^{-j\omega\tau} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega') W(\omega - \omega') e^{j\omega'\tau} d\omega' \quad (2.58)$$

Ici,  $W(\omega)$  est la transformée de Fourier de  $w(\tau)$ . Donc, la représentation temps-fréquence peut être réalisée par une fenêtre se déplaçant dans les fréquences.

De ce qui précède, on peut tirer les remarques suivantes:

- i. Les composantes du temps du signal qui en une durée inférieure à celle de la fenêtre temporelle seront étalées (de même pour les composantes fréquentielles), c.-à-d. la résolution en temps est limitée par la largeur de  $w(\tau)$  (de même pour la résolution fréquentielle qui est limitée par la largeur de  $W(f)$ ).

- ii. La largeur de la fenêtre temporelle et la largeur de la fenêtre fréquentielle sont inversement proportionnelles selon le principe d'incertitude. Alors, une bonne résolution temporelle implique une mauvaise résolution fréquentielle (et vice versa).
- iii. La largeur de la fenêtre dans chaque domaine reste fixe. Il en résulte une résolution fixe dans l'ensemble du plan temps-fréquence.

Jusqu'à présent, on n'a pas discuté la forme spécifique de la fonction de fenêtre. En général, pour réduire les interférences des lobes secondaires dans le spectrogramme, la fonction de fenêtre devrait diminuer progressivement et en douceur à zéro. On peut citer quelques exemples de fonctions de fenêtre, comme: Hamming et Hanning qui sont utilisées pour les signaux étroits, Kaiser-Bessel utilisée pour la séparation de deux composantes fréquentielles de signaux très proches mais avec des amplitudes très différentes et les fenêtres gaussiennes appliquées pour les signaux transitoires. Une fonction de fenêtre gaussienne appelée la transformée de Gabor définie comme suit [26]:

$$w(\tau) = \frac{1}{\pi^{1/4}\sqrt{\sigma}} e^{-\frac{\tau^2}{2\sigma^2}} \quad (2.59)$$

qui a la fenêtre fréquentielle correspondante suivante:

$$W(\omega) = \pi^{1/4}\sqrt{2\sigma} e^{-\frac{\sigma^2\omega^2}{2}} \quad (2.60)$$

Comme on ne connaît pas à priori le contenu fréquentiel d'un signal expérimental mesuré, la sélection de la dimension de la fenêtre pour sa décomposition en utilisant la TFCT ne sera pas garantie. Les inconvénients de la TFCT ont motivé les chercheurs à inventer d'autres techniques qui sont meilleures pour traiter les signaux non-stationnaires; l'une de ces techniques est la transformée en ondelettes.

### 2.7.2. Transformée en ondelettes continue

Contrairement à la TFCT où on utilise une résolution fixe, la transformée en ondelettes est la représentation en temps-fréquence capable d'atteindre une résolution variable dans l'un des domaines (temporel ou fréquentiel) et une multi-résolution dans l'autre. En utilisant la notation de la projection, la transformée en ondelettes continue (TOC) est définie par:

$$TOC(s, \tau) = \langle x, \psi_{s,\tau} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) dt \quad (2.61)$$

où  $\psi$  est l'ondelette mère, elle a une moyenne nulle et elle est normalisée et centrée à zéro, et  $s = \frac{\omega_0}{\omega}$  est le paramètre d'échelle, il détermine la résolution fréquentielle et temporelle de  $\psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)$  (la largeur de l'ondelette mère), avec  $s > 0$  et  $\omega_0$  est la fréquence d'oscillation de  $\psi$ , et  $\tau$  c'est le paramètre de décalage.

La transformée en ondelettes peut être écrite comme le produit de convolution de  $x(t)$  avec un filtre passe-bande qui a une réponse impulsionnelle  $\overline{\psi}_{s,\tau}(t)$ :

$$TOC(s, \tau) = x(t) * \overline{\psi}_{s,\tau}(t) = x(t) * \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{-t}{s}\right) \quad (2.62)$$

Elle peut aussi être exprimée en utilisant la transformée de Fourier inverse de  $X(\omega)$  pour remplacer  $x(t)$  dans (2.61):

$$TOC(s, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega') \sqrt{s} \Psi^*(s\omega') e^{j\omega' t} d\omega' \quad (2.63)$$

En comparant (2.63) avec (2.58), on remarquera que  $\Psi^*(\omega')$  est similaire à la fonction de fenêtre  $W(\omega')$  avec une fréquence centrale  $\omega_0$ : [25,27]

$$\omega_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \omega |\Psi(\omega)|^2 d\omega \quad (2.64)$$

Dans ce qui suit, on va donner quelques exemples de fonctions d'ondelettes (Figure 2.12):

- i. L'ondelette de Haar est la plus simple fonction d'ondelettes, elle est définie par:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \leq t \leq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.65)$$

Sa transformée de Fourier est donnée par:

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{4} j\omega e^{-j\frac{\omega}{2}} \left(\frac{\sin(\frac{\omega}{4})}{\frac{\omega}{4}}\right)^2 \quad (2.66)$$

- ii. L'ondelette de Littlewood-Paley; elle a des correspondances avec l'ondelette de Haar dans le domaine fréquentiel:

$$\Psi(\omega) = \begin{cases} (2\pi)^{-\frac{1}{2}} & \pi \leq |\omega| \leq 2\pi \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.67)$$

La transformée de Fourier inverse donne l'ondelette mère:

$$\psi(t) = (\pi t)^{-1} (\sin(2\pi t) - \sin(\pi t)) \quad (2.68)$$

- iii. Le chapeau Mexicain; elle a été utilisée au début dans la vision par ordinateur, et elle a la fonction suivante:

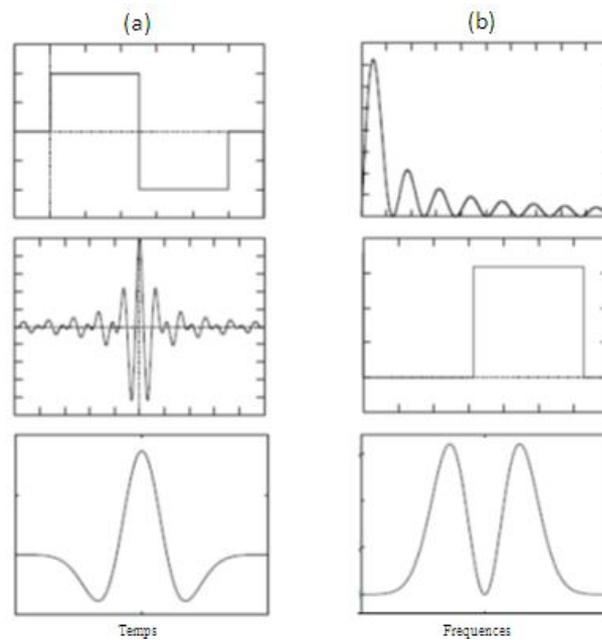
$$\psi(t) = \frac{2}{\pi^{1/4} \sqrt{3\sigma}} \left(\frac{t^2}{\sigma^2} - 1\right) e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (2.69)$$

Sa transformée de Fourier est donnée par:

$$\Psi(\omega) = \frac{\sqrt{8}\sigma^{5/2}\pi^{1/4}}{\sqrt{3}} \omega^2 e^{-\frac{\sigma^2\omega^2}{2}} \quad (2.70)$$

Mathématiquement, l'ondelette mère  $\psi(t)$  est une fonction à carré intégrable, qui doit satisfaire la condition d'admission [28]:

$$C_\psi = \int_0^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \quad (2.71)$$



**Figure 2.12.** (a) Fonctions d'ondelettes et (b) leurs transformées de Fourier: en haut, l'ondelette de Haar, au milieu, l'ondelette de Littlewood-Paley et en bas le chapeau Mexicain (modifiée de [18]).

On peut donc, définir la transformée en ondelettes continue inverse (TOCI) par la partie réelle de (2.72):

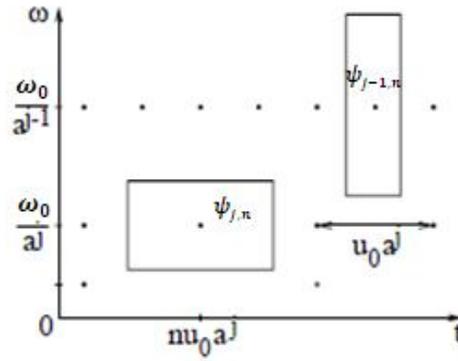
$$x(t) = \text{r\u00e9el} \left\{ \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{s^2} TOC(s, \tau) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) d\tau ds \right\} \quad (2.72)$$

Il existe d'autres bases d'ondelettes qui sont tr\u00e8s utilis\u00e9s dans le traitement des signaux et images et reconnaissance de caract\u00e8res comme: l'ondelette de Daubechies (d'ordre 1 'Haar', d'ordre 2, d'ordre 3, etc.), l'ondelette de Meyer, l'ondelette B-Spline, etc.

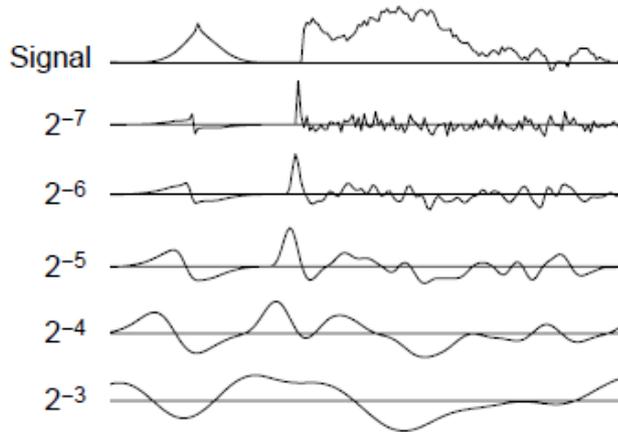
### 2.7.3. Trames d'ondelettes

Les trames d'ondelettes sont construites en \u00e9chantillonnant les param\u00e8tres de temps et d'\u00e9chelle de la TOC. Intuitivement, la construction des trames n\u00e9cessite la couverture de tout le plan temps-fr\u00e9quence par des boites de Heisenberg de la famille d'ondelette discr\u00e8te correspondante (Figure 2.13). Une ondelette  $\psi_{s,\tau}$  a une \u00e9nergie dans le temps centr\u00e9e \u00e0  $\tau$  et sur un domaine proportionnel \u00e0  $s$ . Sur les fr\u00e9quences positives, sa transform\u00e9e de Fourier  $\Psi_{s,\tau}$  est centr\u00e9e \u00e0 la fr\u00e9quence  $\omega_0/s$  avec un \u00e9cart proportionnel \u00e0  $1/s$ . Alors, pour avoir une couverture totale, on \u00e9chantillonne  $s$  sur une s\u00e9quence exponentielle  $\{a^j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ , avec une dilatation suffisamment petite  $a > 1$ . Le d\u00e9calage en temps  $\tau$  est uniform\u00e9ment \u00e9chantillonn\u00e9 aux intervalles proportionnels \u00e0 l'\u00e9chelle  $a^j$ . On note:

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a^j}} \psi\left(\frac{t-nu_0 a^j}{a^j}\right) \quad (2.73)$$



**Figure 2.13.** Boîtes de Heisenberg de l'ondelette  $\psi_{j,n}$  à différentes échelles (modifiée de [25]).



**Figure 2.14.** Transformée en ondelettes dyadique d'un signal à différentes échelles ( $2^{-7} < 2^j < 2^{-3}$ ) (modifiée de [25]).

La valeur constante  $u_0$  est suffisamment petite.

#### 2.7.4. Transformée en ondelettes dyadique

La transformée en ondelettes dyadique (TODy) est construite par la numérisation de l'échelle  $s$  mais en laissant le décalage  $\tau$  tel qu'il est. La numérisation de  $s$  se fait par son échantillonnage sur une séquence exponentielle  $\{2^j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ , pour simplifier le calcul numérique. La transformée en ondelettes dyadique est définie par:

$$TODy(\tau, 2^j) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-\tau}{2^j}\right) dt \quad (2.74)$$

Malgré le grand degré de redondance de la TODy dans la reconstruction des données, elle s'effectue dans un temps de calcul énorme, ce qui nécessite l'utilisation d'une implémentation utilisant les filtres numériques. La figure 2.14 illustre le comportement de la transformée en ondelettes dyadique lors de son application sur différents types de signaux (des pics, des variations de hautes fréquences ou de basses fréquences), on remarque que la TODy d'une courbe ascendante est représentée par un pic positif qui a une largeur variant selon l'inclinaison et

l'échelle choisie, cependant, une onde dans le signal est projetée par l'ondelette dyadique par un couple de maximum positif-minimum négatif pour une amplitude positive (ou minimum négatif-maximum positif pour l'amplitude négative), où le pic est situé au croisement du zéro. Nous avons utilisé cette importante propriété en choisissant une échelle appropriée pour détecter les pics R du complexe QRS du signal électrocardiogramme dans le chapitre 3.

#### 2.7.4.1. Construction de la transformée en ondelettes dyadique

Une ondelette dyadique discrète peut être calculée par un algorithme rapide en banc de filtres. Soient  $h$  et  $g$  deux filtres à réponse impulsionnelle finie, en supposant que  $h$  est un filtre passe-bas qui a une fonction de transfert satisfaisant la relation:  $H(0) = \sqrt{2}$ .

On construit une fonction échelle qui a la transformée de Fourier suivante:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} H\left(\frac{\omega}{2}\right) \Phi\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (2.75)$$

On considère que cette transformée de Fourier est une fonction à énergie finie, l'ondelette correspondante  $\psi$  a la transformée de Fourier suivante:

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} G\left(\frac{\omega}{2}\right) \Phi\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad (2.76)$$

Telle que:  $H$  et  $G$  sont, respectivement, les réponses fréquentielle du filtre passe-bas et du filtre passe-haut qui ont  $h$  et  $g$  comme réponses impulsionnelles.

#### 2.7.4.2. Transformée en ondelettes dyadique rapide

En supposant que la fonction échelle et l'ondelette et leurs transformées de Fourier ( $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\Phi$  et  $\Psi$ ) sont calculées à partir des filtres  $h$ ,  $g$ ,  $H$  et  $G$ . La transformée en ondelettes dyadique rapide (TODyR) est construite par un algorithme à banc de filtres appelé algorithme à trous [25]. On suppose aussi, que les échantillons  $a_0[k]$  du signal discret d'entrée ne sont pas égaux à  $x(k)$  mais égaux à la moyenne locale de  $x$  au voisinage de  $t = k$  (on notera le décalage par  $k$  au lieu de  $\tau$ ). Donc, on peut écrire  $a_0[k]$  comme la moyenne de  $x$  pondérée par un noyau d'échelle  $\varphi(t - k)$ :

$$a_0[k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \varphi(t - k) dt \quad (2.77)$$

Cette dernière formule est généralisée pour  $j > 0$ :

$$a_j[k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \varphi_{2^j}(t - k) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{2^j}} \varphi\left(\frac{t-k}{2^j}\right) dt \quad (2.78)$$

De la même manière, les coefficients d'ondelettes dyadiques sont donnés par:

$$d_j[k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{2^j}(t - k) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t-k}{2^j}\right) dt \quad (2.79)$$

Alors, pour chaque filtre  $f[k]$ , la notation  $f_j[k]$  est utilisée pour les filtres obtenus par l'insertion de  $2^j - 1$  zéros entre chaque échantillon ( $f$  peut être le coefficient d'échelle  $a$  ou le coefficient d'ondelettes dyadique  $d$ ). L'insertion de zéros entre les échantillons crée des trous d'où la notation.

Dans ce qui suit, on va donner quelques convolutions en cascade permettant de calculer la transformée en ondelettes dyadique rapide (Figure 2.15):

$$a_{j+1}[k] = a_j[k] * h_j[k] \quad (2.80)$$

$$d_{j+1}[k] = a_j[k] * g_j[k] \quad (2.81)$$

## 2.7.5. Multirésolution

### 2.7.5.1. Analyse multirésolution

Il était difficile, au début des développements de la théorie des ondelettes, de construire une base d'ondelettes. Mais dans les années quatre-vingts, une construction de ce genre de fonction était réalisable par un système standard où il a été prouvé théoriquement que presque toutes les bases d'ondelettes peuvent être construites; c'est l'analyse multirésolution (AMR). Le système basé sur l'AMR a été publiée par Mallat (en 1989) et Meyer (en 1990) [29], et depuis ce temps il est devenu un outil indispensable dans le traitement du signal et d'image.

On a remarqué que pour  $\{\psi_{j,k} | k \in \mathbb{Z}\}$ , si  $j$  est fixé, on obtiendra une bande passante fixe:

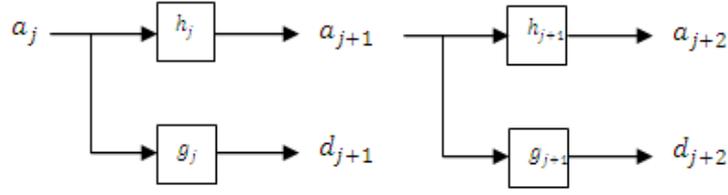
$$|\Psi_{j,k}(\omega)| = 2^{-j/2} \left| \Psi\left(\frac{\omega}{2^j}\right) \right| \quad (2.82)$$

Ce type de filtre passe-bandes est très utile dans diverses applications parce qu'il est très facilement adapté aux résultats attendus du filtrage.

On peut, donc, définir l'approximation multirésolution de  $x$  à l'échelle  $2^j$  et  $2^{j-1}$  par, respectivement, leurs projections sur les sous-espaces  $V_j$  et  $V_{j-1}$  avec  $V_j \subset V_{j-1}$  ( $V_j$  est le sous-espace des fonctions échelles  $\{\varphi_{j,k} | j, k \in \mathbb{Z}\}$  qui génèrent des bases orthogonales), ils représentent les approximations du signal (ou les basses fréquences). Le sous-espace complémentaire de  $V_j$  qui définit les détails du signal (ou les hautes fréquences) et qui est inclus dans le sous-espace  $V_{j-1}$  est dit  $W_j$  ( $W_j \subset V_{j-1}$ ), tel que:

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j \quad (2.83)$$

Il est prouvé que chaque fonction échelle  $\varphi$  est caractérisée par un filtre numérique  $h$  dit filtre miroir conjugué. Pour réaliser la fonction d'ondelette  $\psi$ , on procèdera de la même manière que pour les ondelettes dyadiques discrètes calculées par un banc de filtres. Alors, cela s'effectue par la généralisation de (2.75) et (2.76) pour toute échelle:



**Figure 2.15.** Transformée en ondelettes dyadique rapide.

$$\Phi(2^{-p+1}\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} H(2^{-p}\omega) \Phi(2^{-p}\omega), \quad p \geq 0 \quad (2.84)$$

$$\Psi(2^{-p+1}\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} G(2^{-p}\omega) \Phi(2^{-p}\omega), \quad p \geq 0 \quad (2.85)$$

Avec :

$$G(\omega) = e^{-j\omega} H^*(\omega + \pi) \quad (2.86)$$

C'est le théorème de Mallat-Meyer [25]. L'équation (2.86) est la relation entre le filtre basses-fréquences  $h$  et le filtres donnant les détails du signal (ou les hautes-fréquences)  $g$ , qui permet de construire un banc de filtres par n'importe quel filtre miroir conjugué pour le calcul de la transformée en ondelettes discrète (TOD). Les fonctions d'ondelettes  $\{\psi_{j,k} | j, k \in \mathbb{Z}\}$  sont les bases orthogonales du sous-espace  $W_j$ .

### 2.7.5.2. Transformée en ondelettes discrète rapide

La décomposition en coefficients de bases d'ondelettes orthogonales est calculée par un algorithme rapide qui cascade les convolutions discrètes de  $h$  et de  $g$  et puis sous-échantillonne la sortie en se basant sur les résultats dérivés de la structure de l'analyse multirésolution. Une analyse en banc de filtres est effectuée pour donner une reconstruction parfaite. La transformée en ondelettes rapide décompose successivement chaque approximation dans le sous-espace  $V_j$  dans une approximation grossière  $V_{j+1}$  plus les coefficients en ondelettes réalisés par  $W_{j+1}$ . Autrement dit, c'est la reconstruction des coefficients du sous-espace  $V_j$  à partir des deux sous-espaces  $V_{j+1}$  et  $W_{j+1}$ .

Comme on a défini les base orthogonales de  $V_j$  et  $W_j$  par  $\{\varphi_{j,k} | j, k \in \mathbb{Z}\}$  et  $\{\psi_{j,k} | j, k \in \mathbb{Z}\}$ , la projection dans ces sous-espaces est caractérisée par les coefficients d'approximation  $a_j[k]$  et les coefficients du détail  $d_j[k]$  (théorème de Mallat [25]) qui sont calculés en cascade de convolutions discrètes et des sous-échantillonnages:

$$a_{j+1}[p] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k - 2p] a_j[k] \quad (2.87)$$

$$d_{j+1}[p] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[k - 2p] a_j[k] \quad (2.88)$$

A la reconstruction des coefficients  $a_j$ , on aura:

$$a_j[p] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[p - 2k]a_{j+1}[k] + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[p - 2k]d_{j+1}[k] \quad (2.89)$$

L'équation (2.89) est la reconstitution du signal original par la transformée en ondelettes discrète inverse (TODI).

La figure 2.16 donne une illustration du calcul de la TOD rapide, où  $a_{j+1}$  et  $d_{j+1}$  sont calculés par la convolution de  $a_j$  avec  $h$  et  $g$ , respectivement. Le filtre  $h$  enlève les hautes-fréquences du produit interne de la séquence  $a_j$ , alors que,  $g$  est un filtre passe-haut collectant ces hautes-fréquences pour donner les détails du signal. Cependant, la reconstruction s'effectue par une interpolation en insérant des zéros entre les échantillons pour élargir  $a_{j+1}$  et  $d_{j+1}$  et filtrant ce signal.

Une représentation en ondelettes orthogonales du signal  $x$  est, alors, composée de coefficients en ondelettes de  $x$  aux échelles  $2^j$  ( $2^0 \leq 2^j \leq 2^J$ ) plus l'approximation qui reste à la plus grande échelle  $2^J$ :

$$[\{d_j | 0 \leq j \leq J\}, a_j] \quad (2.90)$$

Pour illustrer la méthode qui calcule la transformée en ondelettes discrète rapide, nous avons utilisé les coefficients du détail et d'approximation de cet algorithme pour filtrer les hautes-fréquences et les basses-fréquences du signal électrocardiogramme.

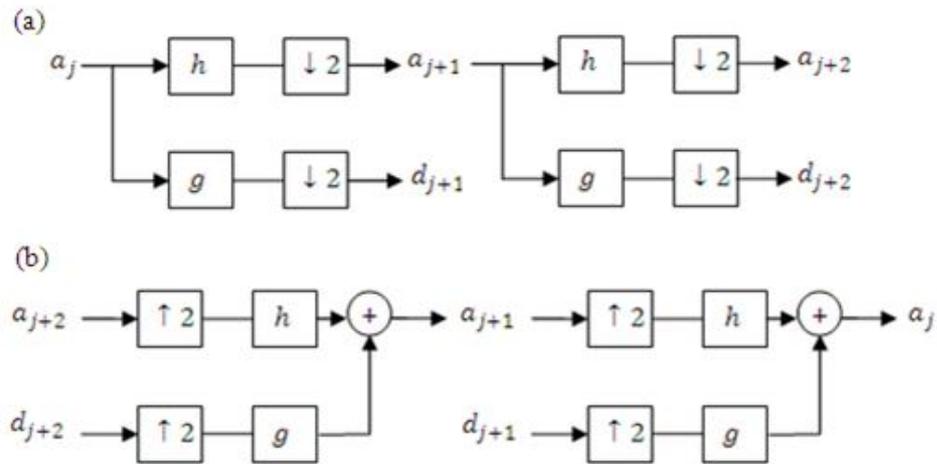
La filtration des hautes-fréquences s'effectue par la procédure suivante (Figure 2.17 (a)):

- i. Choisir l'ondelette de type Daubechies d'ordre 2.
- ii. Calculer la TOD à l'échelle  $2^3$  du signal bruité.
- iii. Appliquer un seuil calculé à partir des coefficients du détail  $d_3$ .
- iv. Tous les coefficients du détail inférieurs à ce seuil seront égaux à zéro.
- v. Calculer la TODI en utilisant ces nouveaux coefficients pour avoir à la fin le signal filtré.

