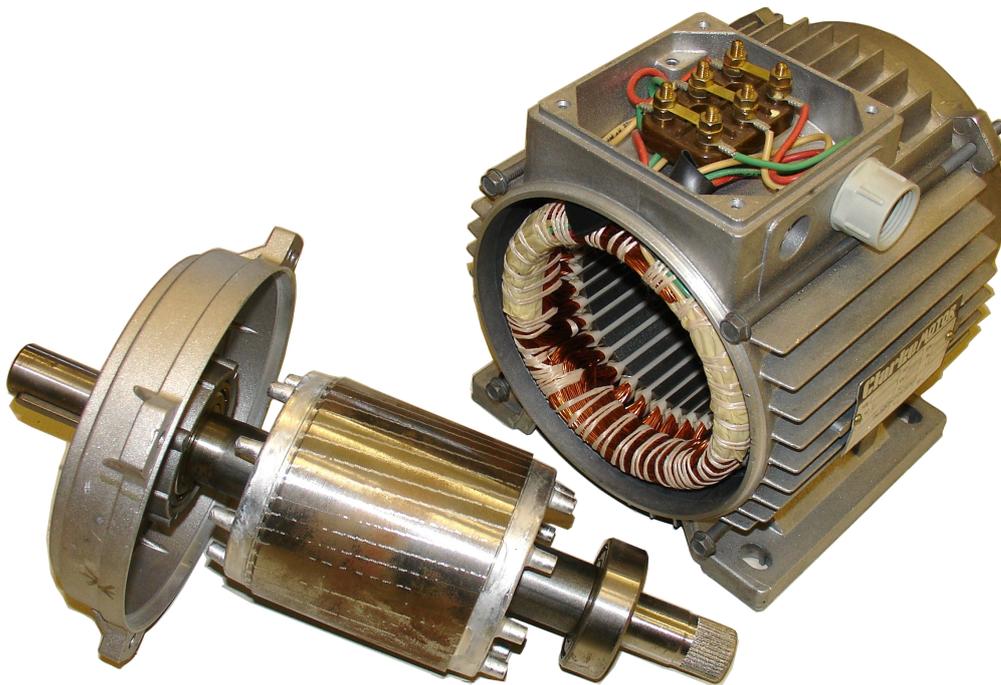


MACHINES ÉLECTRIQUES

Cours et Problèmes

Claude CHEVASSU



version du 20 juillet 2012

Table des matières

Introduction - Généralités	vii
0.1 Introduction	vii
0.2 Méthode de travail	viii
1 Transformateurs	1
1.1 Symboles	1
1.2 Principe - Équations	2
1.2.1 Constitution - Principe	2
1.3 Transformateur idéal	9
1.3.1 Transformateur parfait	9
1.3.2 Impédance ramenée	10
1.4 Transformateur réel à vide	12
1.4.1 Influence de la réluctance du circuit magnétique	13
1.4.2 Influence des pertes fer	14
1.5 Transformateur réel en charge	16
1.5.1 Schéma équivalent	16
1.5.2 Chute de tension	18
1.5.3 Essais et propriétés du transformateur	20
1.6 Transformateurs spéciaux	23
1.6.1 Autotransformateur	24
1.6.2 Transformateur de tension (TT)	27
1.6.3 Transformateur de courant (TI)	29
1.7 Transformateur triphasé	30
1.7.1 Grandeurs caractéristiques d'un transformateur triphasé	31

1.7.2	Rapport de transformation	33
1.7.3	Groupes de couplage	34
1.7.4	Conditions du couplage en parallèle	36
1.8	Mise sous tension des transformateurs	38
1.9	Exercices et problèmes sur le transformateur	43
1.9.1	Utilité du transformateur pour le transport de l'énergie électrique	43
1.9.2	Autotransformateur	43
1.9.3	Calcul du nombre de spires nécessaire pour réaliser un transformateur	44
1.9.4	Essai à vide	44
1.9.5	Fonctionnement d'un transformateur	45
1.9.6	Essai en court-circuit	45
1.9.7	Transformateur monophasé en charge	45
1.9.8	Fabrication d'un transformateur, prédétermination des éléments du schéma équivalent de Kapp	46
1.9.9	Étude du fonctionnement d'un transformateur, court-circuit, mise en parallèle	47
1.9.10	Étude d'un transformateur triphasé	49
1.9.11	Transformateur triphasé : modification