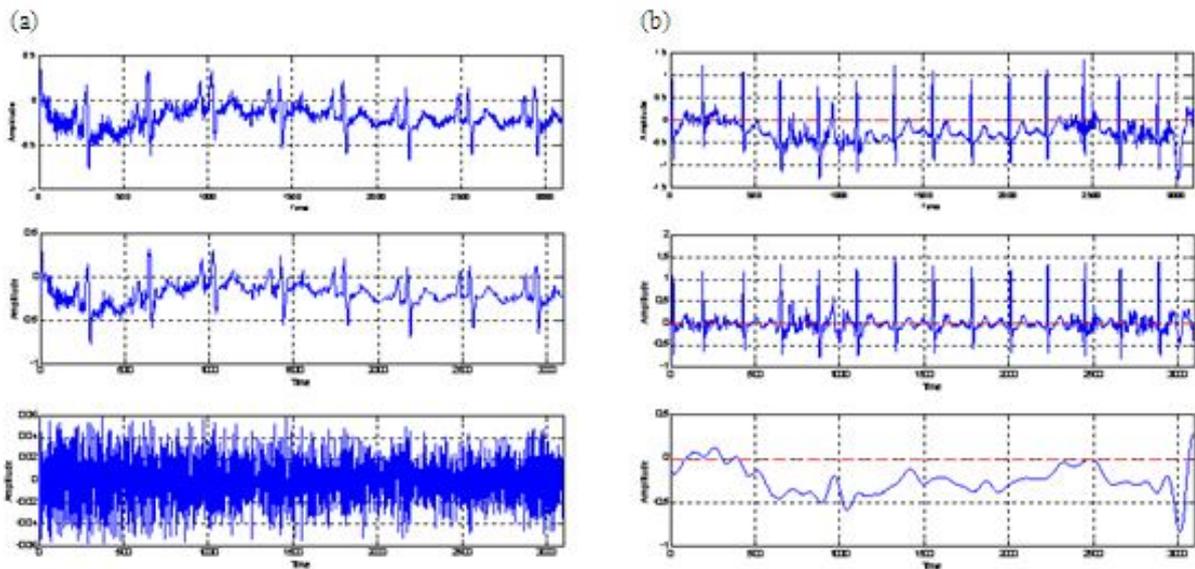
Cependant, le filtre basses-fréquences qui élimine les variations de la ligne de base (ligne isoélectrique) est réalisé par la procédure suivante (Figure 2.17 (b)):

- i. Choisir une ondelette de type Daubechies d'ordre 11.
- ii. Décomposer le signal en utilisant la TOD dans l'échelle  $2^6$ .
- iii. Mettre les coefficients d'approximation  $a_0$  à zéro.
- iv. Reconstruire le signal filtré en utilisant TODI et les nouveaux coefficients.

Nous remarquons de la figure 2.17 que les deux procédures utilisant les coefficients du détail et d'approximation de la TOD sont très efficaces à diminuer et même à éliminer les hautes variations du signal et les décalages dans la ligne de base qui peuvent fausser la lecture de l'enregistrement électrocardiographique et le diagnostic des différentes maladies cardiaques.



**Figure 2.16.** (a) Transformée en ondelettes discrète rapide et (b) Transformée en ondelettes discrète inverse rapide (modifiée de [25]).



**Figure 2.17.** (a) Filtrage hautes-fréquences du signal électrocardiogramme de la base de données MIT et (b) Filtrage basses-fréquences du signal électrocardiogramme de la base de données MIT. En haut les signaux originaux, au milieu le signal filtré et en bas les bruits du signal.

## 2.8. Transformées sinusoidales discrètes

### 2.8.1. Transformées en cosinus discrètes

On a vu précédemment qu'un signal périodique de période  $T$  peut être représenté par une série unidimensionnelle qui le décompose comme une somme d'exponentiels complexes (2.44). Si on a un signal à temps discret  $x(n)$  périodique de période égale à 1. On peut définir, maintenant, un autre signal  $\tilde{x}(n)$  comme une fonction périodique de période  $T = 2$  qui est symétrique, tel que:

$$\tilde{x}(t) = \begin{cases} x(n) & \text{si } n \in [0,1] \\ x(-n) & \text{si } n \in [-1,0] \end{cases} \quad (2.91)$$

La série de Fourier de l'équation (2.44) devient:

$$\tilde{x}(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} a[k] \cos(\pi kn) + \sum_{k=1}^{+\infty} b[k] \sin(\pi kn) \quad (2.92)$$

Le deuxième terme de la somme (  $\sum_{k=1}^{+\infty} b[k] \sin(\pi kn)$  ) est nul, alors,  $x(n) = \tilde{x}(n)$  sur l'intervalle  $[0,1]$ . Cela prouve que n'importe quelle fonction définie sur cet intervalle peut être écrit comme une combinaison linéaire de bases orthogonales de cosinus  $\{\cos(\pi kn) | k \in \mathbb{N}\}$  [27].

Ces bases définies la transformée en cosinus discrète (TCD) qui a été développée par Ahmed *et al* (1974) en premier lieu, puis une version symétrique de TCD a été proposée en 1980 par Kitajima puis une implémentation rapide a été développée par Wang en 1984 en inversant les rôles de  $k$  et  $n$  des bases de cette transformée [20].

Il existe quatre types de transformée en cosinus discrète définies comme la projection du signal  $x(n)$  par les bases de fonctions cosinus  $\varphi$  données par les relations suivantes:

$$\left\{ TCD_I: \varphi_{n,k}^I = \sqrt{\frac{2}{N}} \lambda_k \lambda_n \cos\left(\frac{\pi kn}{N}\right) \right\} \quad n, k = 0, 1, \dots, N \quad (2.93)$$

$$\left\{ TCD_{II}: \varphi_{n,k}^{II} = \sqrt{\frac{2}{N}} \lambda_k \cos\left(\frac{\pi(k+\frac{1}{2})n}{N}\right) \right\} \quad n, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.94)$$

$$\left\{ TCD_{III}: \varphi_{n,k}^{III} = \sqrt{\frac{2}{N}} \lambda_n \cos\left(\frac{\pi(n+\frac{1}{2})k}{N}\right) \right\} \quad n, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.95)$$

$$\left\{ TCD_{IV}: \varphi_{n,k}^{IV} = \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi(n+\frac{1}{2})(k+\frac{1}{2})}{N}\right) \right\} \quad n, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.96)$$

telle que

$$\lambda_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{si } i = 0 \text{ ou } i = N \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

On notera que  $\sqrt{2/N}$  est le facteur de normalisation et  $\lambda_i$  le facteur d'échelle.

La principale propriété de la TCD est sa capacité de représenter presque tout le signal par un nombre réduit de coefficients, ce qui est très utilisé dans les méthodes de compression de signaux et d'images en récupérant le signal original par la transformée en cosinus discrète inverse (TCDI).

Les TCDI sont calculées en utilisant les propriétés des fonctions de bases des TCD et essentiellement l'orthogonalité:

$$\left\{ TCDI_I^{-1}: [\varphi_{n,k}^I]^{-1} = [\varphi_{n,k}^I]^T = \varphi_{n,k}^I \right\} \quad (2.97)$$

$$\left\{ TCDI_{II}^{-1}: [\varphi_{n,k}^{II}]^{-1} = [\varphi_{n,k}^{II}]^T = \varphi_{n,k}^{III} \right\} \quad (2.98)$$

$$\left\{ TCDI_{III}^{-1}: [\varphi_{n,k}^{III}]^{-1} = [\varphi_{n,k}^{III}]^T = \varphi_{n,k}^{II} \right\} \quad (2.99)$$

$$\{TCDI_{IV}^{-1}: [\varphi_{n,k}^{IV}]^{-1} = [\varphi_{n,k}^{IV}]^T = \varphi_{n,k}^{IV}\} \quad (2.100)$$

Nous avons appliqué la transformée en cosinus discrète sur un signal ECG de la base de donnée MIT pour illustrer et comprendre la précédente propriété. Nous remarquons de la figure 2.18 que la majorité des coefficients de la transformation et qui ont des valeurs différentes de zéros ou presque, sont regroupé dans les premières valeurs du temps. Nous pouvons, donc, appliquer un seuil pour mettre les valeurs au-dessous à zéro et reconstruire le signal en utilisant les nouveaux coefficients dont la plupart sont égaux à zéro.

### 2.8.2. Transformées en sinus discrètes

Si les bases orthogonales de la transformée sont des fonctions sinus, on dit que le signal a subi une transformée en sinus discrète (TSD). Roesgen (1985) a, en premier lieu, proposé ce genre de transformée quand il a diagonalisé la matrice de covariance d'un signal de Markov et a trouvé que les vecteurs propres sont les bases de la TSD [30]. Kekre et Solanki [20] ont développé une autre version de la TSD dans leur étude de transformées trigonométriques discrètes.

Il existe, aussi, quatre types de transformées en sinus discrètes définies par leurs bases  $\psi$  comme suit:

$$\left\{TSD_I: \psi_{n,k}^I = \sqrt{\frac{2}{N}} \sin\left(\frac{\pi kn}{N}\right)\right\} \quad n, k = 1, \dots, N-1 \quad (2.101)$$

$$\left\{TSD_{II}: \psi_{n,k}^{II} = \sqrt{\frac{2}{N}} \lambda_n \sin\left(\frac{\pi(k-\frac{1}{2})n}{N}\right)\right\} \quad n, k = 1, \dots, N \quad (2.102)$$

$$\left\{TSD_{III}: \psi_{n,k}^{III} = \sqrt{\frac{2}{N}} \lambda_k \sin\left(\frac{\pi(n-\frac{1}{2})k}{N}\right)\right\} \quad n, k = 1, \dots, N \quad (2.103)$$

$$\left\{TSD_{IV}: \psi_{n,k}^{IV} = \sqrt{\frac{2}{N}} \sin\left(\frac{\pi(n-\frac{1}{2})(k-\frac{1}{2})}{N}\right)\right\} \quad n, k = 1, \dots, N \quad (2.104)$$

telle que:

$$\lambda_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{si } i = N \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Comme pour le cas de la TCDI, les transformées en sinus discrètes inverses TSDI basées sur le principe de l'orthogonalité sont définies comme suit:

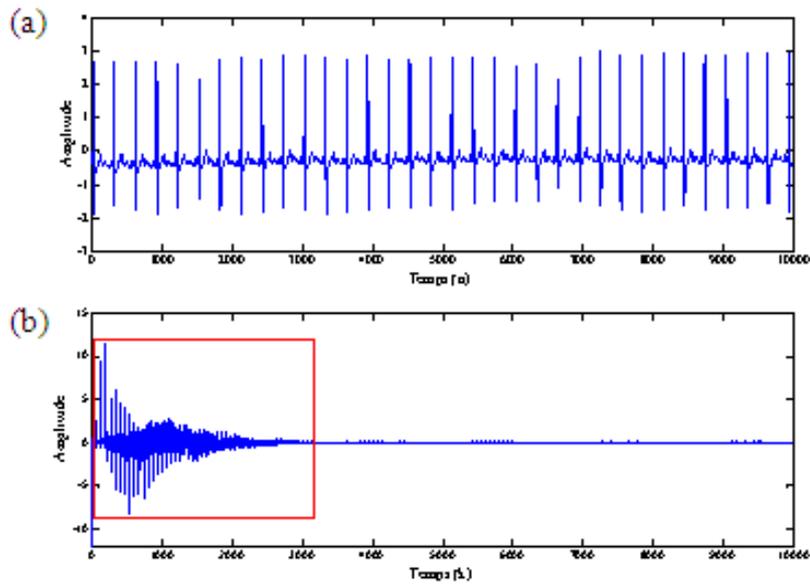
$$\{TSDI_I^{-1}: [\psi_{n,k}^I]^{-1} = [\psi_{n,k}^I]^T = \psi_{n,k}^I\} \quad (2.105)$$

$$\{TSDI_{II}^{-1}: [\psi_{n,k}^{II}]^{-1} = [\psi_{n,k}^{II}]^T = \psi_{n,k}^{III}\} \quad (2.106)$$

$$\{TSDI_{III}^{-1}: [\psi_{n,k}^{III}]^{-1} = [\psi_{n,k}^{III}]^T = \psi_{n,k}^{II}\} \quad (2.107)$$

$$\{TSDI_{IV}^{-1}: [\psi_{n,k}^{IV}]^{-1} = [\psi_{n,k}^{IV}]^T = \psi_{n,k}^{IV}\} \quad (2.108)$$

Il existe des algorithmes rapides de calcul de la TCD et TSD qui sont simples, numériquement stables et efficaces. Ces algorithmes sont basés sur la méthode de *graphes de flux généralisés du signal* et réalisés pour des longueurs  $N = 2^m, m > 0$ . Les principaux inconvénients de ces méthodes sont leurs limites d'applications quand la longueur du signal est très grande. Les algorithmes appliqués pour le calcul des deux transformées sont très similaires et la vitesse de calcul des TSD est proche et parfois plus rapide que celle du calcul des TCD [20].



**Figure 2.18 ;** (a) Signal ECG de la base de donnée MIT et (b) Coefficients de la transformée en cosinus discrète TCD<sub>II</sub>.

## **CHAPITRE III**

### **DETECTION DES PICS R DU SIGNAL ELECTROCARDIOGRAMME**

Dans ce chapitre, nous proposerons une méthode de détection des ondes R du signal électrocardiogramme, qui est primordiale pour déterminer le rythme cardiaque, détecter les anomalies présentes dans les différentes ondes et localiser les arythmies du tracé. Notre algorithme utilise une délimitation de l'intervalle de recherche des pics par le calcul de la transformée en ondelettes dyadique puis détecte la position des ondes R avec une grande précision.

### 3.1. Introduction

Les maladies cardiovasculaires (MCV) sont la première cause de mortalité dans le monde. On estime à 17,3 millions le nombre de décès imputables aux maladies cardiovasculaires (soit 30% de la mortalité mondiale totale). Une recherche récente pour instaurer un atlas mondial des maladies cardiovasculaires entre 1990 et 2010 [31], montre que la plus grande concentration des MCV a été recensée aux régions de l'Europe de l'est et l'Asie centrale. Elles ont une grande concentration aussi dans les régions de l'Afrique du nord et moyen orient en touchant plus souvent les jeunes et les adultes à l'âge du travail. Des données de surveillance fiables sont une composante nécessaire d'évaluation de la santé de la population et de prioriser la prévention et les efforts de lutte. La surveillance systématique commence avec l'enregistrement des naissances et des décès (l'Algérie comme les pays développés, a un registre d'état civil avec des données classées comme utilisables pour effectuer une étude statistique), puis progresse à la détermination des causes des décès. Le nombre de la population, les facteurs de risque (l'hypertension artérielle, le tabagisme, la masse corporelle élevée, le cholestérol, etc.) ont été ajoutés à l'enregistrement de la mortalité, mais ces méthodes de surveillance ont souvent été poursuivis indépendamment à une échelle nationale et dans les pays développés seulement. Donc, une étude complète des MCV est très importante pour créer un système de surveillance des MCV en Algérie. Cette étude doit se baser sur la combinaison entre la collecte des informations en amont et des événements qui surviennent en aval, pour avoir un système de surveillance et de prévention efficace. L'enregistrement électrocardiogramme est l'outil le plus utilisable et le plus accessible pour les pays en voie de développement comme l'Algérie. On pourra alors, instaurer un système basé sur l'analyse du signal ECG afin d'extraire le maximum de données d'une manière automatique.

Dans ce chapitre, nous allons proposer une méthode d'analyse du signal électrocardiogramme afin de localiser les pics R des complexes QRS. La localisation de ces ondes est essentielle pour effectuer un bon diagnostic et une bonne analyse du rythme cardiaque. Mais quelques phénomènes appelés artefacts peuvent perturber le tracé ECG et fausser les résultats de la détection des différents ondes caractéristiques. On a illustré dans le paragraphe 1.8.3, les différents types d'arythmies où on peut remarquer que la plupart des maladies cardiovasculaires sont liée à la localisation des différentes ondes R (et donc du rythme cardiaque) et à la détermination de leurs amplitudes et leurs formes. Par exemple, les bradycardies et les tachycardies sont, respectivement, caractérisées par des rythmes lents et des rythmes rapides, alors que les arythmies liées à l'apparition des battements prématurés ont des complexes QRS différentes des complexes normaux avec des amplitudes différentes en valeurs et en signes.

Divers algorithmes d'analyse du signal ECG et de détection des pics R ont été proposés dans la littérature. On peut trouver des systèmes basiques [1,32,33] qui utilisent la sensibilité des dérivations ou une différentiation à localiser les pics du complexes QRS par un seuil prédéfini. Une méthode qui utilise les filtres numériques est implémentée dans [34] pour éliminer les distorsions de la ligne de base et les bruits de variation rapide. Les auteurs de [35-37] ont utilisés des transformations non-linéaires comme les opérations quadratiques et les fenêtres glissantes pour localiser les complexes QRS, d'autres ont appliqué des prédictions linéaires comme dans [38] où on a prédit les coefficients de la TCD afin d'estimer le signal ECG performant une décomposition en valeurs singulières, cependant, dans [39] on a utilisé une prédiction linéaire pour effectuer une extraction des caractéristiques du signal. Les méthodes basées sur les réseaux de neurones sont très utilisées et donnent de bons résultats en termes de vraie détection des ondes mais elles prennent beaucoup de temps lors de l'étape d'apprentissage [2,40]. Une méthode d'analyse du signal ECG en utilisant les bancs de filtres a été développée dans [41]. D'autres études ont utilisé les différents types et caractéristiques des transformées en ondelettes. La transformée en ondelettes est une bonne technique d'analyse en temps-fréquence qui décompose le signal ECG [3,42-48].

Alors, la réalisation d'un système performant pour la localisation des pics R, quelque soit le bruit qu'a subi le signal, était notre objectif. Nous illustrons une procédure de détection basée sur l'utilisation des propriétés de la transformée en ondelettes dyadique dans une échelle spécifique qui va être utilisé comme un intervalle de recherche des ondes R qui sera effectuée par une méthode de marquage de changement de direction (MCD) des amplitudes de la transformée en ondelettes discrète.

### **3.2. Artefacts**

Dans l'électrocardiographie, un artefact de l'ECG est utilisé pour indiquer un bruit qui n'est pas créé par le cœur. Il s'agit notamment des interférences électriques causées par des sources extérieures, un bruit électrique qui parvient d'une autre région du corps, un mauvais contact ou un dysfonctionnement de la machine. Un artefact est donc, une distorsion du signal enregistré. Les artefacts sont très fréquents, et leur détermination est nécessaire pour éviter une mauvaise interprétation du rythme d'un cœur, parce qu'ils peuvent masqués les ondes caractéristiques du signal [1].

Il existe une variété de sources d'artefact dans des enregistrements ECG. Les deux les plus fréquents sont: les artefacts du secteur et les distorsions de la ligne de base. Les premiers sont des bruits de hautes-fréquences (50 ou 60 Hz) dus au câble d'alimentation ou au mauvais placement

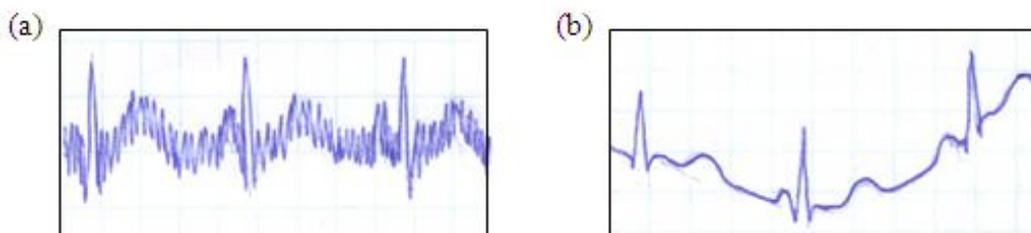
des électrodes ou à l'utilisation des électrodes de mauvaise qualité, elles sont similaires aux bruits musculaires causés par les contractions des muscles qui ont une activité électrique très semblable à celle du cœur mais elle a une courte durée donc ça ne pose pas un problème, contrairement aux artefacts du secteur caractérisés par des bruits rapides et prolongés (Figure 3.1.a). Le deuxième type d'artefacts est un bruit de basses-fréquences (0.1 à 10 Hz) qui se traduit par des décalages de la ligne isoélectrique de sa position normale (amplitude égale à zéro), ils sont dus aux mouvements du patient ou des câbles pendant l'enregistrement, ces distorsions sont très apparents dans le segment PR (Figure 3.1.b).

Nous avons proposé dans le paragraphe 2.7.5.2, deux méthodes pour réduire et parfois, éliminer ces deux types de bruits afin d'avoir une bonne lecture de l'enregistrement. Ces deux filtres hautes-fréquences et basses-fréquences sont utilisés dans notre procédure de détection des ondes R du signal ECG comme un prétraitement, réduisant ainsi, la probabilité d'avoir de fausses détections.

### 3.3. Base de données

Dans ce chapitre, nous avons appliqué notre procédure de détection sur les enregistrements de la base de données de l'institut de technologie de Massachusetts (Massachusetts institute of technology MIT) qui a été développée par un groupe de chercheurs, ingénieurs et techniciens dirigés par G. Moody [49]. La base de données contient 23 enregistrements (numéroté de 100 à 124) choisis aléatoirement d'un ensemble de 4000 enregistrements, alors que les 25 autres enregistrements (numéroté de 200 à 234) étaient sélectionnés du même ensemble comprenant une variété de phénomènes rares mais cliniquement importants.

Tous les 48 enregistrements sont sélectionnés d'hommes et femmes âgés entre 22 et 89 ans, et sont d'une durée qui est légèrement supérieure à 30 minutes. Le premier groupe d'enregistrements est un échantillon représentatif des variétés des ondes et des artefacts qu'on peut rencontrer dans les utilisations courantes, cependant, les enregistrements dans le second groupe contiennent les arythmies ventriculaires, de jonction ou supra-ventriculaires et anomalies de conduction.

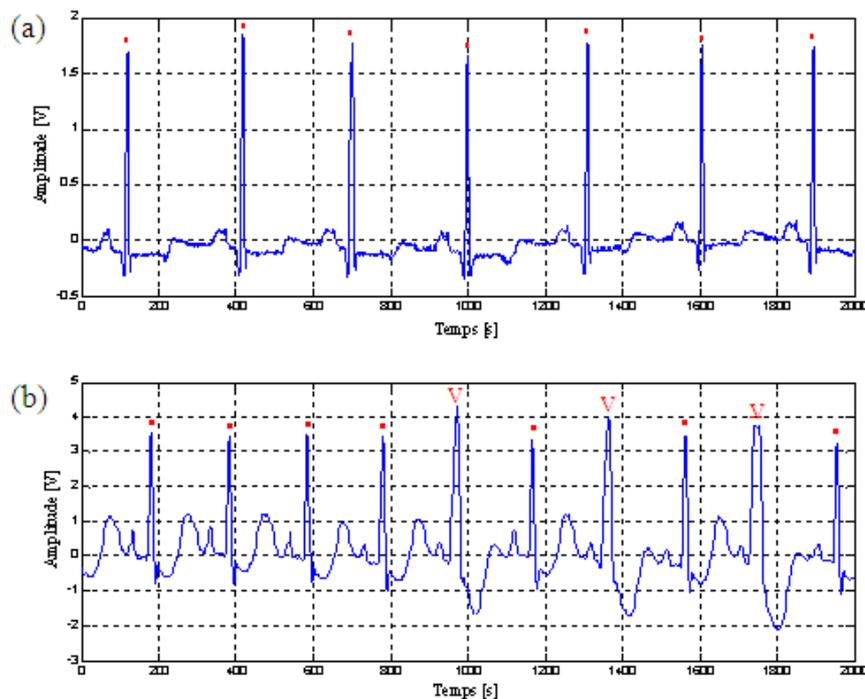


**Figure 3.1.** Artefacts de l'enregistrement ECG: (a) artefacts du secteur et (b) distorsions de la ligne de base.

La sortie analogue de l'appareil ECG est filtré pour limiter la saturation du convertisseur analogique-numérique (CAN) par un filtre passe-bande (0.1 à 100 Hz). Le signal filtré est numérisé à une fréquence d'échantillonnage de 360 Hz, avec une résolution de 11-bit sur un intervalle de  $\pm 5V$ , les valeurs des échantillons dans ce domaine varient de 0 à 2047 avec la valeur 1024 qui correspond à zéro volt. A la fin de cette opération, une annotation de différentes ondes de tous les enregistrements est transcrite en affectant un symbole à chaque onde R pour distinguer entre une onde normale notée par un point ( $\bullet$ ) et un pic R anormal, comme le battement artériel prématuré qui est représenté par la lettre (A), le battement supra-ventriculaire prématuré noté (S), la contraction ventriculaire prématurée noté (V), etc.

Dans ce qui suit nous donnerons deux exemples d'enregistrements de la base de données MIT avec les durées d'enregistrements et les différents types d'ondes R constituant ces enregistrements:

- i. L'enregistrement 100 est l'ECG d'un mâle âgé de 69 ans d'une durée de 30 minutes et 6 secondes, il contient un total de 2273 battements (un rythme variant entre 70 et 89 battements par minute) dont 33 sont des battements ventriculaires prématurés et un battement artériel prématuré, le reste sont des pics R normaux.



**Figure 3.2.** (a) Enregistrement 100 de la base de données MIT et (b) l'enregistrement 213.

- ii. L'enregistrement 213 est celui d'un mâle âgé de 61 ans de même durée que le premier, il contient 3251 battements divisés entre normaux (2641 battements), contractions artérielles prématurées (28 battements) et contractions ventriculaires prématurées (582 battements). Le rythme sinusal normal varie entre 101 et 113 battements par minute, pour les bigéminés (dus aux contractions ventriculaires prématurées) le rythme varie entre 102 et 116 et varie entre 110 et 117 pour les phases de la tachycardie.

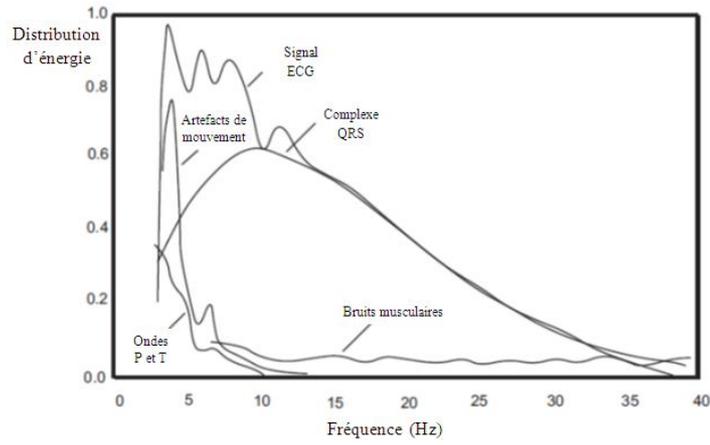
La figure 3.2 donne une illustration des types d'ondes que contient chaque enregistrement; nous pouvons remarquer que dans les intervalles choisis pour les deux enregistrements d'une durée égale à 2000 échantillons (ce qui équivaut à 5 secondes, de la 117<sup>ème</sup> seconde à la 122<sup>ème</sup>) il n'y a que des ondes R normales pour l'enregistrement 100, mais pour l'enregistrement 213 il existe trois contractions ventriculaires prématurées séparées par des ondes sinusales normales; ce qui représente un type d'arythmie dit bigéminé.

### 3.4. Procédure de détection des pics R

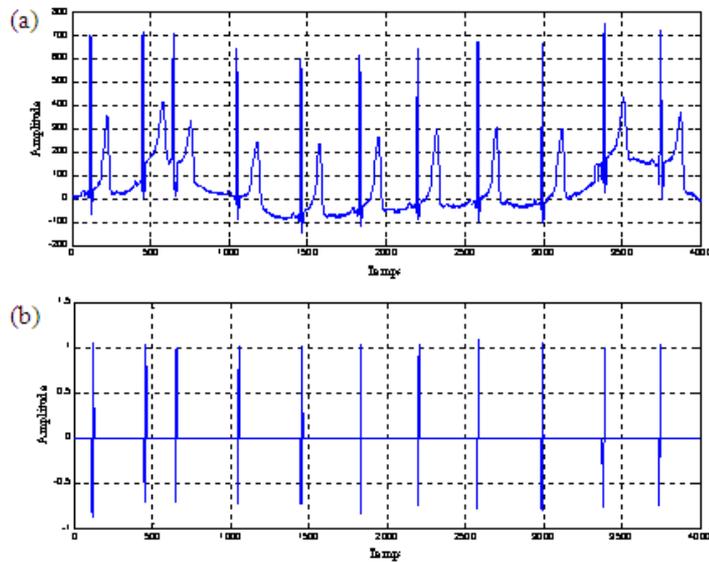
Nous avons remarqué des représentations spectrales des moyennes des complexes QRS, que la majorité d'énergie est située dans l'intervalle de 4 à 35 Hz (cet intervalle est la moyenne des bandes passantes des complexes QRS de différentes études exposées par Elgendy *et al.* [50]) (Figure 3.3), et que la bande passante équivalente de la transformée en ondelettes dyadique à l'échelle  $2^3$  des bases de type Haar (Figure 2.12) est la plus proche de cet intervalle de fréquences en la comparant avec d'autres bases d'ondelettes (comme Coiflets, Biorthogonale, Daubechies, etc.) à différentes échelles ( $2^1$ ,  $2^2$ ,  $2^3$ ,  $2^4$  et  $2^5$ ). En se basant sur cette importante propriété et sur le comportement de la transformée en ondelettes dyadique d'un pic du signal (dans le paragraphe 2.7.4, on a montré qu'un pic est représenté par la TODy comme un couple de minimum négatif-maximum positif), nous avons conçu notre procédure de détection en démarrant par la délimitation du domaine de recherche d'un pic R par une limite en temps inférieure (LTI) (la position du minimum négatif de la TODy) et une limite en temps supérieure (LTS) (la position du maximum positif de la TODy). Cet intervalle de temps à une longueur qui ne dépasse pas 20 échantillons (ou 56 ms), ce qui rend la recherche des pics très rapide (Figure 3.4).

Nous calculons donc, la TODy du signal ECG à l'échelle  $2^3$  pour une ondelette mère de type Haar:

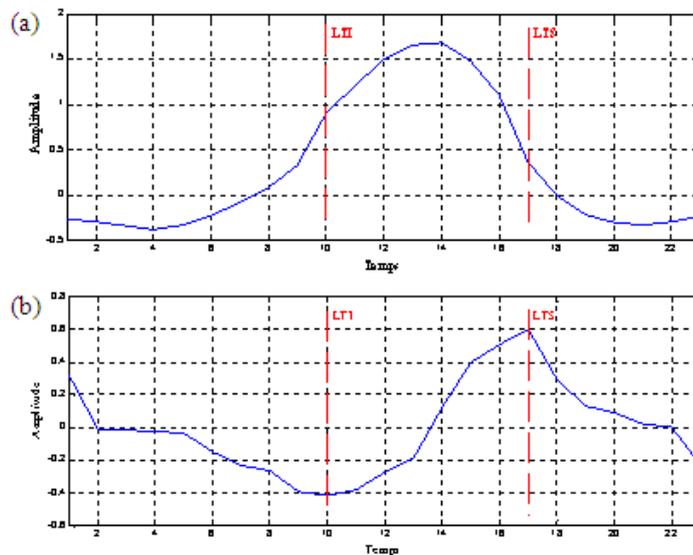
$$C_{\tau,3} = TODy(\tau, 2^3) = \int_{-\infty}^{+\infty} ECG(t) \frac{1}{\sqrt{2^3}} \psi\left(\frac{t-\tau}{2^3}\right) dt \quad (3.1)$$



**Figure 3.3.** Distributions d'énergies de différents artefacts et ondes de l'ECG (modifiée de [51]).



**Figure 3.4.** (a) Onze battements de l'enregistrement 113 et (b) les couples d'extrema représentant les complexes QRS après le seuillage.



**Figure 3.5.** Intervalle de recherche des pics R: (a) un complexe QRS de l'enregistrement 100 de la base de données MIT et (b) sa transformée en ondelettes dyadique.

L'équation précédente donne une projection du tracé électrocardiogramme sur les fonctions bases de type Haar, qui se traduit par un signal qui remplace tout pic positif par un couple de minimum négatif-maximum positif et inversement, tout pic négatif par un maximum positif-minimum négatif. Mais, nous pouvons remarquer que les couples pour les complexes QRS ont les valeurs les plus grandes par rapport aux couples pour les autres ondes du signal (P, T et U), ces derniers sont éliminés en appliquant des seuillages des couples d'extrema par des seuils adaptatifs négatifs  $S_n$  et positifs  $S_p$ . Nous aurons comme résultats les probables extrema négatifs ( $PM_n$ ) et positifs ( $PM_p$ ) [52]:

$$\begin{cases} \text{Si } C_{\tau,3} < S_n, \text{ alors: } PM_n = C_{\tau,3} \\ \text{Si } C_{\tau,3} > S_p, \text{ alors: } PM_p = C_{\tau,3} \end{cases} \quad (3.2)$$

Afin de définir les vrais couples de minima négatif-maxima positif ( $M_n$ ,  $M_p$ ) représentant les complexes QRS, nous calculons les minima des ensembles de  $PM_n$  et les maxima des ensembles des  $PM_p$ :

$$\begin{cases} M_n = \min \{PM_n\} \\ M_p = \max \{PM_p\} \end{cases} \quad (3.3)$$

Les localisations des nouveaux ensembles de couples ( $M_n$ ,  $M_p$ ), constituent les couples des limites en temps inférieures et supérieures (LTI, LTS) délimitant les domaines de recherche des pics R (Figure 3.5).

Les seuils négatifs  $S_n$  et positifs  $S_p$  sont ajustés dans chaque itération pour pouvoir suivre l'évolution des amplitudes des complexes QRS et donc des couples d'extrema. Après initialisation des deux seuils, nous procédons comme suit (à l'itération m):

$$S_n(\tau) = 0.3 PM_n^{m+1}(\tau) \quad (3.4)$$

$$\begin{cases} \text{Si } C_{\tau,3} < 2.S_n(\tau), \text{ alors } PM_n^{m+1}(\tau) = PM_n^m(\tau) \\ \text{sinon } PM_n^{m+1}(\tau) = \alpha PM_n^m(\tau) + \beta C_{\tau,3} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$S_p(\tau) = 0.3 PM_p^{m+1}(\tau) \quad (3.6)$$

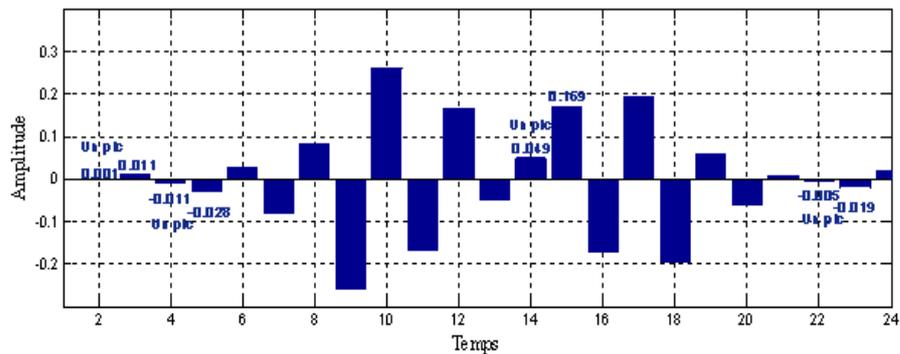
$$\begin{cases} \text{Si } C_{\tau,3} > 2.S_p(\tau), \text{ alors } PM_p^{m+1}(\tau) = PM_p^m(\tau) \\ \text{sinon } PM_p^{m+1}(\tau) = \alpha PM_p^m(\tau) + \beta C_{\tau,3} \end{cases} \quad (3.7)$$

telle que la somme des deux coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  est égale à un.

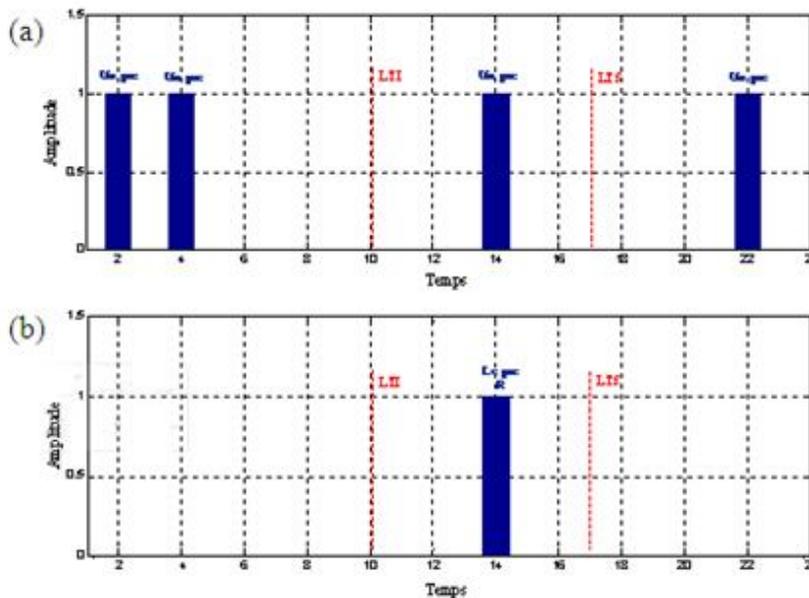
Une fois les intervalles de recherche des ondes R calculés, nous procédons à la détection par une méthode basée sur la transformée en ondelettes discrète pour calculer un nouveau signal qui détecte les détails du signal original, que nous appelons; détail du signal du premier ordre (DSPO). Ce signal est utilisé pour la détermination des marquages de changements de directions (MCD) des pentes montantes et descendantes du signal, et il est calculé à partir des coefficients du détail et d'approximation (calculés au paragraphe 2.7.5.2) de la TOD à l'échelle  $2^1$  de l'ondelette

mère de type Haar (le choix de ce type de fonctions de bases est dû à leur caractéristique de discontinuité sensible aux changements de pentes), et par la mise à zéro des coefficients d'approximation, et reconstruire le signal par la TODI (2.89).

La principale propriété du DSPO est que les échantillons ont les mêmes valeurs d'amplitudes mais de signes différents si la pente du signal est constante. Cependant, s'il y a un changement dans la pente (c.-à-d. un pic), les amplitudes de deux échantillons successives du DSPO voisines du pic ont le même signe et la position du pic correspond au premier échantillon, dans la figure 3.6, nous proposons une illustration de ce signal où chaque deux échantillons successifs de même signe d'amplitudes correspond à un pic (positif si le signe des échantillons successifs positif et négatif si le signe est négatif). Ce changement dans la direction de la pente est marqué par le MCD, qui est un vecteur qui a le même nombre d'échantillons que le signal, et que tous ces éléments sont égaux à zéro sauf aux pics ils ont la valeur un (Figure 3.7 (a)).



**Figure 3.6.** Détail du signal du premier ordre des différentes ondes constituant le même complexe QRS de l'enregistrement 100.



**Figure 3.7.** Marquage du changement de direction: (a) les localisations des différents pics du même complexe QRS de l'enregistrement 100 et (b) la localisation du pic R dans l'intervalle [LTI , LTS].

De la figure 3.7.b, nous pouvons remarquer que l'onde R est localisée par le MCD dans l'intervalle prédéfini [LTI, LTS], et qu'à l'extérieur de ce domaine le signal MCD est mis à zéro. Une fois les possibles ondes R localisées, nous procédons à l'élimination des pics redondants et isolés. Pour les complexes QRS redondants, nous éliminons des deux minima (ou maxima) successifs le minimum (ou le maximum) le plus loin du maximum (ou du minimum), et ainsi les deux extrema (minimum-maximum) les plus proches constituent un couple ( $M_n, M_p$ ) représentant un complexe QRS. Après cette étape, nous éliminons les ondes R isolées; un pic isolé est localisé entre deux vraies ondes R. Nous calculons une distance  $D_i$  égale à 0.45 fois la moyenne de distances RR d'ensemble aléatoire d'ondes R, et éliminons les pics qui ont une distance RR inférieure à  $D_i$ .

### 3.5. Résultats de la détection

Notre procédure de détection a été appliquée sur quinze enregistrements de trente minutes de la base de données MIT, les quinze enregistrements ont été choisis pour englober tous les cas de figure que nous pouvons rencontrer dans les examens cliniques. Le tableau 3.1 montre les résultats d'évaluation de notre algorithme en utilisant quelques critères, comme le taux de fausses détections calculé à partir des fausses détections (FD) des ondes R. Ces fausses détections sont la somme des fausses détections positives (FDP) et des fausses détections négatives (FDN), les premiers représentent le nombre d'ondes R détectées par notre méthode mais non-existant en réalité dans l'enregistrement, alors que les seconds sont égales au nombre de pics R qui existent mais ne sont pas détectés par notre algorithme. Nous pouvons noter à partir de ce tableau que les résultats de détection des ondes R sont très satisfaisants, en donnant un taux de fausses détections total égal à 0.09 % (parmi les 33539 battements des quinze enregistrements, il y a que 29 fausses détections). Autrement dit, notre algorithme basé sur les ondelettes détecte 99.91 % des ondes R de différents types et malgré la présence des perturbations et des anomalies dans les signaux.

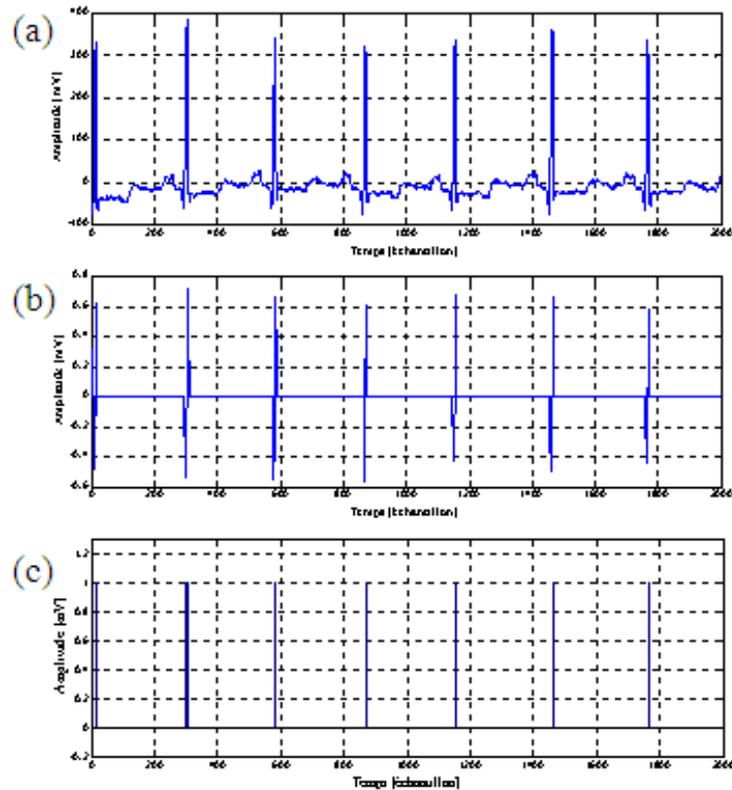
Dans les figures 3.8 à 3.11, nous exposons quelques exemples d'enregistrements d'une durée de 2000 échantillons (soit 5.56 secondes) de la base de données MIT (les enregistrements 100,122, 220 et 234), où, malgré la présence d'ondes anormales, d'arythmies, des déviations de la ligne de base et des bruits de variation rapide, la détection des ondes R est parfaite (avec un taux de fausse détection égal à 0 %) et très exacte (la localisation des pics est identique à la vraie position des ondes R des différents enregistrements).

TABLEAU 3.1  
RESULTATS DE DETECTION DE NOTRE ALGORITHME

Enregistrements	Nombre de Battements	Fausse Détections Positives	Fausse Détections Négatives	Fausse Détections (battements)	Taux de Fausse Détections (%)
100	2273	0	0	0	0
101	1865	0	1	1	0.05
102	2187	0	2	2	0.09
103	2084	0	0	0	0
112	2539	5	0	5	0.20
113	1795	0	2	2	0.11
115	1953	0	0	0	0
118	2275	0	0	0	0
122	2476	0	0	0	0
123	1518	0	3	3	0.20
215	3363	0	2	2	0.06
219	2154	0	7	7	0.32
220	2048	0	0	0	0
230	2256	7	0	7	0.31
234	2753	0	0	0	0
Nombre Total	33539	12	17	29	0.09

Dans la figure 3.8, nous avons proposé un exemple d'un intervalle de l'enregistrement 100 de la base de données contenant sept battements cardiaques, dont les complexes QRS sont d'origine sinusale normale. Nous remarquons que les sept couples d'extrema, résultant de l'application d'un seuillage de la TODy du signal ECG, localisent parfaitement les sept complexes QRS par les limites en temps inférieures et supérieures et cela sans l'existence de couples redondants (c'est-à-dire le seuillage élimine tous les extrema d'autres types d'ondes du signal). Dans la figure 3.8.c, le marquage de changement de direction détecte exactement, la localisation de chaque pic R.

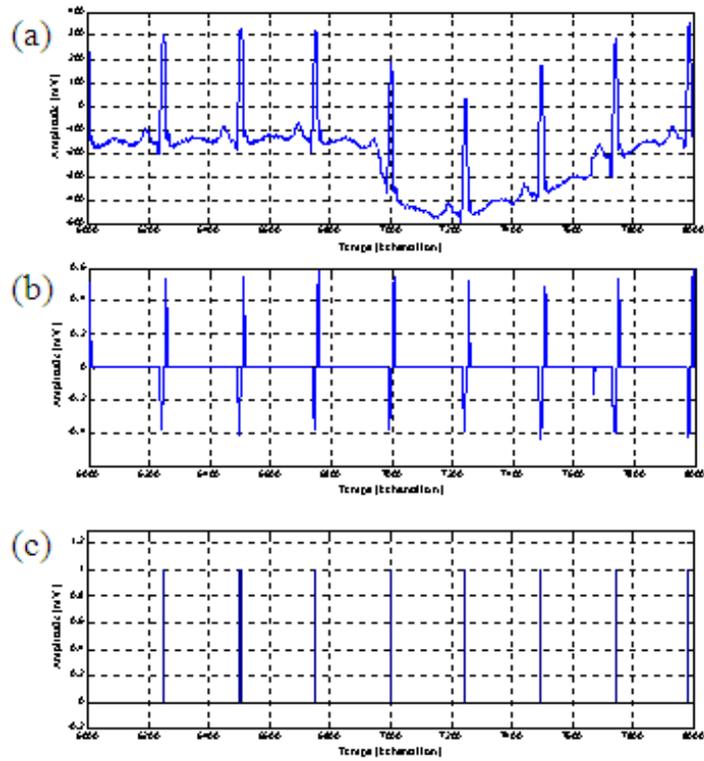
Pour la figure 3.9, nous exposons le cas d'un signal ayant des déviations très apparentes de la ligne de base de l'enregistrement 122 de la base de données MIT. Nous pouvons facilement, remarquer que l'amplitude de la cinquième onde R est presque égale à celles des ondes P et T des premiers battements. Mais, malgré cette déflexion, le seuillage adaptatif appliqué donne des couples d'extrema ne représentant que les vrais complexes QRS. Cela est dû au filtrage du signal dans l'étape de prétraitement où nous réduisons les déviations de la ligne de bases qui peuvent fausser la détection.



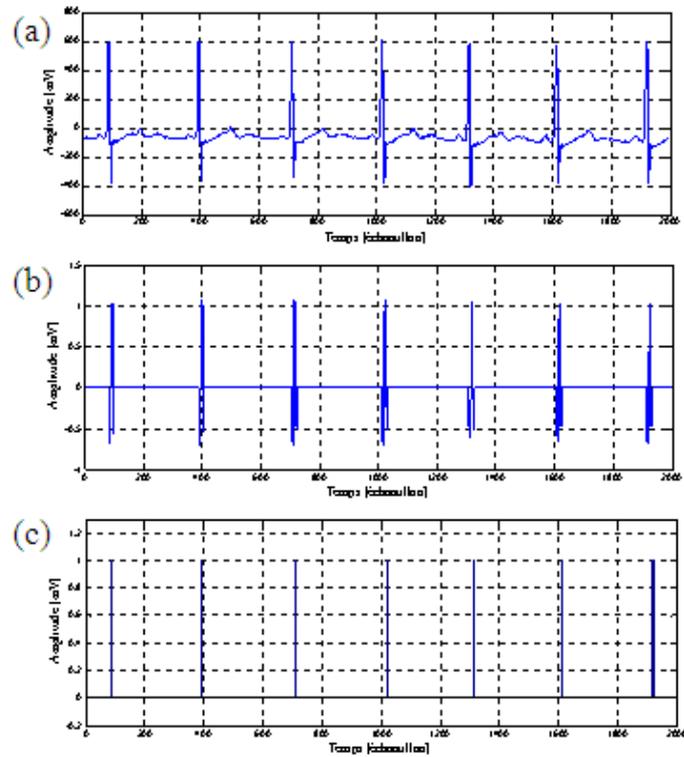
**Figure 3.8.** Détection des ondes R de l'enregistrement 100 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.

Nous remarquons, aussi, la présence d'un minimum détecté par le seuillage entre les deux avant derniers couples d'extrema, mais éliminé dans l'étape qui suit en ne laissant que le minimum le plus proche à un maximum. A la fin, les neuf ondes R sont localisées avec une grande précision dans la figure 3.9.c.

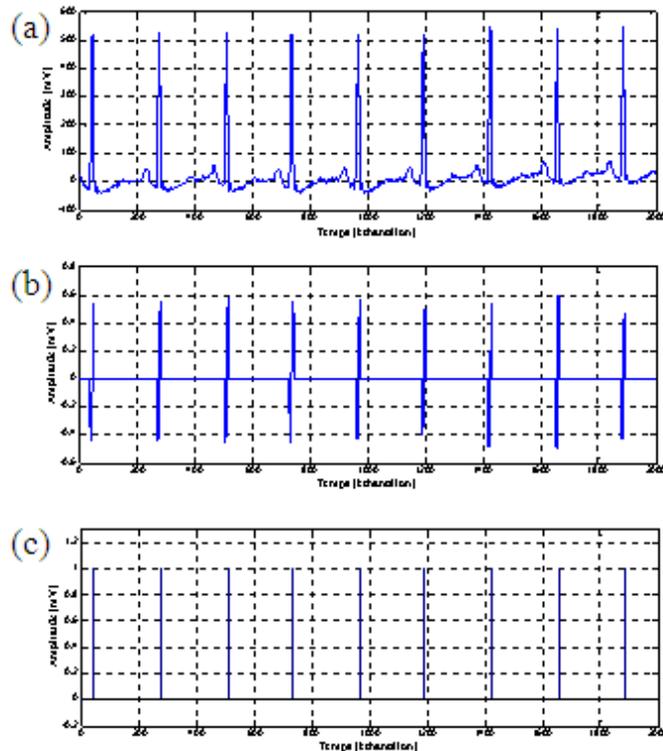
Dans la figure 3.10, nous présentons quelques complexes QRS de l'enregistrement 220 de la base de données ayant des amplitudes des ondes S assez grandes. Ces ondes S ont des amplitudes des minima de la TODy très proches de celles des ondes R, ce qui peut fausser la détection. Mais notre algorithme réussit à enlever tous les minima résultant des ondes S par la règle du plus proche minimum à un maximum constituent ensemble un couple d'extrema représentant l'onde R et non pas une autre onde. La figure 3.10 (c) confirme la précision de la localisation des sept ondes R du segment choisi de l'enregistrement.



**Figure 3.9.** Détection des ondes R de l'enregistrement 122 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.



**Figure 3.10.** Détection des ondes R de l'enregistrement 220 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.



**Figure 3.11.** Détection des ondes R de l'enregistrement 234 de la base de données MIT: (a) le signal ECG, (b) les couples de minima négatifs-maxima positifs calculés par la TODy et (c) les localisations des pics R par le marquage du changement de direction.

Pour l'enregistrement 234 (Figure 3.11) comme pour le cas de l'enregistrement 100, nous sommes en présence de complexes QRS d'origine sinusale normale. La détection des ondes R est alors, très précise car il n'y a pas de couples d'extrema redondants ou d'ondes R isolées (le signal ne présente, en général, que des périodes RR constantes).

### 3.6. Comparaison des performances

Nos résultats de détection sont comparés avec ceux de la littérature pour mieux positionner notre algorithme avec d'autres récentes méthodes de la détection des ondes R du signal ECG. Le choix des articles pour faire la comparaison était basé sur la nouveauté des méthodes utilisées et leurs similitudes avec notre algorithme basé sur les transformées en ondelettes. La première méthode de Yeh *et al.* [32] basée sur un opérateur de différence pour détecter les complexes QRS, elle est similaire à notre méthode dans le sens de localiser le complexe QRS entre deux extrema (négatif et positif) résultant de l'application de l'opérateur de différence à un pic. Nous avons comparé nos résultats, aussi, avec une deuxième procédure d'Adnane *et al.* [35] basée sur la différentiation du carré d'un signal ECG normalisé, qui utilise le même principe que la première méthode, où la localisation des pics s'effectue par la différentiation du carré des complexes QRS.

Nous avons choisi les critères suivant pour comparer les résultats de détection:

- i. Le taux de fausses détections qui est le résultat de la somme des taux des fausses détections positives et des fausses détections négatives.
- ii. Le taux de vraies détections qui est égal au pourcentage du nombre de battements et les fausses détections (la somme des FDP et FDN).
- iii. La sensibilité ( $S_e$ ) qui représente la capacité de la méthode à détecter les vrais battements, et elle est calculée par:

$$S_e = \frac{VDP}{VDP+FDP} \times 100\% \quad (3.8)$$

Où:  $VDP$  sont les vraies détections positives ou le nombre de battements correctement détectés.

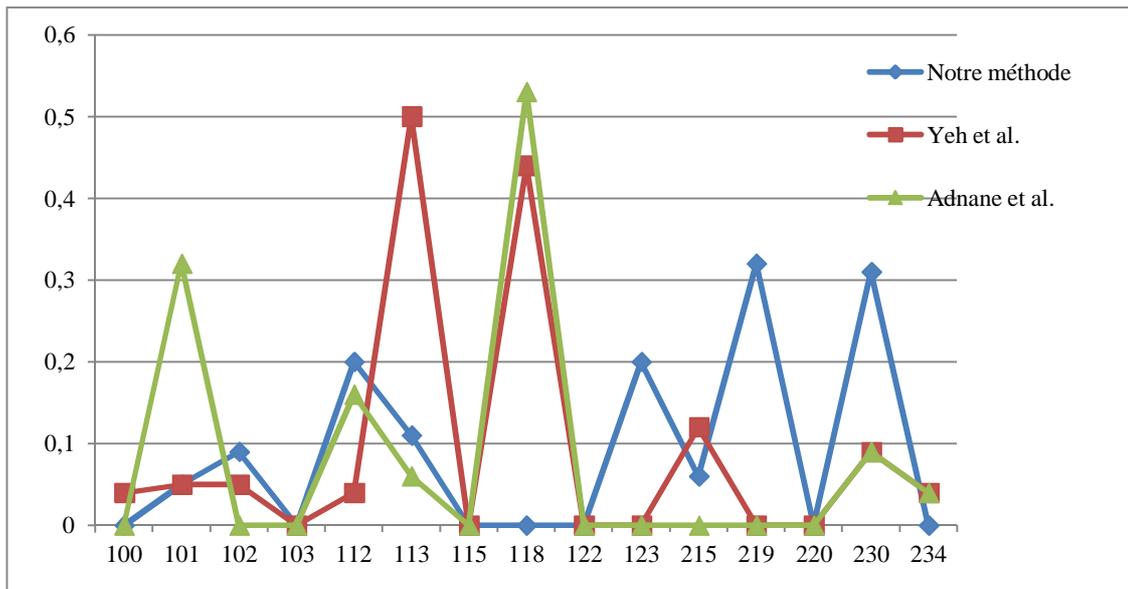
- iv. La prédictivité positive ( $P_+$ ); qui est définie par la capacité de la procédure à distinguer les faux battements des vrais:

$$P_+ = \frac{VDP}{VDP+FDP} \times 100\% \quad (3.9)$$

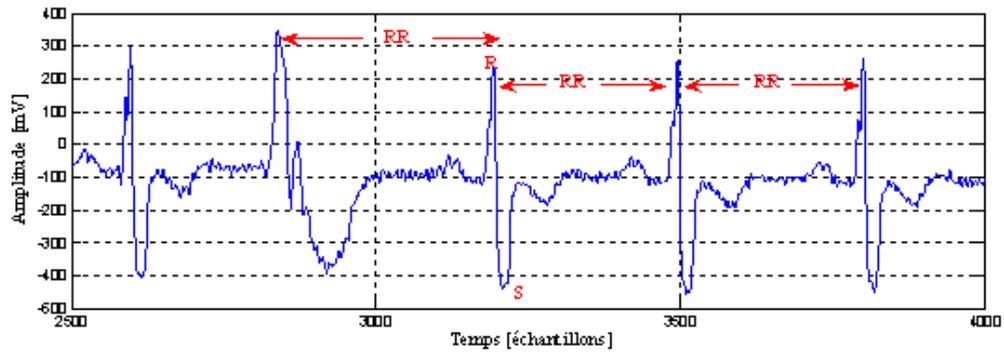
- v. Le taux d'erreur de la détection ( $E_d$ ):

$$E_d = \frac{FDP+FDP}{VDP+FDP} \times 100\% \quad (3.10)$$

La figure 3.12 compare les différents taux de fausses détections de notre méthode basée sur les transformées en ondelettes et les deux autres méthodes de Yeh *et al.* et Adnane *et al.*, basées sur l'opérateur de différence pour localiser les complexes QRS. Nous comparons les taux de FD des quinze enregistrements de la base de données MIT et nous tirons les remarques suivantes:



**Figure 3.12.** Comparaison des pourcentages de fausses détections des différentes méthodes.



**Figure 3.13.** Enregistrement 118 de la base de données MIT, la deuxième onde est une contraction ventriculaire prématurée et les quatre autres ondes sont des blocs complets de la branche droite.

TABLEAU 3.2

COMPARAISON DES RESULTATS AVEC D'AUTRES METHODES

Algorithme de Détection	Nombre				$S_e$ (%)	$P_+$ (%)	$E_d$ (%)	Fausses Détections (%)	Précision de la Détection (%)
	Total de Battements	VDP	FDP	FDN					
Notre Algorithme	33539	33510	12	17	99.95	99.96	0.086	0.09	99.91
Yeh <i>et al.</i> [32]	33539	33509	22	8	99.98	99.93	0.087	0.09	99.91
Adnane <i>et al.</i> [35]	33539	33513	23	3	99.99	99.93	0.078	0.08	99.92

- i. Nos taux de FD ne dépassent pas les 0.32 %, alors que pour les deux autres méthodes et pour quelques enregistrements, les pourcentages des FD dépassent les 0.40 % et même les 0.50 %. Ce qui signifie que notre algorithme est très stable parce que la majorité de nos taux de fausses détections sont très proches de zéro pourcent.
- ii. Si nous comparons nos taux de FD avec ceux des deux autres méthodes pour chaque enregistrement séparément, nous remarquons qu'en général, nos FD ont les plus petites valeurs ou, au pire, les deuxièmes plus petites valeurs parmi les trois taux dans chaque enregistrement.
- iii. Par exemple, dans l'enregistrement 118 de la base de données (enregistré en utilisant la dérivation V1), Yeh *et al.* réalisent 10 fausses détections et Adnane *et al.* 18 fausses détections, cependant, nous réalisons 100 % de taux de vraies détections. Ceci, malgré la présence de divers types d'anomalie dans cet enregistrement, comme le bloc complet de la branche droite qui se caractérise, pour ce genre de dérivation (V1), par une très grande onde S qui a une amplitude presque égale à celle de l'onde R, où un détecteur automatique

Développement de Techniques Utilisant les Ondelettes pour l'Analyse, la Classification et le Traitement du Signal ECG peut confondre entre les deux ondes. Cet enregistrement est caractérisé aussi par la présence de plusieurs types de contractions ventriculaires prématurées, où de larges complexes QRS et une variabilité dans la période cardiaque (RR) qui peuvent fausser la détection (Figure 3.13).

Dans le tableau 3.2, nous exposons les résultats de notre méthode comparés avec ceux des deux méthodes, où nous avons choisi quelques critères pour effectuer la comparaison et nous remarquons que:

- i. Nos précisions de la détection sont très proches et voisine 100 %, ce qui signifie que notre méthode donne d'excellents résultats de détection et cela quelque soit le type de l'enregistrement.
- ii. La différence entre la sensibilité de notre méthode (99.95 %) et les deux méthodes ne dépasse pas 0.04 %, cette différence est due à l'écart entre nos fausses détections négatives (17 FDN) et les FDN des autres procédures. Ceci, indique que notre méthode localise moins de vrais complexes QRS que les autres.
- iii. Notre algorithme réalise le plus grand pourcentage de prédictivité positive en le comparant avec ceux de la littérature. Une prédictivité élevée signifie que notre méthode basée sur les ondelettes a une capacité énorme pour distinguer entre les faux battements des vrais.
- iv. Le taux d'erreur de détection est un des principaux critères d'évaluation de résultats de détection, les pourcentages pour nos trois méthodes sont presque égaux à zéro. Donc, nous réalisons une bonne précision de détection.

## 5.7. Discussions

Après l'évaluation de notre méthode en la comparant avec des méthodes similaires dans leur localisation des complexes QRS en termes de précision de la détection. Maintenant, nous évaluons notre procédure en la comparant avec d'autres méthodes dans la littérature de détection des ondes R, et nous remarquons les points suivants:

- i. Notre méthode est très efficace dans sa précision de localisation des pics R, si nous la comparons avec celle de Li *et al.* [3] basée sur la transformée en ondelettes qui définit une onde R par l'intersection avec la ligne isoélectrique de la TODy entre les deux extrema. Cela est faisable dans les cas où il n'y a pas de déformations dans la ligne de base, autrement, il y aura un décalage de la localisation des vrais pics.
- ii. La rapidité d'exécution de notre méthode en comparaison avec la même méthode [3] qui utilise plusieurs échelles de la transformée en ondelettes, cependant, pour notre algorithme, nous n'utilisons qu'une seule échelle de la TODy. En plus, nous utilisons

Développement de Techniques Utilisant les Ondelettes pour l'Analyse, la Classification et le Traitement du Signal ECG  
deux types de seuils (positif et négatif) pour augmenter la précision de détection, au lieu d'un seul seuil calculé par Li *et al.* pour les deux extrema (positif et négatif).

- iii. Notre méthode est très rapide par rapport aux méthodes basées sur les réseaux de neurones comme l'algorithme utilisé par Xue *et al.* [2] qui prend un temps énorme lors de la phase d'apprentissage.
- iv. Analyse de complexité des calculs; elle est utilisée pour estimer les performances de notre algorithme comparées à ceux de Yeh *et al.* et Adnane *et al.* qui utilisent l'opérateur de différence pour effectuer la détection et à celui de Xue *et al.* basé sur les réseaux de neurones. La complexité de calcul est évaluée principalement en termes de multiplications et nombre d'étapes d'itérations pour implémenter un algorithme. Donc, pour réduire le nombre de complexité, on doit réduire le nombre de multiplications et d'itérations. Le nombre de complexité de notre méthode est calculé sur deux étapes, la première est la localisation des complexes QRS par la TODy, et la deuxième est la détection des ondes R par le marquage de changement de direction qui s'effectue par le calcul de la TOD. Si  $N$  est le nombre d'échantillons, notre complexité de calcul sera égale à  $O(N)$ . L'algorithme d'Adnane a une complexité de calcul égale à  $O(N)$  qui est due aux opérations effectuées pour faire la normalisation, le carré et la différence des échantillons du signal. Cependant, Yeh applique un filtrage basses-fréquences au début de sa procédure en calculant le spectre du signal par une transformée de Fourier rapide, ce qui résulte par une complexité de calcul égale  $O(N \log_2 N)$ . Enfin, la complexité de calcul des algorithmes utilisant les réseaux de neurones comme celui de Xue est égale à  $O(N^3)$  (selon [53]). Nous pouvons conclure alors, que notre algorithme est le plus rapide entre toutes les méthodes étudiées précédemment.

## **CHAPITRE IV**

### **COMPRESSION DU SIGNAL ELECTROCARDIOGRAMME**

Dans ce chapitre, nous présentons une illustration d'une nouvelle méthode de compression du signal ECG, où nous allons utiliser une double réduction de dimension par le calcul des axes principaux des données cardiaques, puis nous les transformons par la transformée en cosinus discrète. La taille des données comprimées sera très réduite et le signal reconstitué aura une allure presque identique au tracé original.

#### 4.1. Introduction

La compression du signal électrocardiogramme est essentielle pour pouvoir stocker l'information cardiaque des différents patients. Elle a pour rôle de réduire la taille des enregistrements de longue durée à diverses dérivations afin de construire des bases de données de patients, de transmettre les rapports médicaux, etc. Mais comme les informations médicales, et en particulier les données électro-cardiographiques, doivent être très précises, on doit réaliser un compromis entre un bon taux de réduction de données et une très bonne qualité de reconstruction du signal.

Les efforts des chercheurs étaient, donc, concentrés sur la mise au point de techniques efficaces pour la compression du signal ECG. Ces techniques ont été classées en trois catégories [54,55]:

- i. Les techniques directes où les échantillons du signal sont directement manipulés pour effectuer la compression. Parmi les exemples utilisant ces techniques, on mentionne l'algorithme présenté dans [56] basé sur le calcul de quelques paramètres statistiques pour définir un seuil variable de codage des amplitudes. Dans [57] on a proposé une technique combinant entre l'algorithme de codage des amplitudes et la méthode appelée point tournant.
- ii. Les méthodes utilisant des transformations dont les échantillons originaux subissent une transformation linéaire et puis la compression s'effectue dans le nouveau domaine. On peut citer la méthode de [6] basée sur une description de Fourier pour comprimer le signal en le segmentant en deux types de couples de complexes QRS et d'intervalles SQ et puis en calculant la transformée de Fourier de ces couples. Les auteurs de [5] ont utilisé la transformée de Karhunen-Loeve pour réduire la dimension. Il existe aussi, plusieurs recherches basées sur les ondelettes pour comprimer le signal ECG, comme celle de [4] qui est basée sur les ondelettes et la transformée par paquets d'ondelettes pour coder le signal. Le codage des durées en temps de l'ECG est aussi, proposé par [58]. Les auteurs de [59] ont effectué la compression par une prédiction linéaire des parties résiduelles des coefficients en ondelettes. Un seuillage utilisant les transformées en ondelettes afin de réaliser une compression en temps réel a été proposé par [60].
- iii. Les méthodes d'extraction de paramètres où une procédure est appliquée afin d'extraire quelques paramètres caractérisant le signal comme les amplitudes des ondes et leurs durée, la décomposition en composantes spectrales, la décomposition en sous-bandes, etc. Ces paramètres vont être utilisés lors de l'étape de la reconstitution. Dans [61] une

segmentation puis une synthèse des ondes P, Q, R, S et T sont effectuées pour réduire la dimension du signal.

Dans notre algorithme, nous avons combiné les deux derniers types de méthodes pour réduire le nombre de données, par la segmentation du signal ECG en périodes RR puis l'application de la transformée en cosinus discrète aux premières composantes principales des périodes normalisées. L'extraction des périodes RR s'effectue, en premier lieu, en détectant les ondes R par notre méthode basée sur les ondelettes (chapitre 3), puis ces périodes sont normalisées afin de pouvoir calculer leurs composantes principales, dont nous avons appliqué la transformée en cosinus discrète. Ce qui réduit doublement la dimension des données de l'ECG [62].

L'analyse en composantes principales a été utilisée dans la littérature par [63] pour améliorer la qualité du signal électrocardiogramme. Elle est appliquée aussi par [64] pour détecter puis classifier les battements du signal (comme normaux ou anormaux (contractions prématurées, blocs complet de la branche)). Les transformées sinusales discrètes ont été utilisées pour la réduction de dimension [56] par une optimisation des quantifications des coefficients de la transformée en cosinus discrète. Il existe aussi des méthodes d'analyse en composantes robustes très sensibles à éliminer les points isolés, comme l'approche de Ruiz-Gazen [68], qui remplace la matrice de covariance par sa variante robuste en calculant une matrice local de variances dans le sens d'accentuer la contribution des observations proches auditèrent des observations isolées. [69] réalise des composantes principales robustes par une recherche itérative des maxima locaux qui vont substituer les anciens composantes. Dans [70], les auteurs exposent le modèle probabiliste proposé par Archambeau (2006) et Fang (2008). La méthode robuste proposée dans [69], combine entre une projection et une estimation robuste de la matrice de covariance.

## **4.2. Compression du signal électrocardiogramme**

### **4.2.1. Construction de la matrice de données ECG**

La détermination des différentes amplitudes des ondes R et leurs localisations, permet une détermination des périodes cardiaques RR du signal. Ces périodes sont d'une durée variable mais qui ne dépasse pas, dans le cas d'un rythme normale, une seconde. La figure 4.1.a représente 34 battements de l'enregistrement 200 de la base de données MIT. Pour construire la matrice de données ECG, nous procédons à la segmentation du signal afin d'extraire les périodes RR, après la détection des différentes ondes R par notre méthode basée sur les ondelettes. Une matrice de données doit avoir la même largeur, il faut donc, normaliser les périodes RR. La normalisation s'effectue par l'ajout de zéros à la fin des périodes qui ont une durée inférieure à la durée maximale des périodes. Pour notre exemple de l'enregistrement 200, la période maximale a une

durée égale à 856 ms (308 échantillons), cette durée sera la même pour toutes les 33 autres périodes (Figure 4.1.b).

$$X = (X^1(M)X^2(M) \dots X^p(M))^T \quad (4.1)$$

$\{X^i(M) | i = 1, \dots, p\}$  sont les lignes de la matrice appelées périodes normalisées et  $M$  c'est la durée des périodes normalisées. Pour l'exemple de l'enregistrement 200 où  $M = 308$ .

Ces périodes normalisées sont calculées comme suit:

$$X(M) = Y(M) - \mu \quad (4.2)$$

où:

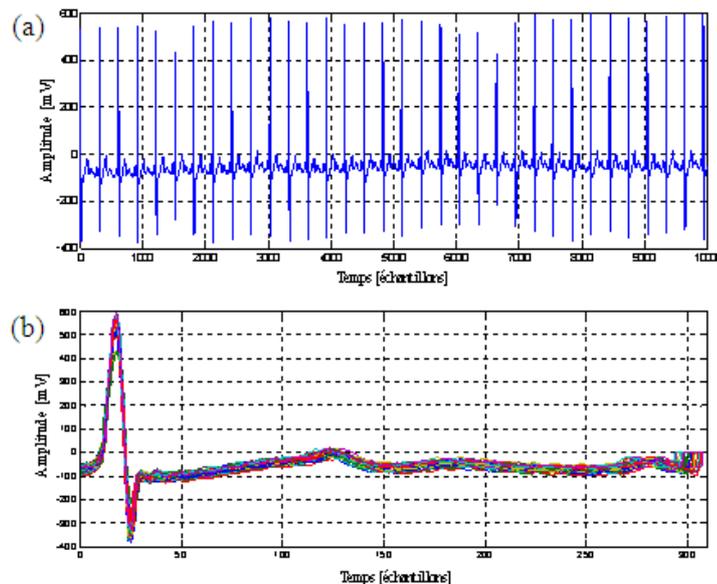
$$\mu = \text{moyenne}\{Y^i(M)\} \quad (4.3)$$

$$Y^i(M) = \text{concat}\{\text{RR}^i(m_i), \text{zeros}(M - m_i)\} \quad (4.4)$$

Les périodes normalisées sont, alors, construites en centrant les périodes RR autour de la moyenne de tous les vecteurs  $\mu$  et puis, une concaténation avec des vecteurs de zéros est effectuée à leurs fins, la dimension des ces vecteurs de zéros est égale à la dimension de la période RR maximale  $M$  moins la dimension de la période à normaliser  $m_i$ .

#### 4.2.2. Composantes principales des périodes normalisées

Nous avons vu dans le paragraphe 2.3.1, que la méthode des composantes principales est applicable à tout ensemble de variables corrélées. Et nous pouvons facilement remarquer que les vecteurs normalisés  $X$  sont très corrélés. L'équation (4.5) représente la matrice de corrélation des huit premières périodes de l'enregistrement 220, nous remarquons que les périodes sont très corrélées (les coefficients de corrélation sont tous supérieurs à 0.92):



**Figure 4.1.** (a) 28 secondes de l'enregistrement 220 de la base de données MIT avec des périodes RR variables et (b) normalisation des 34 périodes à une durée égale à 856 ms.

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.99 & 0.95 & 0.99 & 0.98 & 0.97 & 0.92 & 0.96 \\ 0.99 & 1 & 0.97 & 0.99 & 0.98 & 0.98 & 0.95 & 0.98 \\ 0.95 & 0.97 & 1 & 0.97 & 0.97 & 0.97 & 0.99 & 0.98 \\ 0.99 & 0.99 & 0.97 & 1 & 0.99 & 0.98 & 0.95 & 0.98 \\ 0.98 & 0.98 & 0.97 & 0.99 & 1 & 0.97 & 0.95 & 0.99 \\ 0.97 & 0.98 & 0.97 & 0.98 & 0.97 & 1 & 0.96 & 0.98 \\ 0.92 & 0.95 & 0.99 & 0.95 & 0.95 & 0.96 & 1 & 0.97 \\ 0.96 & 0.97 & 0.98 & 0.98 & 0.99 & 0.98 & 0.97 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Nous avons utilisé cette grande corrélation pour réduire la dimension des données par le calcul des composantes principales de la matrice de corrélation des périodes normalisées. Pour cela, nous calculons la matrice  $C$  qui a des colonnes égales aux vecteurs propres de la matrice  $R$ . La matrice  $C$  est transposée puis utilisée comme une matrice de rotation des vecteurs de périodes vers les axes principaux:

$$Z = C^T(p).X \quad (4.6)$$

Où  $Z$  sont les  $p$  premières composantes principales  $\{CP_i | i = 1, \dots, p\}$ .

La première composante principale  $Z_1$  est celle qui a la plus grande variance  $\lambda_1$  et la deuxième  $Z_2$  a la deuxième plus grande variance  $\lambda_2$ , et ainsi de suite.

La proportion de la variance des premières composantes principale et leurs proportions de variances cumulées des huit premières périodes de l'enregistrement 220 sont données dans le tableau 4.1. Nous remarquons que la première composante principale représente 98.27 % de données ECG, et les deux premières composantes sont équivalentes à 99.09 % de données. Cependant, nous pouvons représenter 99.91 % de données par les six premières composantes principales seulement, ce qui représente une perte d'information égale à 0.09 %.

Donc, si nous voulons réaliser de grands taux de compression du signal ECG, une grande partie de données sera perdue, et inversement, si nous voulons préserver au maximum le signal (et c'est le cas dans les signaux biomédicaux), les taux de compression seront petits. Alors, nous devons procéder à un compromis entre le taux de réduction de données et le pourcentage de données perdues.

Si, maintenant, nous calculons le pourcentage des proportions de variances cumulées des six premières composantes principales du même signal de l'enregistrement 220 parmi toutes les 2047 périodes des 30 minutes du signal (Figure 4.2). Ce pourcentage représente 99.57 % de l'information totale que contient le tracé, soit 0.43 % de données est perdu. Cette perte d'information est grande si nous prenons en compte l'importance des détails dans le signal ECG.

Des deux configurations, nous tirons les remarques suivantes :

- i. La première composante principale prédomine toutes les autres composantes avec un pourcentage qui dépasse les 95 %. Cela est dû à la grande corrélation qui existe entre les différents battements du signal.
- ii. Une dizaine de composantes principales suffit pour reconstruire le signal ECG avec une grande fidélité.

Dans le paragraphe suivant, nous allons effectuer la compression de données par la transformée en cosinus discrète de quelques composantes principales, afin d'avoir de taux de compression beaucoup plus grand.

#### 4.2.3. Transformée en cosinus discrète des composantes principales

La transformée en cosinus discrète est un outil supplémentaire de compression du signal, que nous appliquons sur un nombre prédéterminé de composantes principales. Après la réduction de données dans le sens d'éliminer un nombre important de vecteurs (le sens horizontal), nous réduisons la taille des vecteurs restant par la transformée en cosinus discrète (le sens vertical) (Figure 4.3). La réduction de dimension verticale s'effectue par le calcul de la TCD des  $p$  premières composantes principales. Nous avons utilisé la TCD d'ordre 2 définie par la projection des vecteurs principaux  $\{CP_i | i = 1, \dots, p\}$  sur les bases de fonctions cosinus  $\varphi$  (2.94). La figure 4.3 donne une schématisation de la réduction de dimension dans les deux sens.  $p$  est l'ordre des composantes principales retenues et  $S_i$  sont les seuils appliqués à chaque composante.

TABLEAU 4.1

VALEURS PROPRES ET VALEURS PROPRES CUMULEES DES HUIT PREMIERES COMPOSANTES PRINCIPALES DE L'ENREGISTREMENT 220 DE LA BASE DE DONNEES MIT

Ordre des Composantes principale	Valeurs Propres	Proportions des Valeurs Propres Cumulées	Proportion des Valeurs Propres (%)	Proportions des Valeurs Propres Cumulées (%)
1	32.35	32.35	98.27	98.27
2	0.27	32.62	0.82	99.09
3	0.13	32.75	0.39	99.48
4	0.70	33.45	0.21	99.69
5	0.04	33.49	0.13	99.82
6	0.03	33.52	0.09	99.91
7	0.02	33.54	0.06	99.97
8	0.01	33.55	0.03	100

$$TCP_i(n) = TCD_{II}\{CP_i(k)\} \quad k, n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (4.7)$$

$TCP_i$  est la transformée en cosinus discrète de type 2 de la  $i^{\text{ème}}$  composante principale.  $N$  est la dimension des composantes principales ou le nombre de périodes du signal.

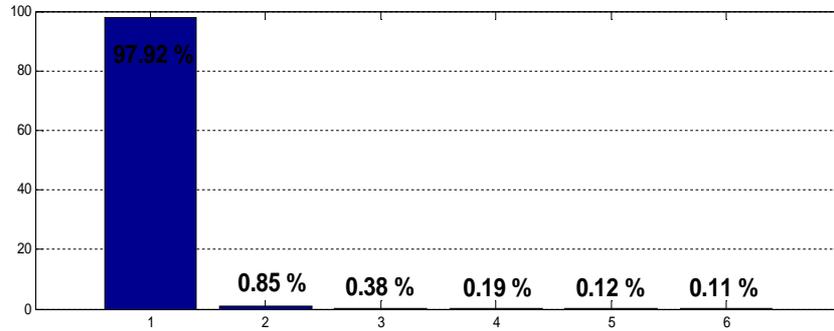


Figure 4.2. Six premières composantes principales du même intervalle de l'enregistrement 220.

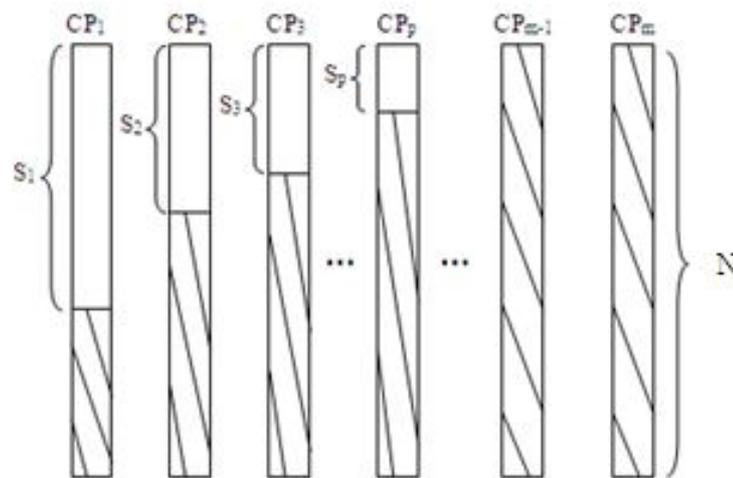


Figure 4.3. Réduction de dimension horizontale par les composantes principale et verticale par un seuillage des transformée en cosinus discrète.

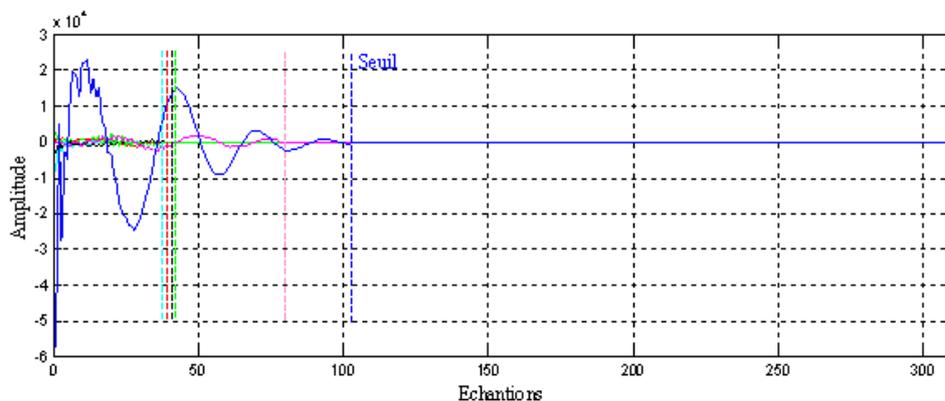


Figure 4.4. Six transformée en cosinus discrète des six premières composantes principales de l'enregistrement 220, en bleu c'est la transformée de la première composante principale dont le seuil des valeurs est le plus grand.

En se basant sur la propriété de la TCD à représenter les coefficients différents ou presque du zéro regroupés dans un certain intervalle de temps, nous définissons des seuils pour chaque transformée des composantes principales (Figure 4.4), de tel sorte que:

$$TCPS_i(n) = \begin{cases} TCP_i(n) & \text{si } n > S_i \\ 0 & \text{si } n < S_i \end{cases} \quad (4.8)$$

où  $\{TCPS_i | i = 1, \dots, p\}$  sont les transformées des  $p$  composantes principales avec seuils.

$$S_i = \theta \cdot i, \quad i = 1, \dots, p \quad (4.9)$$

$\theta$  est un coefficient de pondération qui est proportionnel au pourcentage de proportion de la variance choisie.

Nous pouvons remarquer de la figure 4.3 que la valeur du seuil la plus grande est celle de la première composante principale, en suite les valeurs diminuent si l'ordre des composantes augmente.

Les données résultantes de cette procédure sont stockées avec une réduction de dimension, elles sont constituées des  $p$  vecteurs  $\{TCPS_i | i = 1, \dots, p\}$  qui ont des dimensions variables  $S_i$ , la matrice inverse des  $p$  vecteurs propres de dimension  $n$  pour reconstruire les périodes RR du signal, les dimensions de ces dernières sont aussi stockées pour redonner les vraies dimensions aux périodes normalisées.

### 4.3. Reconstruction du signal électrocardiogramme

Dans le bloc de reconstitution du signal ECG, nous combinons les différentes données collectées lors de la précédente étape de telle sorte à bien redimensionner les périodes RR et puis nous effectuons une concaténation parfaite pour ne pas avoir des distorsions aux points de rattachements, l'existence de ce genre de distorsions augmente beaucoup l'erreur de reconstruction à la fin.

La procédure de décompression démarre par le calcul des transformées en cosinus inverses de type 2 (par les bases de l'équation (2.98)) des  $TCPS_i$  pour récupérer les  $p$  composantes principales  $CP_i$ :

$$CP_i(k) = TCDI_{II}^{-1}\{TCPS_i(n)\} \quad k, n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (4.10)$$

Une fois les composantes principales sont récupérées, nous les multiplions par la matrice inverse des  $p$  vecteurs propres  $C^{-1}$ , nous aurons comme résultats les périodes RR normalisées reconstruites:

$$RR_N^i = C^{-1}CP_i \quad (4.11)$$

Une fois toutes les périodes normalisées sont récupérées, nous procédons au redimensionnement de ces dernières afin de récupérer les dimensions originales des périodes RR, qui sont le résultat d'une concaténation une après l'autre jusqu'à avoir reconstruit le signal ECG (Figure 4.5).

#### 4.4. Critère de performances

Le critère de mesure des performances de la compression le plus simple est l'erreur de compression, définie comme la différence entre le signal original  $ECG$  et le signal reconstruit  $ECG_{rec}$ :

$$e(k) = ECG(k) - ECG_{rec}(k) \quad k = 1, \dots, L \quad (4.12)$$

où  $L$  est le nombre d'échantillons du signal.

On peut visualiser l'efficacité d'une méthode de compression dans un tracé affichant les différents échantillons du signal original, le signal reconstruit et l'erreur de compression, où l'erreur doit avoir des amplitudes très petites comparativement avec le signal original.

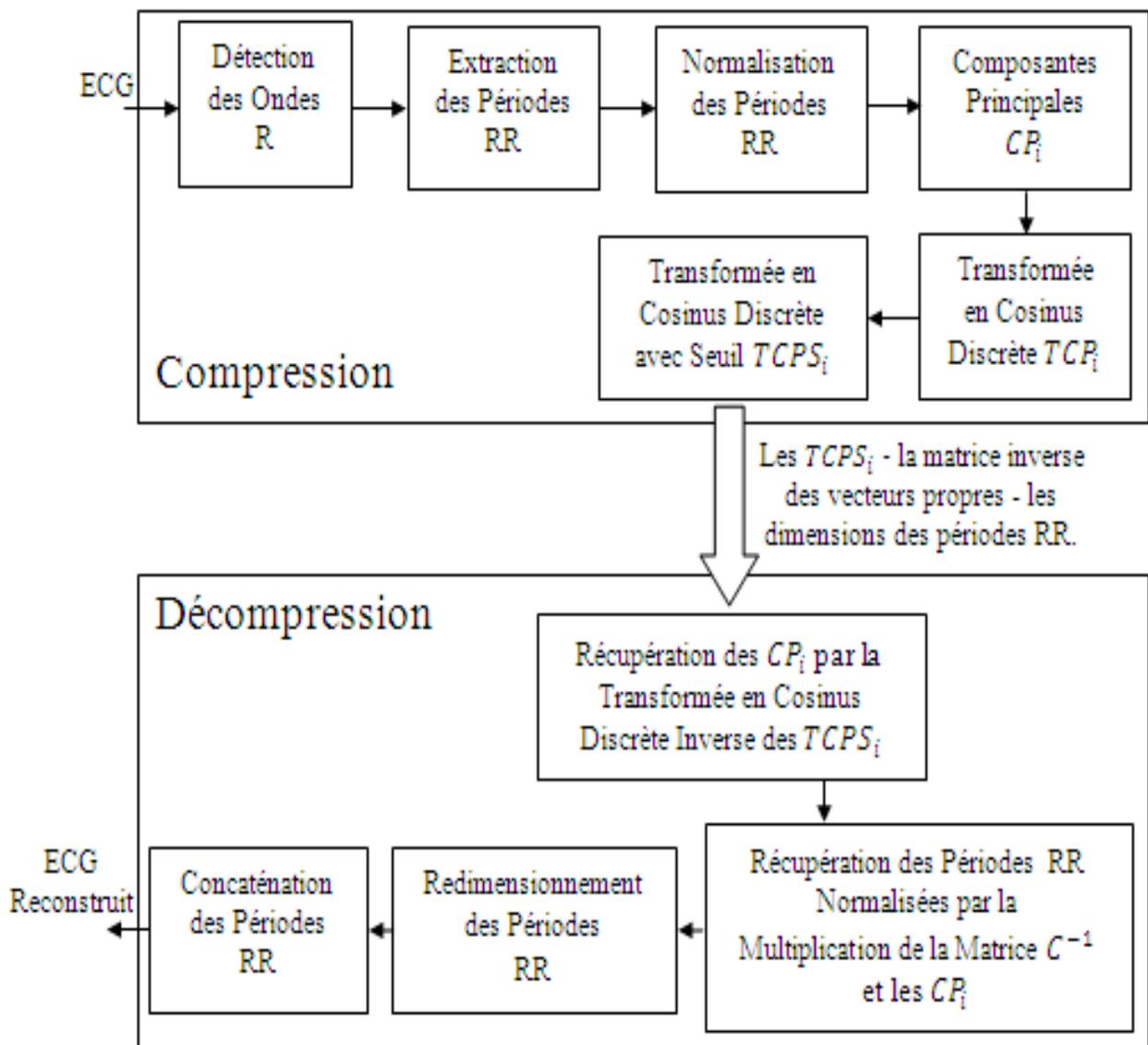


Figure 4.5. Diagramme bloc du compresseur-décompresseur.

L'erreur standard (ES) est aussi utilisée pour comparer les résultats de compression du signal ECG, elle est définie par [69]:

$$ES = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^L (e(k) - \mu_e)^2}{L-1}} \times 100\% \quad (4.13)$$

Un autre critère très important pour vérifier les performances d'un algorithme est le pourcentage des différences de la moyenne quadratique (percentage root-mean square difference (PRD)), il est définie par:

$$PRD = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^L (ECG(k) - ECG_{rec}(k))^2}{\sum_{k=1}^L (ECG(k))^2}} \times 100\% \quad (4.14)$$

Ce paramètre est utilisé pour mesurer la qualité du signal reconstruit, mais comme il dépend beaucoup de la moyenne du signal original, il masque les performances réelles d'un algorithme. Alors si on veut utiliser le PRD pour juger l'efficacité d'une méthode, il faut, en premier lieu, éliminer les distorsions de la ligne de base. Une autre définition de ce paramètre vient pour éviter ce problème, appelée le PRD1 [70]:

$$PRD1 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^L (ECG(k) - ECG_{rec}(k))^2}{\sum_{k=1}^L (ECG(k) - \overline{ECG})^2}} \times 100\% \quad (4.15)$$

où  $\overline{ECG}$  est la moyenne du signal original.

Alors, le principe de la compression de l'ECG est d'augmenter le taux de compression (compression ratio (CR)) mais pas au détriment de la qualité du signal reconstruit, autrement dit, l'amélioration de la qualité doit toujours être analysée ensemble avec le paramètre de compression:

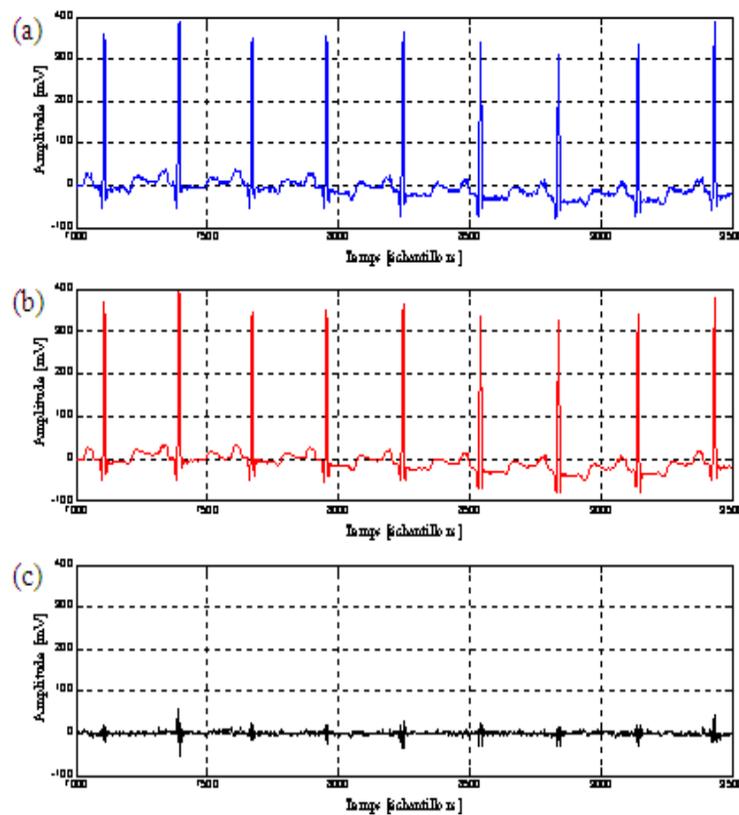
$$CR = \frac{\text{Nombre de bits du signal original}}{\text{Nombre de bits du signal reconstruit}} \quad (4.16)$$

#### 4.5. Résultats de la compression

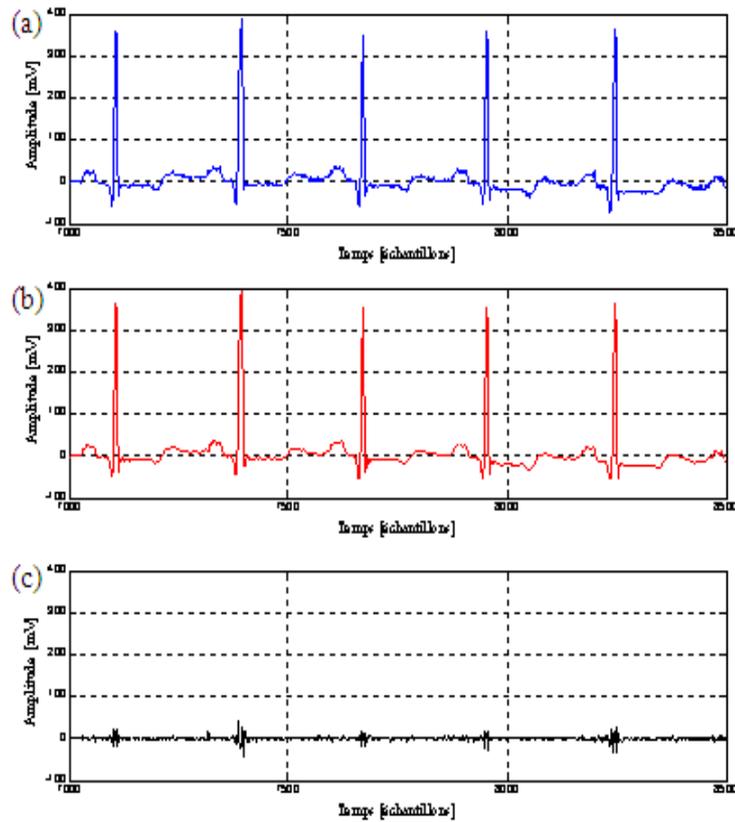
Nous avons appliqué notre méthode de compression du signal électrocardiogramme basée sur les composantes principales et la transformée en cosinus discrète sur quelques enregistrements de la base de données MIT, pour mieux vérifier ses performances et sa capacité à compresser le signal puis le reconstituer. Pour cela, nous calculons l'erreur de compression des quatre enregistrements de trente minutes de la base de données (100, 103, 115 et 220), ces enregistrements ont été choisis à cause de leurs bonnes performances lors de l'étape de détection (100 % de bonnes détections). Les figures 4.6 à 4.9 représente le signal ECG, le signal reconstruit à la phase de décompression et l'erreur de compression calculée par (4.12) des enregistrements 100 et 220 aux ordres 6 et 24 des composantes principales. Nous pouvons remarquer de ces figures que:

- i. Malgré les différents types d'ondes du tracé, le signal reconstitué est quasi-identique à l'original.
- ii. Les amplitudes de l'erreur de compression sont très petites en les comparant avec celles du signal original.
- iii. Les amplitudes de l'erreur aux échantillons voisins des pics R du signal sont un peu plus grandes que celles des autres échantillons. Cela est dû à la concaténation des périodes RR, mais ça n'influe pas sur la forme des complexes QRS.
- iv. L'erreur des deux enregistrements est plus petite à l'ordre 24 des composantes principales en comparaison avec l'ordre 6, parce que plus nous utilisons de composantes principales plus nous préservons les détails caractérisant le signal.

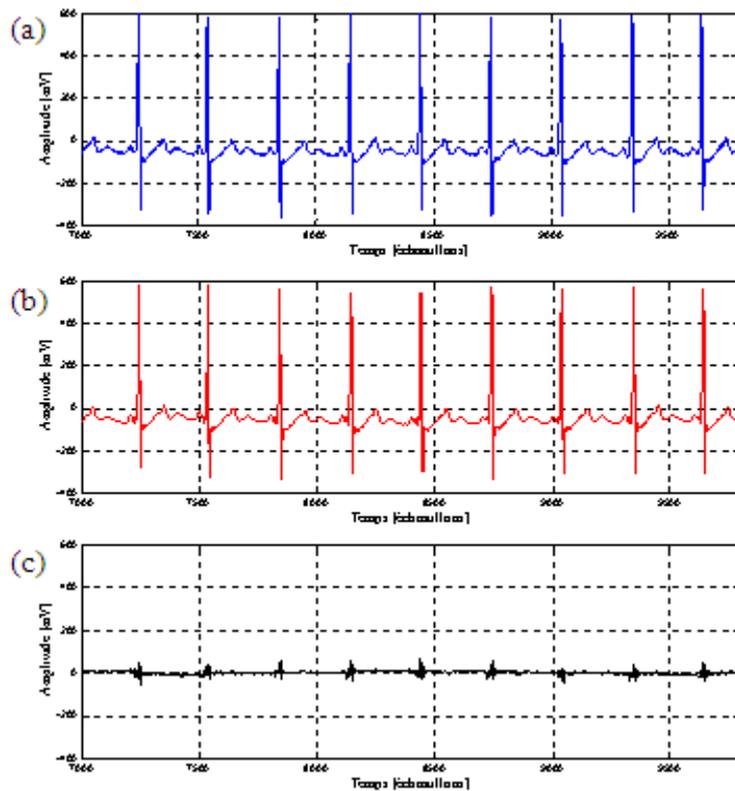
En plus de l'erreur de compression, le PRD et le PRD1 sont les deux critères que nous avons utilisés pour vérifier les performances de la compression des quatre enregistrements 100, 103, 115 et 220, parallèlement avec les taux de compression.



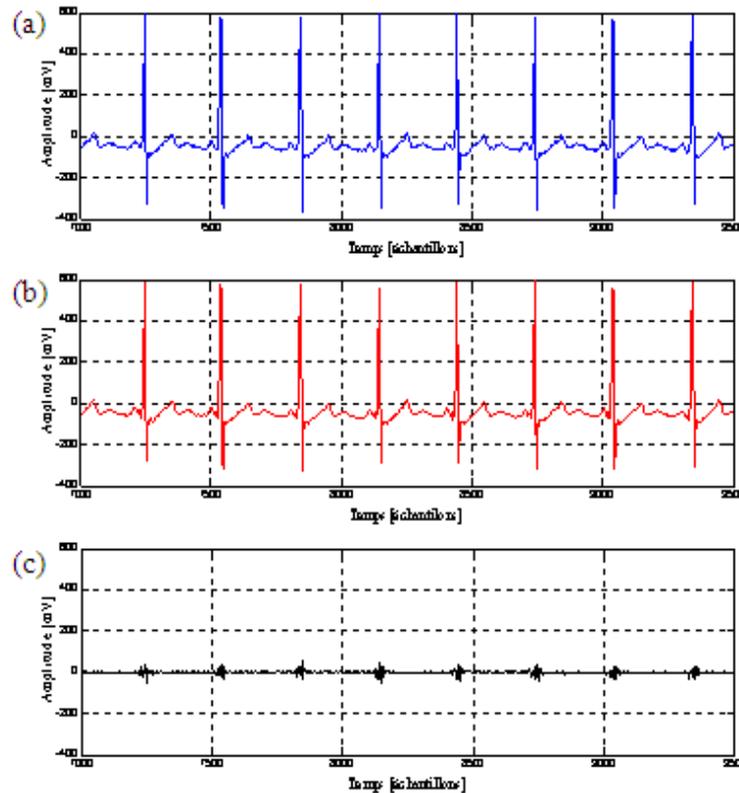
**Figure 4.6.** Compression de l'enregistrement 100 de la base de données MIT à l'ordre 6 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.



**Figure 4.7.** Compression de l'enregistrement 100 de la base de données MIT à l'ordre 24 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.



**Figure 4.8.** Compression de l'enregistrement 220 de la base de données MIT à l'ordre 6 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.



**Figure 4.9.** Compression de l'enregistrement 220 de la base de données MIT à l'ordre 24 des composantes principales: (a) le signal original, (b) le signal reconstitué et (c) l'erreur de compression.

Le tableau 4.2 donne les différentes valeurs du PRD, du PRD1 et du taux de compression (CR), des quatre enregistrements d'une durée de trente minutes chacun à quatre ordres de composantes principales (6, 12, 18 et 24). Après la détection des ondes R du signal, la procédure de compression pour les enregistrements de 30 minutes, s'exécute en un temps moyen égal à 1250 secondes (20 minutes environ). Du tableau 4.2, nous remarquons que le taux de compression dépasse pour tous les enregistrements à l'ordre 6 des composantes principales la valeur 21 (ce qui représente plus d'un cinquième de réduction par rapport à l'espace original), cependant, le signal reconstruit présente des distorsions considérables mais acceptables (des valeurs de PRD1 entre 14.15 % et 21.33 %). Le taux de compression est égal à environ 6 pour l'ordre 24 des composantes principales, à cet ordre les distorsions diminuent énormément (des valeurs de PRD1 entre 9.28 % et 15.28 %). Nous pouvons remarquer aussi, qu'après l'ordre 12, malgré l'augmentation du nombre des composantes principales, les valeurs des PRD1 se stabilisent et les taux de compression diminuent considérablement. Donc, après un certain ordre des composantes principales, il ne sera pas nécessaire d'augmenter le nombre des composantes principales parce que sa diminue la valeur des CR sans amélioration de la qualité du signal. Le tableau 4.3 représente les valeurs moyennes des PRD, PRD1 et CR des quatre enregistrements. Nous remarquons qu'à l'ordre 6 des composantes principales, la valeur moyenne des CR est très

importante ce qui signifie que nous avons réalisé une bonne réduction de donnée avec une valeur moyenne des PRD1 égale 17.80 % et cela pour des durées d'enregistrements de trente minutes, ces performances sont très comparables et compétitives avec ceux des enregistrements de durées égale à 10 minutes, comme par exemple [72] qui réalise la compression du signal par les ondelettes, avec la valeur maximum du taux de compression  $CR = 23.53$  qui est proche de notre valeur moyenne, mais sa valeur du PRD1 est égal au minimum 19.89 %, qui est de loin très grande que notre valeur moyenne à 30 minutes. Ce qui confirme les bonnes performances de notre algorithme même s'il est appliqué à des enregistrements de longues durées contrairement à plusieurs autres méthodes appliqué aux signaux d'une durée égale à 10 minutes.

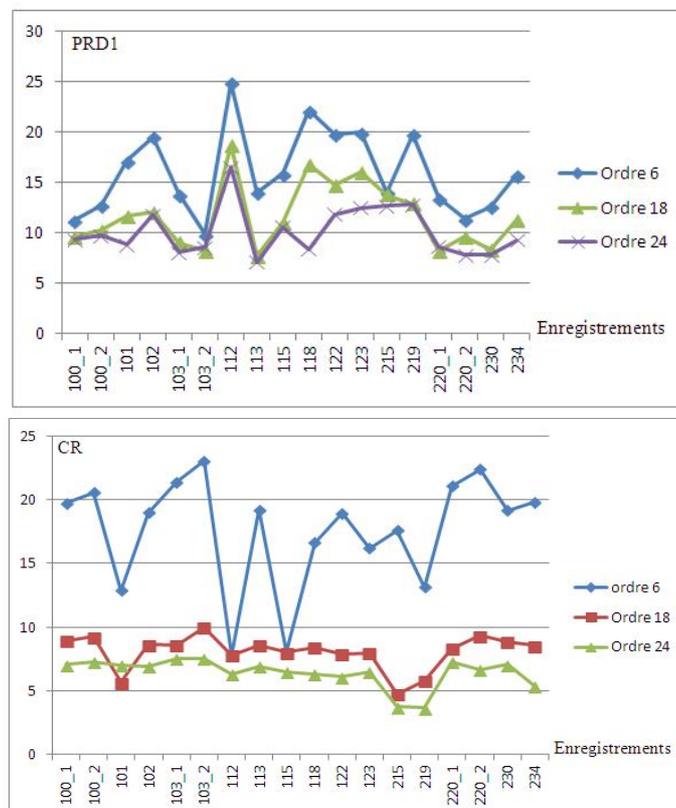
Nous avons aussi, calculé les paramètres de compression pour dix-huit enregistrements d'une durée d'une minute (nous choisissons un intervalle de chacun des douze enregistrements; 101, 102, 112, 113, 115, 118, 122, 123, 215, 219, 230 et 234, et deux intervalles de chacun des trois enregistrements 100, 103 et 220). La figure 4.10 représente les valeurs des PRD1 et des taux de compressions de ces dix-huit intervalles aux ordres 6, 18 et 24 des composantes principales.

TABLEAU 4.2  
VALEUR DES PRD, PRD1 ET CR POUR QUATRE ENREGISTREMENTS DE TRENTE MINUTES A QUATRE ORDRES DES COMPOSANTES PRINCIPALES

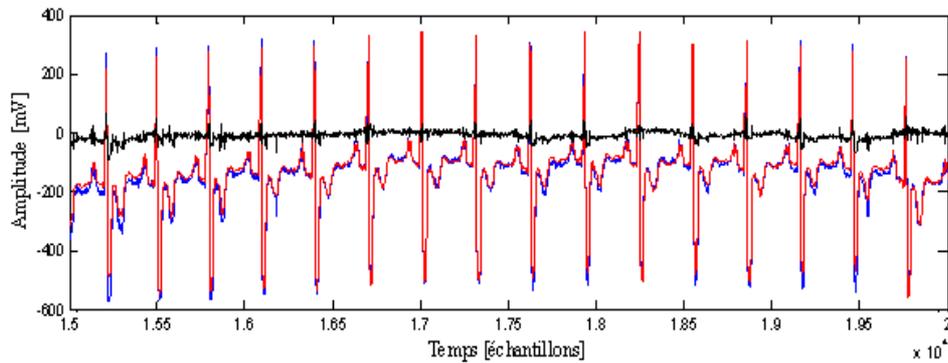
Enregistrement	Ordre des Composantes Principale	PRD (%)	PRD1 (%)	CR
100	6	13.85	14.15	21.47
	12	11.80	12.06	11.22
	18	11.32	11.57	7.61
	24	10.99	11.23	5.76
103	6	20.05	21.33	23.32
	12	15.75	16.76	12.13
	18	14.39	15.31	8.22
	24	13.49	14.35	6.22
115	6	18.89	19.75	24.58
	12	15.49	16.19	12.89
	18	14.14	15.69	8.76
	24	13.77	15.28	6.64
220	6	14.30	15.95	23.70
	12	10.75	11.99	12.38
	18	9.62	10.72	8.40
	24	8.85	9.28	6.36

Le PRD1 a été choisi au lieu du PRD car, en plus du calcul d'un pourcentage de l'erreur de compression, il est très sensible aux distorsions du signal. Nous pouvons tirer de cette figure les remarques suivantes:

- i. Les taux de compression à l'ordre 6 sont regroupés pour la majorité des enregistrements dans l'intervalle entre 16 et 24 avec des PRD1 inférieurs à 20 % et pour plusieurs enregistrements proche et parfois inférieur de 15 %.
- ii. Aux ordres 18 et 24, nous ne remarquons pas de grandes différences pour les valeurs des PRD1 et des CR. Les taux de compression pour presque tous les enregistrements, sont entre 6 et 10 avec des valeurs de PRD1 variant autour de la valeur 10 %, ce qui représente une distorsion négligeable.
- iii. Pour quelques enregistrements, les valeurs de PRD1 sont très élevées, comme pour l'exemple des enregistrements 112 et 118 avec des valeurs à l'ordre 6 égales respectivement, à 24.91 % et 22.14 %, mais leurs valeurs de PRD sont égales à 9.46 % et 13.20 %, respectivement. Les décalages de la ligne de base pour ces enregistrements augmente les valeurs de PRD1, par contre, les PRD insensible à ces distorsions, calculent seulement, les différences entre les signaux original et reconstruit. La figure 4.11 montre le décalage de l'erreur de compression (PRD1) mais avec des petites amplitudes (PRD).



**Figure 4.10.** PRD1 (à gauche) et taux de compression (à droite) de dix-huit intervalles d'une durée d'une minute.



**Figure 4.11.** Signal original (en bleu), le signal reconstruit (en rouge) et l'erreur de compression (en noir) d'un intervalle de l'enregistrement 118 de la base de données MIT.

#### 4.6. Comparaison des résultats

Pour mieux situer les performances de notre algorithme parmi des méthodes similaires dans la littérature, nous avons calculé les valeurs moyennes des PRD, PRD1 et des taux de compression aux quatre ordres de composantes principales et les comparer avec les paramètres des autres algorithmes. Le tableau 4.4 donne une comparaison des différents paramètres d'évaluation de la compression pour des enregistrements de la base de données d'une durée d'une minute et de dix minutes. Nous avons effectué une première comparaison des valeurs moyennes des taux de compression et des PRD1 des mêmes dix-huit intervalles de durée d'une minute utilisés précédemment (paragraphe 4.5) avec les valeurs moyennes du même nombre d'intervalle résultantes de deux méthodes; la première dite AZTEC (amplitude zone time epoch coding) dans [57] et la seconde de [54] basée sur la prédiction des coefficients, qui ont choisi les dix-huit enregistrements suivants: 104, 107, 111, 112, 115, 116, 118, 119, 201, 207, 208, 209, 212, 213, 214, 228, 231, 232. Nous remarquons que nous avons réalisé de meilleures performances, où pour un taux de compressions meilleur que les deux autres notre valeur du PRD1 est presque égale à celle de [54] et largement supérieure à celle présentée à [57]. En plus, l'exécution de notre algorithme est très rapide car il s'exécute approximativement en une seconde seulement. Tout cela, classe notre méthode parmi les meilleurs algorithmes en termes de performances et rapidité d'exécution. Dans la deuxième partie, nous comparons nos paramètres de compression appliqué à un enregistrement d'une durée de dix minutes (les premières dix minutes de l'enregistrement 100) avec les PRD et les taux de compression de deux méthodes; l'une basé sur la transformée en cosinus discrète [56], et l'autre de [71] utilisant un codage basé sur la transformée en ondelettes. Nous remarquons du tableau 4.4, que nous réalisons des performances largement meilleures que les deux algorithmes. La première méthode similaire en partie à la notre réalise un taux de compression égale à 12 pour une valeur de PRD égale à 15.10 %, cependant, notre méthode à

l'ordre 6 réalise un CR égal approximativement à 20 pour une distorsion très acceptable comparativement avec les deux méthodes, où la seconde procédure et pour un taux de compression égal à 18 donne un PRD1 égal à presque 20 %.

De ce qui précède, nous pouvons conclure que pour n'importe quelle durée de l'enregistrement ECG, notre méthode est très performante et très rapide. Ces performances et cette rapidité vont permettre une utilisation de notre algorithme dans des applications en temps réel comme les transmissions des bases de données de patients et les diagnostics à distance (la télémédecine).

#### 4.7. Discussions

Nous avons présenté une méthode de compression du signal électrocardiogramme en le segmentant en premier lieu, puis en calculant les composantes principales de cette version segmenté puis les transformant par la transformée en cosinus discrète. Cette méthode a montré son efficacité en réalisant de grandes valeurs de taux de compression avec moins de distorsions lors de la reconstitution et cela, malgré les inconvénients des méthodes basées sur la segmentation des signaux. Cette efficacité est due à l'utilisation de la combinaison d'une double réduction de données; une réduction par une rotation de donnée vers quelques composantes principales et une autre réduction par la TCD de ces composantes. Cependant, la remarque générale que nous pouvons déduire des résultats de notre méthode, c'est la stabilité des PRD après un certain ordre des composantes principales. En plus, ces valeurs de PRD sont assez grandes, ce qui signifie l'existence des déformations assez importantes du signal reconstruit. Ces déformations sont le résultat de l'utilisation de l'analyse en composantes principales classique. Prochainement, nous allons concevoir des systèmes d'analyse du signal électrocardiogramme et plus précisément des algorithmes de compression du signal basés sur une analyse en composantes principales robustes. Plusieurs récentes recherches ont essayé de développer une analyse en composantes principales robuste pour éliminer la sensibilité de l'analyse classique aux bruits et aux points isolés.

TABLEAU 4.3

VALEURS MOYENNE DES CRITERES D'EVALUATION DE COMPRESSION DES QUATRE ENREGISTREMENTS DE TRENTE MINUTES

Ordre des Composantes Principales	PRD moyen (%)	PRD1 moyen (%)	CR moyenne
6	16.77	17.80	23.27
12	13.44	14.25	12.16
18	12.37	13.22	8.25
24	11.78	12.54	6.25

TABLEAU 4.4

COMPARAISON DES VALEURS MOYENNES DES PARAMETRES DE LA COMPRESSION DES ENREGISTREMENTS  
D'UNE MINUTE ET DE DIX MINUTES

Méthode Utilisée	PRD1 ( <sup>*</sup> PRD) Moyen (%)	CR Moyen	Durée de l'Enregistrement
Notre Méthode à l'Ordre 24	9.69	7.18	18 Enregistrements d'1 minute
AZTEC [57]	15.50	6.90	
Approximation polynomiale [57]	9.60	6.90	
Notre Méthode à l'Ordre 6	12.65 ( <sup>*</sup> 12.46)	20.54	1 Enregistrements de 10 minutes
1-D TCD [56]	<sup>*</sup> 15.10	12.00	
Codage des ondelettes à 10 bits [71]	19.89	18.52	

## **CHAPITRE V**

### **ANALYSE DES SIGNAUX BIDIMENSIONNELS**

Dans ce chapitre, nous allons présenter un algorithme qui facilitera la manipulation et l'exploitation des données cardiaque par l'extraction du tracé ECG à partir de l'image scannée de la version papier du rythme cardiaque. Ce signal résultant sera très pratique et très simple pour l'application des méthodes de détection des ondes caractéristiques, en plus, il aura une taille très réduite comparativement avec le signal bidimensionnel.

## 5.1. Introduction

Une des problématiques les plus difficiles à résoudre pour effectuer un bon diagnostic automatique, est la capacité des systèmes d'analyse à interpréter le signal à partir de la version scannée d'un enregistrement électrocardiogramme et extraire ses ondes caractéristiques avec une grande précision. Comme nous avons montré dans le chapitre 3, l'enregistrement électrocardiogramme est l'outil le plus utilisable et le plus accessible pour les pays en voie de développement comme l'Algérie, donc il faut effectuer une analyse du signal ECG afin d'extraire le maximum de données d'une manière automatique. Mais la majorité des dossiers des patients sont stockés en version papier et sa encombre les espaces de stockage, et sa rend très difficile la recherche et le suivi des états des différents malades, d'où la nécessité de numériser ces fichiers et les stocker sur des supports électroniques.

Il existe dans la littérature des recherches où on a numérisé l'image scannée de l'enregistrement ECG comme les méthodes présentées dans [72,73] dans le but de mieux stocker, accéder, échanger et manipuler les données cardiaques. Dans [74], Morales a tenté de synchroniser les douze dérivations numérisées de l'enregistrement ECG afin de concevoir le signal vecteur-cardiogramme (VCG), qui représente les différences de phases qui existent entre les dérivations causées par les distances relatives de leurs locations, ce type d'information n'est pas disponible dans l'ECG.

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode de numérisation de la version scannée du tracé électrocardiogramme en effectuant un filtrage de l'image pour extraire le signal unidimensionnel en se basant sur une combinaison linéaire du signal moyen et du signal médian calculés respectivement, des valeurs moyennes et médianes des colonnes de l'image numérique. Ensuite, nous appliquons notre méthode de détection dans le but de localiser les différentes ondes R du signal. Pour notre méthode, nous cherchons à obtenir les résultats suivants:

- i. Une facilité de manipulation et de transfert de données ECG via les différents outils de communication.
- ii. Une détection des différentes ondes caractéristiques à partir du signal unidimensionnel qui sera, et contrairement à l'image scannée, plus facile à manipuler.
- iii. Un stockage de données cardiaque plus efficace à cause de la réduction de dimension des fichiers images en fichiers contenant des signaux unidimensionnels moins volumineux que les premiers.

## 5.2. Numérisation de données

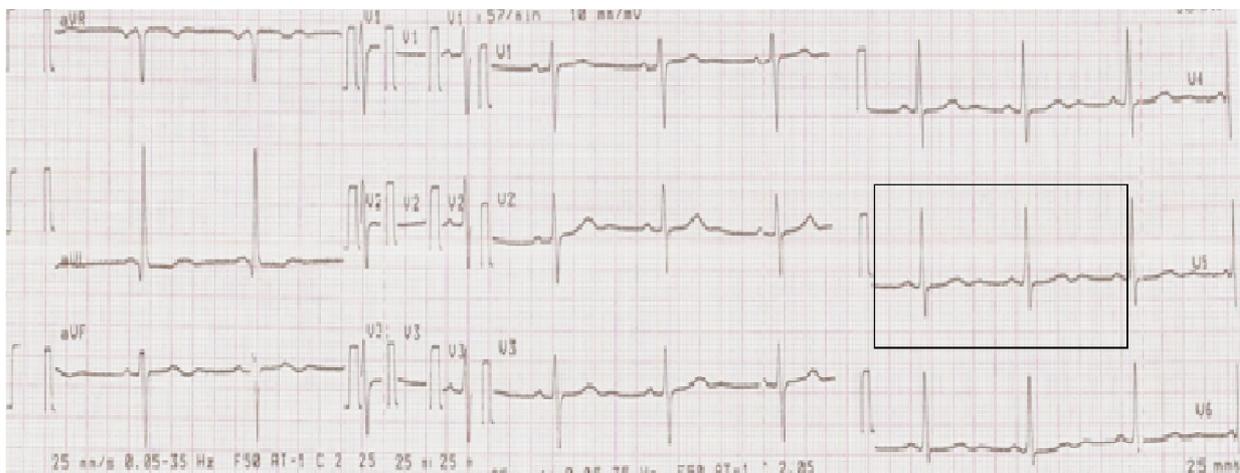
L'appareil électrocardiogramme enregistre l'évolution de l'activité électrique du cœur dans le temps. Cette activité peut être affichée sur un moniteur ou imprimée sur un papier millimétré.

Pour notre méthode, nous allons nous intéresser à la numérisation du tracé imprimé à la sortie de l'ECG. Ce tracé est affiché sur une grille de fond qui est constitué de cases élémentaires d'une dimension d'un millimètre carrée. La majorité des appareils ECG représentent chaque seconde du signal par 25 millimètres sur l'axe horizontal et chaque millivolt par 10 millimètres sur l'axe vertical. Un électrocardiogramme 12 dérivations est représenté sur ce papier par des courts intervalles affichant un à trois battements chacun, elles sont organisées en quatre colonnes et trois lignes; dans la première colonne on trouve les trois dérivations (I, II et III), et dans la seconde les trois dérivations augmentées (aVR, aVL et aVF) alors que les deux dernières colonnes représentent les six dérivations précordiales. La figure 5.1 représente le signal ECG 12 dérivations d'une femme de 61 ans souffrant d'une hypertension artérielle, son rythme cardiaque est de 57 battements par minute. Dans ce qui suit, nous allons scanner ce papier et puis le numériser et le filtrer pour pouvoir extraire le signal unidimensionnel.

Le scanner de type Hewlett-Packard (HP 4300) est utilisé afin de récupérer l'image numérique (Figure 5.2). Le logiciel associé à ce scanner enregistre les images au format du fichier JPEG, ce type de codage utilise une compression avec une perte d'information mais donne une plus petite taille d'image comparativement avec d'autres extensions.

Ce scanner fournit aussi, une image numérique avec une résolution qui peut atteindre 1200 pixels par pouce (PPP). Une image avec une très grande résolution est une image qui représente plus de détails.

Pour notre procédure, nous scanons le papier avec une résolution égale à 300 PPP, cette résolution est choisie pour deux principale raisons:



**Figure 5.1.** Tracé électrocardiogramme 12 dérivations d'une femme de 61 ans.



**Figure 5.2.** Scanner HP 4300.

- i. Une très grande résolution va encombrer l'image par un très grand nombre de pixels, ce qui augmente le temps de calcul de l'algorithme.
- ii. Les résultats d'extraction du signal ECG unidimensionnel et de la détection des ondes R sont très satisfaisants et cela malgré la perte de certains détails et la fusion de certains autres à cette résolution et au type de codage JPEG.

L'image numérique résultante est une image 8-bits à échelle de gris, donc, nous n'avons pas besoins de la convertir. Elle contient en plus du tracé ECG, les lignes horizontales et verticales de la grille du fond de l'image. Ces lignes représenteront la majeure difficulté pour l'extraction du signal à cause de leurs valeurs d'intensités très proches, d'où la complication de la distinction entre le signal et la grille du fond.

### **5.3. Extraction du signal ECG**

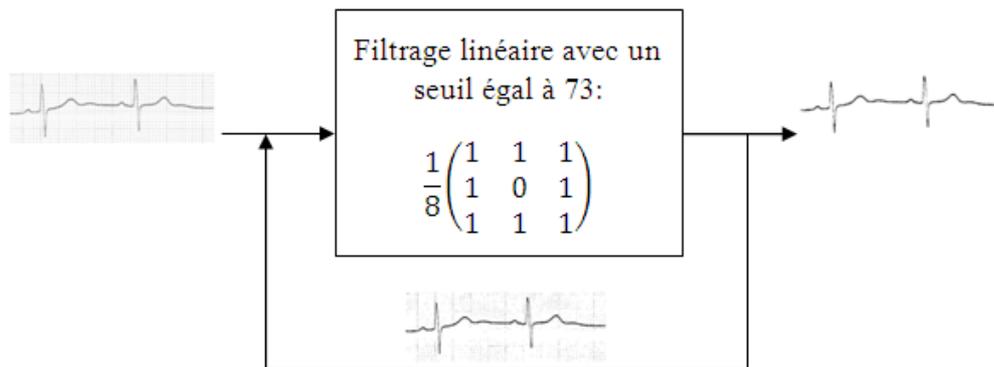
#### **5.3.1. Filtrage d'images**

Un simple filtrage linéaire des images est appliqué afin d'éliminer les lignes du fond et les autres bruits de l'image par un seuillage qui ne laisse que le signal d'intérêt qui sera d'une couleur noire. Nous utilisons un niveau de seuil égal à 73 d'une valeur maximale d'échelle de gris égale à 256, ce seuil est appliqué chaque fois sur l'image résultante jusqu'à éliminer le maximum de bruits et sans déformer le signal ECG. La figure 5.3 représente trois des quelques étapes de filtrage des images numériques. Ce filtrage est effectué par des filtres de convolution placés en cascade, en rebouclant chaque fois l'image résultante afin de la filtrer de plus en plus (Figure 5.4).

Comme résultat, nous obtenons une image en noir et blanc (ou une image binaire). Le signal ECG est représenté donc, par un noir parfait (les valeurs d'intensités des pixels sont égales à zéro) et le fond en blanc parfait (les valeurs d'intensités des pixels sont égales à un). Chaque pixel noir est caractérisé par sa position horizontale et verticale (le temps en secondes et l'amplitude ou la tension en millivolts, respectivement).



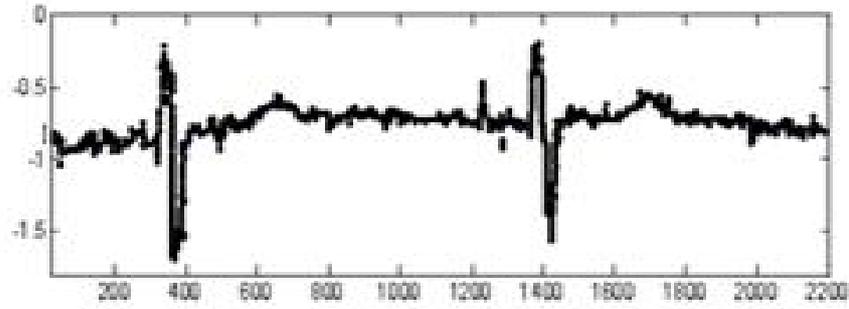
**Figure 5.3.** Filtrage linéaire de l'image numérique: (a) l'image numérique, (b) une étape intermédiaire du filtrage et (c) l'image filtrée des bruits et de la grille du fond.



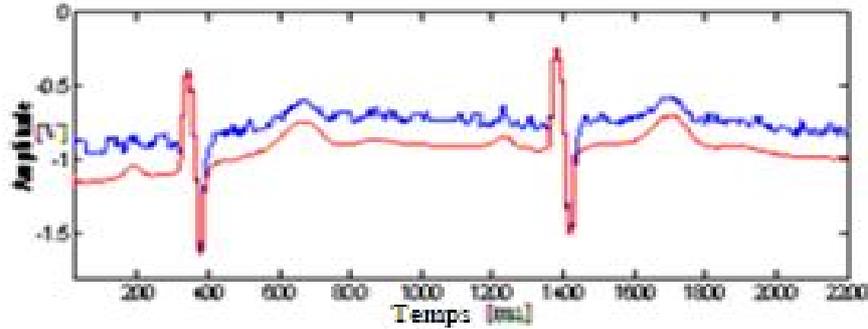
**Figure 5.4.** Filtrage linéaire de l'image numérique.

### 5.3.2. Conversion des pixels en valeurs amplitudes-temps

Dans l'étape d'extraction des ondes caractéristiques du signal électrocardiogramme, il faut convertir les positions des pixels du signal en valeurs en temps (abscisse  $x$ ) et en amplitude (ordonnée  $y$ ). Comme l'enregistrement est effectué sur un papier millimétré et le scanner donne une résolution de l'image en PPP (c.-à-d. les dimensions des pixels sont données en pouces), nous devons convertir chaque valeur des positions des pixels en millimètre, autrement dit, nous devons avoir une résolution de l'image en pixel par millimètre (PPM). En sachant qu'un pouce est égal à 25.4 millimètres, nous aurons:



**Figure 5.5.** Présence de plusieurs points pour chaque ligne verticale dans l'image filtrée.



**Figure 5.6.** Signal moyen (en rouge) et le signal médian (en bleu).

$$PPM = \frac{PPP}{25.4} \quad (5.1)$$

La nouvelle résolution en millimètre est égale à 11.81 PPM, ce qui correspond pour l'échelle en temps à 3.387 ms et à 8.47 mV pour l'échelle d'amplitude. Nous aurons à la fin les correspondances de chaque position du pixel en amplitudes-temps. Mais nous remarquons que pour chaque abscisse  $x$  correspond plusieurs valeurs de niveau d'amplitudes (ordonnées  $y$ ) (c.-à-d. dans la même ligne verticale, il y a plusieurs points du signal  $((x,y), (x,y+1), (x,y+2), \text{etc.})$  (Figure 5.5), et parmi tous ces points un seul correspond à la vraie valeur du signal. Nous déterminons cette valeur à partir du signal moyen et du signal médian, calculés respectivement, par les valeurs moyennes et les valeurs médianes de chaque ligne verticale (Figure 5.6). Nous pouvons remarquer de cette figure, que le signal médian présente plus de détails que le signal moyen qui est positionné sur la ligne isoélectrique, contrairement au signal médian qui est décalé en haut. En profitant de la forme et de la position de ces deux signaux, nous les combinons linéairement via deux coefficients de pondération, pour mieux déterminer les vrais points du signal résultant  $ECG_{res}$ , et éliminer ainsi, les détails et les décalages indésirables [75]:

$$ECG_{res}(x) = \alpha \cdot \text{moyenne}((x, y), (x, y + 1), \dots, (x, y + N_x - 1)) + \beta \cdot \text{médiane}((x, y), (x, y + 1), \dots, (x, y + N_x - 1)) \quad (5.2)$$

Les deux coefficients de pondération  $\alpha$  et  $\beta$  sont choisis d'une façon empirique afin d'éliminer les valeurs incorrectes du signal, tels que:

$$\alpha + \beta = 1 \quad (5.3)$$

où:  $N_x$  est le nombre de points noirs dans la même ligne verticale  $x$ .

#### 5.4. Résultats d'extraction du signal

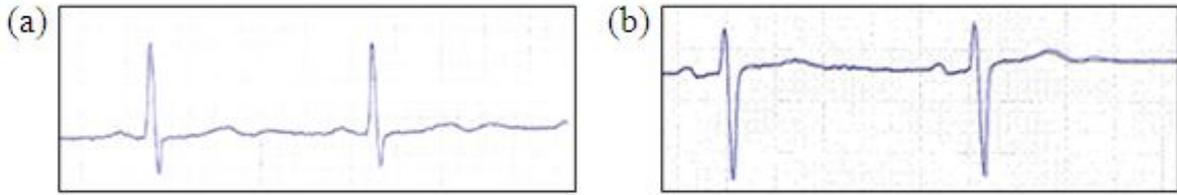
Nous avons appliqué notre algorithme d'extraction du signal ECG unidimensionnel sur le papier du tracé d'une patiente âgée de 61 ans, en choisissant cinq segments des douze dériviations de l'enregistrement; ces segments sont les dériviations V1, V2, V4, V5 et V6, contenant pour chacun deux battements (Figure 5.1). Le choix d'une variété de dériviations est effectué pour mieux tester notre méthode à extraire le vrai signal malgré la différence des orientations et des valeurs d'amplitudes des ondes et malgré l'épaisseur des lignes de fond de l'image.

Pour comparer les résultats de numérisation et d'extraction du signal avec l'image originale, nous utilisons une vérification manuelle et point par point. Cette vérification est effectuée en appliquant un très petit pas entre les échantillons égal à un millimètre (ou 0.04 secondes). La figure 5.7 est la superposition du signal ECG unidimensionnel résultant sur l'image numérique originale de deux intervalles de l'enregistrement de la dérivation V1 et V5. Nous remarquons que les deux signaux sont très identiques et cela même aux pics du tracé. Ces résultats sont confirmés par le calcul de l'erreur quadratique (root mean square (RMS)) entre les échantillons des deux signaux en utilisant le pas cité précédemment. Cette erreur est calculé par:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (ECG_{res}(i) - ECG_{orig}(i))^2} \quad (5.4)$$

où  $ECG_{orig}$  est le tracé de l'image numérique originale et  $N$  est le nombre d'échantillons du signal, pour notre cas  $N = 60$ .

Le tableau 5.1 est une représentation des valeurs de l'erreur quadratique des cinq enregistrements choisis. Ces valeurs sont très acceptables, avec une valeur moyenne égale à 0.09 mV. Nous pouvons expliquer cette valeur d'erreur par l'utilisation d'une vérification manuelle (et c'est la seule solution de vérification existante), où nous comparons nos valeurs d'échantillons du signal avec plusieurs valeurs de l'image originale pour le même instant. Cela aussi explique les grandes valeurs de l'erreur pour les dériviations V2 et V4 comparativement avec les autres valeurs des autres dériviations, où nous remarquons pour les deux premières, l'existence de différences dans les largeurs des lignes de la grille de fond du papier millimétré. En éliminant les valeurs des erreurs quadratiques des deux dériviations citées précédemment, nous réalisons une valeur moyenne de RMS égale à 0.057 mV, qui est une très petite valeur d'erreur de reconstitution du signal unidimensionnel, et qui explique la préservation de l'information cardiaque et des ondes caractéristiques du signal.



**Figure 5.7.** Superposition du signal unidimensionnel résultant (en bleu) et de l'image originale (en noir), (a) la dérivation V5 et (b) la dérivation V1.

TABLEAU 5.1

VALEURS DES ERREURS QUADRATIQUES DE CINQ DERIVATIONS

Enregistrement	RMS (mV)
Dérivation V1	0.12
Dérivation V2	0.04
Dérivation V4	0.14
Dérivation V5	0.07
Dérivation V6	0.06
Moyenne de RMS	0.09

TABLEAU 5.2

ERREUR DANS L'AMPLITUDE, LA POSITION ET LA PERIODE DE CINQ DERIVATION

Enregistrement		Erreur dans l'Amplitude (mV)	Erreur dans la Position (ms)	Erreur dans la Période RR (ms)
Dérivation V1	Onde 1	± 0.08	± 32	± 38
	Onde 2	± 0.10	± 6	
Dérivation V2	Onde 1	± 0.11	± 3	± 14
	Onde 2	± 0.10	± 11	
Dérivation V4	Onde 1	± 0.19	± 4	± 4
	Onde 2	± 0.21	0	
Dérivation V5	Onde 1	± 0.19	± 3	± 11
	Onde 2	± 0.20	± 8	
Dérivation V6	Onde 1	± 0.19	± 4	± 12
	Onde 2	± 0.20	± 8	

### 5.5. Détection des ondes R du signal résultant

Afin de détecter les ondes R du signal unidimensionnel résultant, nous utilisons notre méthode basée sur les ondelettes illustrée précédemment (chapitre 3), en appliquant la transformée en ondelettes dyadique sur le signal à l'échelle  $2^3$  pour une ondelette mère de type Haar:

$$TODy(\tau, 2^3) = \int_{-\infty}^{+\infty} ECG_{res}(t) \frac{1}{\sqrt{2^3}} \psi\left(\frac{t-\tau}{2^3}\right) dt \quad (5.5)$$

Et de la même manière que celle utilisée pour les tracés de la base de données, nous déterminons les couples de minima négatif-maxima positif qui localisent les intervalles des complexes QRS où nous effectuons la recherche des pics R par le marquage de changement de directions (MCD) qui marque la position d'un pic par la valeur un (Figure 5.9). A partir de cette figure, nous pouvons remarquer la grande précision de localisation des deux pics du tracé de la dérivation V5, où le premier pic R est localisé à la valeur 379 ms et le second à 1376 ms sont très proches des valeurs relevées manuellement de l'image originale, égales à 376 ms pour le premier pic et 1368 ms pour le deuxième. Ces valeurs correspondent à une période cardiaque égale à 997 ms pour notre détecteur et qui est presque égale à celle du fichier original égale à 992 ms. Les valeurs des amplitudes aussi sont proches de celles du tracé original toutes les deux égales à 1.25 mV, et égales pour les ondes du signal résultant à 1.06 mV et 1.05 mV.

Le tableau 5.2 représente les valeurs de l'erreur entre l'amplitude, la position et la période cardiaque RR des signaux original et résultant des cinq intervalles des signaux choisis. Les résultats du tableau montrent que les erreurs ont de très petites valeurs, ce qui confirme la grande précision de notre méthode de la localisation des ondes R, où l'erreur dans la localisation de la période ne dépasse pas 14 ms (sauf pour la dérivation V1). Tandis que l'erreur dans les amplitudes est un peu plus apparente et elle atteint pour quelques dérivations une valeur représentant presque un cinquième de l'amplitude de l'onde R, cela est dû à la non clarté des pixels au voisinage des pics dans l'image originale où la largeur des lignes est très grande causée par la superposition de la ligne ascendante et descendante de l'onde R comparativement avec d'autres régions du signal. Donc, les étapes qui précèdent l'étape de détection (l'image scannée puis numérisée) influent largement aux résultats finaux de valeurs des amplitudes. Mais, le principal objectif de notre procédure que nous avons atteint, c'est l'extraction du signal ECG unidimensionnel et puis la localisation des positions des ondes R avec une très grande précision. Parce que la valeur de l'amplitude ne va pas influencer sur le diagnostic et l'interprétation du tracé quand la forme du complexe QRS original reste inchangé et similaire à l'original.

## 5.6. Réduction de dimension

En plus de l'extraction du signal à partir de l'image scannée et de la détection de l'onde R du signal ECG résultant, nous calculons, dans ce paragraphe, les dimensions des signaux unidimensionnels et nous les comparons avec ceux des signaux bidimensionnels. Cette comparaison est effectuée afin de montrer la capacité de notre algorithme à stocker la même information contenue dans l'image scannée dans un espace plus réduit que le premier occupé par le fichier original (Figure 5.10).

Nous calculons le taux de compression pour pouvoir mesurer la valeur de réduction de

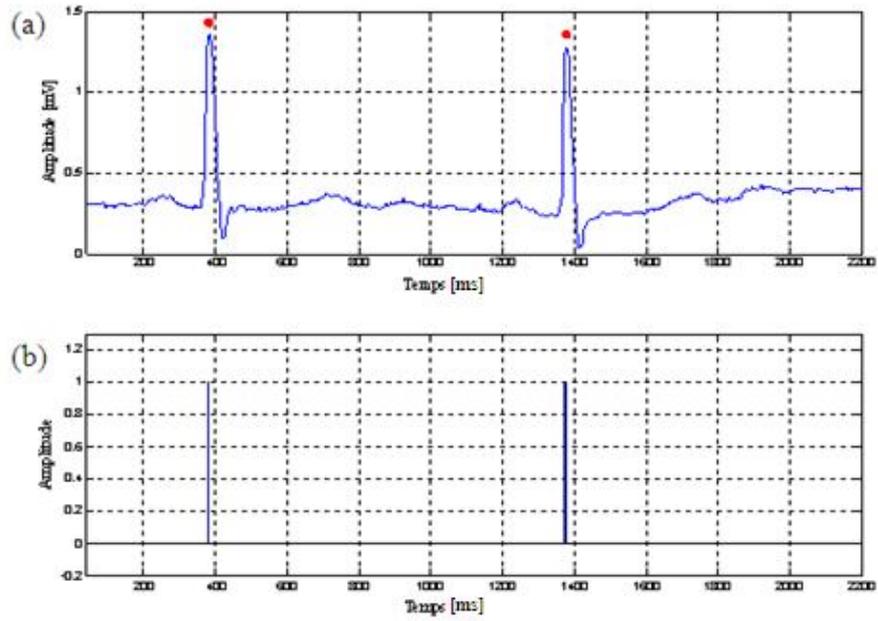
donnée entre le signal résultant et le signal original. Pour cela, nous choisissons pour chaque dérivation une zone rectangulaire contenant quelques pixels de l'image, et puis nous comparons l'espace occupé par cette nouvelle image avec le signal unidimensionnel résultant de cette zone d'image où nous éliminons toutes les données non utiles est qui ne représentent pas le rythme cardiaque. Le tableau 5.3 donne les valeurs de taux de compression pour chaque zone choisie des cinq dérivations. Nous remarquons de ce tableau que:

- i. Notre méthode réalise un taux de compression moyen égal à 7.56, cette valeur est très élevée, surtout en prenant en compte la bonne qualité du signal résultant qui est quasi-identique à l'original.
- ii. La valeur du taux de compression la plus grande est celle de la dérivation V4 et cela est la conséquence de la netteté de la région choisie pour cette dérivation et de la non influence de la grille de fond sur l'extraction du signal. Ce dernier sera sans bruits ou distorsions et donc, aura une dimension plus réduite.
- iii. En augmentant le nombre de pixels (les dimensions de la fenêtre rectangulaire) le taux de compression augmente. Ce qui signifie que notre méthode d'extraction du signal est très utile pour réduire les dimensions des enregistrements de longues durées (comme l'enregistrement Holter).

## 5.7. Conclusion

Dans ce qui précède, nous avons présenté une méthode de conversion du tracé ECG bidimensionnel résultant du papier scanné à un signal unidimensionnel plus réduit, plus pratique et plus simple à manipuler. Cette méthode est basée sur la combinaison des deux signaux médian et moyen afin de reconstituer le signal le plus représentatif du rythme cardiaque réel.

Les signaux résultant de l'extraction à partir de l'image originale était très identiques et sans distorsions avec une valeur de l'erreur RMS moyen égale à 0.09 mV. Dans la deuxième étape de ce chapitre nous avons appliqué notre méthode de détection des ondes R exposée dans le chapitre 3, sur le signal issu de la première étape. Nos résultats de localisation étaient très précis parce que l'erreur de détection ne dépassait pas 8 ms, pour la majorité des pics détectées (ce qui représente 0.75 % de la longueur moyenne des périodes RR). A la fin, nous avons comparé les taux de réduction de dimensions de la version image du tracé à la version unidimensionnelle, pour pouvoir estimer la valeur du gain en capacités de stockage et en largeurs de canaux de transmission. Nous avons remarqué, que la valeur du taux de compression moyen était égale à 7.56, et qu'elle peut évoluer en augmentant la durée de l'enregistrement (c.-à-d. en augmentant le nombre de pixels non utiles).

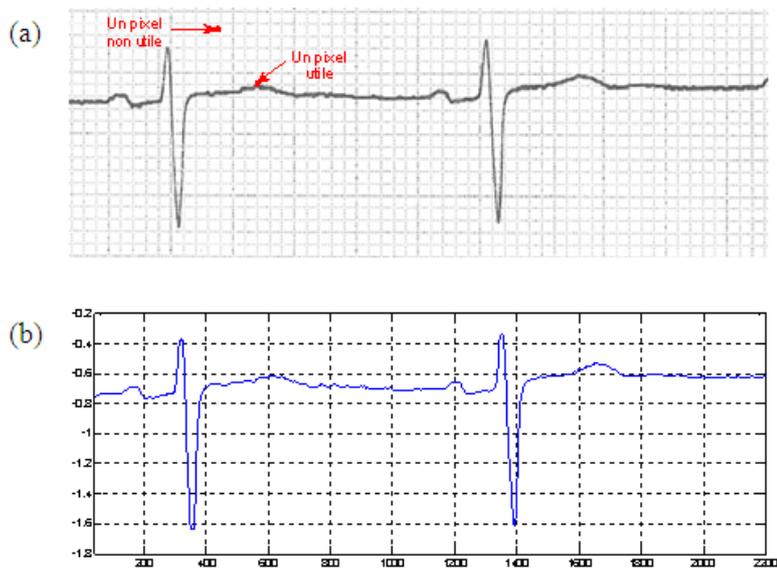


**Figure 5.8.** Détection des ondes R du signal de la dérivation V5.

TABLEAU 5.3

VALEURS DES TAUX DE COMPRESSIONS POUR LES CINQ DERIVATIONS

Enregistrement	Nombre de Pixels	CR
Dérivation V1	160800	7.26
Dérivation V2	160800	5.45
Dérivation V4	179550	9.15
Dérivation V5	252000	8.69
Dérivation V6	167500	7.26
Valeurs Moyennes	184130	7.56



**Figure 5.9.** Réduction de données en éliminant l'information non utile des pixels de la grille de fond, (a) l'image originale et (b) le signal unidimensionnel résultant.

## CONCLUSION GENERALE

Nous avons présenté dans cette thèse, différentes méthodes de manipulation des signaux biomédicaux et essentiellement le signal électrocardiogramme. Au début, nous avons commencé par détailler les différentes caractéristiques de ces signaux et leurs domaines d'utilisations. Ensuite, et dans les chapitres 1 et 2, nous avons exposé quelques outils mathématiques exploités lors de la construction des algorithmes d'analyse, de synthèse et de compression du signal ECG. Nous avons réparti ces algorithmes en trois parties.

Dans la première, nous avons donné une illustration de notre méthode de détection des ondes R du signal ECG basée sur les transformées en ondelettes, où chaque complexe QRS peut être localisé dans un intervalle délimité par un couple de minimum négatif-maximum positif de sa transformée en ondelettes dyadique, dans lequel nous effectuons une recherche de pics R par une transformation que nous l'appelons; détail du signal du premier ordre, qui à son tour est utilisé pour détecter les pics R par un marquage de changements de directions. Nos résultats de détection des ondes R était très satisfaisants, avec un taux de fausses détections total égal à 0.09 % de tous les enregistrements utilisés.

Dans la seconde partie, une méthode de compression du signal ECG était présentée. Dans cette méthode, nous avons utilisé une segmentation des signaux ECG des enregistrements de la base de données MIT afin de construire les vecteurs d'une matrice de données à partir des périodes cardiaques. Nous avons appliquée ensuite, notre algorithme d'analyse en composantes

principales sur cette matrice de données pour pouvoir réduire le nombre de vecteurs en ne gardant que quelques premières composantes. A la fin, nous avons transformé ces vecteurs principaux par la transformée en cosinus discrète, récupéré les coefficients qui ont une grande amplitude et éliminé les autres par l'application d'un seuil. Cette dernière étape réduit de plus en plus la taille de l'information cardiaque. Nos résultats ont prouvé que notre méthode était très performante et très rapide en termes de compression des dimensions du signal.

Dans la dernière partie de notre travail, nous avons effectué une application réelle de notre algorithme de détection des pics R sur le signal ECG résultant d'une extraction à partir de l'image scannée de l'enregistrement du rythme cardiaque d'une patiente âgée de 61 ans. Après le filtrage de l'image, l'extraction du tracé unidimensionnel est réalisée en calculant le signal médian et le signal moyen puis les combinant linéairement. Nous détectons ensuite, avec précision, les ondes R de ce signal par l'application de notre algorithme basé sur les ondelettes.

## REFERENCES

- [1] G. M. Friesen, T. C. Jannett, M.A. Jadallah, S. L. Yates et H. T. Nagle, "A Comparison of the Noise Sensitivity of Nine QRS Detection Algorithms", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 37, no. 1, pp. 85-98, 1990.
- [2] Q. Xue, Y. H. Hu et W. J. Tompkins, "Neural-Network-Based Adaptive Matched Filtering for QRS Detection", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 39, no. 4, pp. 317-329, 1992.
- [3] C. Li, C. Zheng et C.Tai, "Detection of ECG Characteristic Points Using Wavelet Transforms," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 42, no. 1, pp. 21-28, 1995.
- [4] M. L. Hilton, "Wavelet and Wavelet Packet Compression of Electrocardiograms", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 44, no. 5, pp. 394-402, 1997.
- [5] M. Zeid et M. E. Womble, "Application of Partitioned Karhunen–Loeve Expansion Scheme of ECG/VCG Data Compression", *Proceedings of the VIII N England Bio-Eng Conference*, England, pp. 102-105, 1979.
- [6] B. R. Shankara et I. S. N. Murthy, "ECG Data Compression Using Fourier Descriptors", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. BME-33, no. 4, pp. 428-434, 1986.
- [7] W. T. Lawson, G. S. Wagner, R. S. Startt-Selvester, G. A. Ybarra, "New Method for Digitization and Computerized Analysis of Paper Recordings of Standard 12-Lead Electrocardiograms", *Proceedings of the Computers in Cardiology*, Vienna, pp. 41-44, 1995.
- [8] R. Begg, D. T. H. Lai et M. Palaniswami, *Computational Intelligence in Biomedical Engineering*. Taylor & Francis Group, 2008.
- [9] R. Palaniappan, *Biological Signal Analysis*. Ventus Publishing, 2010.
- [10] X. Bocquet, *Analyse Fréquentielle en Electrophysiologie Visuelle: Potentiel Evoqué Visuel et Electrorétinogramme*, Thèse, Université du Droit et de la Santé de Lille 2, 1989.
- [11] S. A. Jones, *Ecg Notes, Interpretation and Management Guide*. F. A. Davis Company, 2005.
- [12] M. G. Khan, *Rapid ECG Interpretation*, 3rd ed., Humana Press, 2008.
- [13] A. Baccini et P. Besse, *Statistique Descriptive Multidimensionnelle*, Laboratoire de Statistiques et de Probabilité, Université de Toulouse 3, 1999.
- [14] A. C. Rencher, *Methods of Multivariate Analysis*, 2nd ed.. John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [15] W. Härdle et L. Simar, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 4th ed., Springer Verlag, 2015.
- [16] R. A. Fisher, "The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems", *Annals of Eugenics*, vol. 7, no. 2, pp. 179-188, 1936.
- [17] G. Blanchet et M. Charbit, *Digital Signal and Image Processing using MATLAB*. HERMES Science Europe Ltd, 2001.
- [18] G. Wornell, *Signal Processing with Fractals: A Wavelet-Based Approach*. Prentice Hall PTR, 1996.
- [19] R. Kuc, *Introduction to Digital Signal Processing*. BS Publications, 2008.
- [20] D. F. Elliott, *Handbook of Digital Signal Processing, Engineering Applications*. Academic Press Inc., 1987.
- [21] J. Fourier, *The Analytical Theory of Heat*. the University. Press of Cambridge, 1878.
- [22] L. Cohen, "Time-Frequency Distributions - A Review", *Proc. IEEE*, vol. 77, no. 7, pp. 941-981, 1989.
- [23] P. J. Van Fleet, *Discrete Wavelet Transformations: An Elementary Approach with Applications*. John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- [24] Z. Z. Karu, *Signals and Systems: Made Ridiculously Simple*. Cataloging in Publication Data, 2001.
- [25] V. C. Chen et H. Ling, *Time-Frequency Transforms for Radar Imaging and Signal Analysis*. Artech House, Inc., 2002.

- [26] D. Gabor, "Theory of Communication", *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 93, pp. 429-457, 1946.
- [27] S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 3rd ed., Academic Press, 2008.
- [28] Y. Meyer, *Wavelets, algorithms and applications*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1993.
- [29] Y. Y. Tang, *Wavelet Theory: Approach to Pattern Recognition*. 2nd ed., World Scientific Publishing, 2009.
- [30] A. K. Jain, "A Fast Karhunen-Loeve Transform for a Class of Random Processes", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 24, no. 9, pp. 1023-1029, 1976.
- [31] A. E. Moran, G. A. Roth, J. Narula et G. A. Mensah, "1990-2010 Global Cardiovascular Disease Atlas", *Global Heart*, vol. 9, no. 1, pp. 3-16, 2014.
- [32] Y. C. Yeh et W. J. Wang, "QRS Complexes Detection for ECG Signal: the Difference Operation Method", *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 91, no. 3, pp. 245-254, 2008.
- [33] J. Pan et W. J. Tompkins, "A Real Time QRS Detection Algorithm", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. BME-32, no. 3, pp. 230-236, 1985.
- [34] M. Kunt, H. Rey et A. Lingtenberg, "Preprocessing of Electrocardiograms by Digital Techniques", *North-Holland Publishing Company*, vol. 4, no. 2-3, pp. 215-222, 1982.
- [35] M. Adnane, Z. Jiang et S. Choi, "Development of QRS Detection Algorithm Designed for Wearable Cardiorespiratory System", *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 93, no. 1, pp. 20-31, 2009.
- [36] S. W. Chen, H. C. Chen et H. L. Chan, "A Real-Time QRS Detection Method Based on Moving-Averaging Incorporating with Wavelet Denoising", *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 82, no. 3, pp. 187-195, 2006.
- [37] F. Portet, *Pilotage d'Algorithmes pour la Reconnaissance en Ligne d'Arythmies Cardiaques*, Thèse, Université de Renne, 2005.
- [38] J. S. Paul, M. R. Reddy et V. J. Kumar, "A QRS Estimator Using Linear Prediction Approach", *Signal Processing*, vol. 72, no. 1, pp. 15-22, 1999.
- [39] K. P. LI et W. H. Chang, "QRS Feature Extraction Using Linear Prediction", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 36, no. 10, pp. 1050-1055, 1989.
- [40] A. De Gaetano, S. Panunzi, F. Rinaldi, A. Risi et M. Sciandrone, "A Patient Adaptable ECG Beat Classifier Based on Neural Networks", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 213, no. 1, pp. 243-249, 2009.
- [41] V. X. Alfonso, W. J. Tompkins, T. Q. Nguyen et S. Luo, "Multirate Processing of the ECG Using Filter Banks", *Proceedings of the IEEE Computers in Cardiology*, USA, pp. 245-248, Sep. 1996.
- [42] C. H. Lin, Y. C. Du et T. Chen, "Adaptive Wavelet Network for Multiple Cardiac Arrhythmias Recognition", *Expert Systems with Applications*, vol. 34, no. 4, pp. 2601-2611, 2008.
- [43] J. S. Sahambi, S. N. Tandon et R. K. P. Bhatt, "Using Wavelet Transforms for ECG Characterization", *IEEE Engineering, Medicine and Biology*, vol. 16, no. 1, pp. 77-83, 1997.
- [44] P. J. M. Fard, M. H. Moradi et M. R. Tajvidi, "A Novel Approach in R Peak Detection Using Hybrid Complex Wavelet (HCW)", *International Journal of Cardiology*, vol. 124, no. 2, pp. 250-253, 2008.
- [45] S. Kadambe, R. Murray et F. Boudreaux-Bartels, "Wavelet Transform-Based QRS Complex Detector", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 46, no. 7, pp. 838-848, 1999.
- [46] J. P. Martínez, R. Almeida, S. Olmos, A. P. Rocha et P. Laguna, "A Wavelet-Based ECG Delineator: Evaluation on Standard Databases", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 4, pp. 570-581, 2004.

- [47] J. P. V. Madeiro, P. C. Cortez, F. I. Oliveira et R. S. Siqueira, "A New Approach to QRS Segmentation Based on Wavelet Bases and Adaptive Threshold Technique", *Medical Engineering and Physics*, vol. 29, no. 1, pp. 26-37, 2007.
- [48] A. Ghaffari, H. Golbayani et M. Ghasemi, "A New Mathematical Based QRS Detector Using Continuous Wavelet Transform", *Computers and Electrical Engineering*, vol. 34, no. 2, pp. 81-91, 2008.
- [49] G. B. Moody, *ECG Database Applications Guide*, Harvard University, 1992.
- [50] M. Elgendi, M. Jonkman et F. De Boer, "Frequency Bands Effects on QRS Detection", *Proceedings Springer-Verlag, Biomedical Engineering Systems and Technologies*, Spain, pp. 428-431, Jan. 2010.
- [51] W. J. Tompkins, *Biomedical Digital Signal Processing: C-Language Examples and Laboratory Experiments for the IBM PC*, Prentice Hall, 2000.
- [52] S. Bensegueni et A. Bennia, "R-Peak Detection Using Wavelet Transforms Technique", *Scientific Bulletin, Series C- Electrical Engineering and Computer Science*, vol. 77, no. 3, pp. 135-148, 2015.
- [53] Y. S. Abu-Mostafa, "The complexity of information extraction", *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. IT-32, pp. 513-525, 1986.
- [54] G. Nave et A. Cohen, "ECG Compression Using Long-Term Prediction", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 40, no. 9, pp. 877-885, 1993.
- [55] J. Chen, F. Wang, Y. Zhang et X. Shi, "ECG Compression Using Uniform Scalar Dead-Zone Quantization and Conditional Entropy Coding", *Medical Engineering and Physics*, vol. 30, pp. 523-530, 2008.
- [56] L. V. Batista, E. U. K. Melcher et L. C. Carvalho, "Compression of ECG signals by optimized quantization of discrete cosine transform coefficients", *Medical Engineering and Physics*, vol. 23, pp. 127-134, 2001.
- [57] K. Konstantinides et B. K. Natarajan, "An Architecture for Lossy Compression of Waveforms Using Piecewise-Linear Approximation", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 9, pp. 2449-2454, 1994.
- [58] H.-L. Chan, Y.-C. Siao, S.-W. Chen, S.-F. Yu, "Wavelet-Based ECG Compression by Bit-Field Preserving and Running Length Encoding", *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, vol. 90, pp. 1-8, 2008.
- [59] A. Al-Shrouf, M. Abo-Zahhad et S. M. Ahmed, "A Novel Compression Algorithm for Electrocardiogram Signals Based on the Linear Prediction of the Wavelet Coefficients", *Digital Signal Processing*, vol. 13, no. 4, pp. 604-622, 2003.
- [60] M. S. Manikandan et S. Dandapat, "Wavelet Threshold Based TDL and TDR Algorithms for Real-Time ECG Signal Compression", *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 3, no. 1, pp. 44-66, 2008.
- [61] Y. Zigel, A. Cohen et A. Katz ECG Signal Compression Using Analysis by Synthesis Coding, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 10, pp. 1308-1316, 2000.
- [62] S. Bensegueni et A. Bennia, "ECG Signal Compression Using a Sinusoidal Transformation of Principal Components", *International Journal of Software Engineering and Its Applications*, vol. 10, no. 1, pp. 59-68, 2016.
- [63] M. Kotas, "Application of Projection Pursuit Based Robust Principal Component Analysis to ECG Enhancement", *Biomedical Signal Processing and Control*, vol. 1, no. 4, pp. 289-298, 2006.
- [64] Y.-C. Yeh, T.-C. Chiang et H.-J. Lin, "Principal Component Analysis Method for Detection and Classification of ECG Beat", *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Bioinformatics and Bioengineering*, pp. 318-322, 2011.
- [65] A. Ruiz-Gazen, "A Very Simple Robust Estimator of a Dispersion Matrix", *Computational Statistics and Data Analysis*, vol. 21, no. 2, pp. 149-162, 1996.

- [66] D. Meng, Q. Zhao et Z. Xu, "Improve Robustness of Sparse PCA by L1-Norm Maximization", *Pattern Recognition*, vol. 45, no. 1, pp. 487-497, 2012.
- [67] T. Chen, E. Martin et G. Montagueb, "Robust Probabilistic PCA With Missing Data and Contribution Analysis for Outlier Detection", *Computational Statistics and Data Analysis*, vol. 53, pp. 3706-3716, 2009.
- [68] M. Hubert, P. Rousseeuw et T. Verdonck, "Robust PCA for Skewed Data and its Outlier Map", *Computational Statistics and Data Analysis*, vol. 53, pp. 2264-2274, 2009.
- [69] H. H. Chou, Y. J. Chen, Y. C. Shiau et T. S. Kuo, "An Effective and Efficient Compression Algorithm for ECG Signals With Irregular Periods", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 53, no. 6, pp. 1198-1205, 2006.
- [70] M. Blanco-Velasco, F. Cruz-Roldána, J. I. Godino-Llorente, J. Blanco-Velasco, C. Armien-Aparicio et F. López-Ferrerasa, "Communication: On the Use of PRD and CR Parameters for ECG Compression", *Medical Engineering and Physics*, vol. 27, pp. 798-802, 2005.
- [71] A. Alshamali et A. S. Al-Fahoum, "Comments on: An Efficient Coding Algorithm for the Compression of ECG Signals Using the Wavelet Transform", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 50, no. 8, pp. 1034-1037, 2003.
- [72] J. Chebil, J. Al-Nabulsi et M. Al-Maitah, "A Novel Method for Digitizing Standard ECG Papers", *Proceedings of the International Conference on Computer and Communication Engineering*, Malaysia, pp. 1308-1312, May 2008.
- [73] F. Badilini, T. Erdem, W. Zareba et A. J. Moss, "ECGScan: a method for conversion of paper electrocardiographic printouts to digital electrocardiographic files", *Journal of Electrocardiology*, vol. 38, no. 4, pp. 310-318, 2005.
- [74] E. Morales, D. Sevilla, J. H. Pierluissi et H. Nazeran, "Digitization and Synchronization Method for Electrocardiogram Printouts", *Proceedings of the IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference*, China, pp. 1588-1591, Sep. 2005.
- [75] S. Bensegueni et A. Bennia, "R-Waves Localization from an Electrocardiogram Scanned Paper," *International Journal of Computing, Communication and Instrumentation Engineering*, vol. 2, no. 1, pp. 21-26, 2015.

في هذه الأطروحة حاولنا التطرق لعدة محاور تخص تحليل ، تركيب و تقليص حجم الإشارة البيانية الكهربائية للقلب إي سي جي باستعمال قاعدة البيانات أم أي تي . حيث قمنا بالكشف عن الموجة آر ضمن الموجة المركبة كيو آر أس ، وذلك بتحديد موقع كل الموجات المركبة باستخدام تحويل الموجات التكاملية الثنائي ثم استعمال حدود هذه المواقع كحدود لمجالات الكشف عن الموجة آر بواسطة خوارزمية مبتكرة تستعمل المعاملات من الدرجة الأولى لتحويل الموجات غير المترابط لتحديد بدقة موقع الموجة آر. في الجزء الثاني من العمل المنجز قمنا بتقسيم الإشارة إلى عدة مجالات متكونة من أدوار نبض القلب آر آر ، حيث شكلنا مصفوفة معلومات لاستعمالها من أجل تقليص حجم المعلومات و ذلك بواسطة طريقة تحليل المكونات الرئيسية ثم تقليصها أكثر بواسطة استخدام العتبة على الإشارة الناتجة عن تحويل جيب التمام غير المترابط . في الأخير انجزنا تطبيقاً عملياً لخوارزمية الكشف عن الموجة آر ، وذلك بعد استخلاص الإشارة البيانية الكهربائية للقلب أحادية البعد من الصورة الناتجة عن المسح الضوئي للورق المليمترى للإشارة القلبية.

إن نتائج الكشف عن الموجة آر ، تقليص حجم الإشارة و تطابق الإشارة المستخلصة مع الأصلية كانت جد مرضية و ذات دقة متناهية . مما يبرز جودة الخوارزميات المنجزة و المعروضة في هذه الأطروحة .

**الكلمات المفتاحية :** الإشارة البيانية الكهربائية للقلب ، الموجة آر ، الكشف عن الموجة ، تقليص حجم الإشارة ، تحويل الموجات تحليل المكونات الرئيسية ، تحويل جيب التمام غير المترابط .

## Abstract

In this thesis, we tried to address several topics concerning the analysis, synthesis and compression of the electrocardiogram (ECG) signal using the MIT database. Where we have detected R waves by locating each QRS complex using the dyadic wavelet transform, which defines a window of R peak search, and then, we have accurately detected the R waves by the manipulation of the first order coefficients of the discrete wavelet transform. In the second part of our work we have segmented the signal in its RR periods in order to construct vectors of a data matrix, where we extract its principal components in order to reduce the size of the information, then, we reduce more and more the size by applying a threshold on the signal resulting from the discrete cosine transform. The last algorithm designed is a practical application of the R wave detection algorithm, but, after the extraction of one-dimensional signal of the resulting scanned image of the ECG paper.

The results of R peaks detection, reducing the size of the signal and the correspondence of samples of the signal resulting from the extraction with those of the original file, was very satisfactory and with an extreme precision, demonstrating the quality of our algorithms presented in this thesis.

**Keywords:** ECG signal, R peak, waves detection, signal compression, wavelets transform, principal components analysis, discrete cosine transform.

## RESUME

Dans cette thèse, nous avons essayé d'aborder plusieurs sujets concernant l'analyse, la synthèse et la compression du signal électrocardiogramme (ECG) en utilisant la base de données MIT. Nous détectons l'onde R par l'identification de l'emplacement de chaque intervalle délimitant un complexe QRS en utilisant la transformée en ondelettes dyadique, puis exploitant les limites de ces intervalles pour pouvoir effectuer une recherche des pics et détecter avec précision l'onde R par la manipulation des coefficients du premier ordre de la transformée en ondelettes discrète. Dans la deuxième partie du travail réalisé, nous avons segmenté le signal en périodes RR constituant les vecteurs d'une matrice de données, où nous avons extrait ses composantes principales afin de réduire la taille de l'information cardiaque, puis nous avons réduit de plus en plus la taille par l'utilisation d'un seuil sur le signal résultant de la transformation en cosinus discrète. Le dernier algorithme que nous avons conçu est une application pratique de l'algorithme de détection d'ondes R, mais cela après l'extraction du tracé unidimensionnel de l'image résultante de la numérisation du papier millimétré de l'ECG.

Les résultats de détection du pic R, la réduction de la taille du signal et la correspondance des échantillons du signal résultant de l'extraction avec ceux du tracé original, était très satisfaisants et avec une extrême précision, montrant la qualité de nos algorithmes présentés dans cette thèse.

**Mots clés:** signal électrocardiogramme, pic R, détection d'ondes, compression du signal, transformée en ondelettes, analyse en composantes principale, transformée en cosinus discrète.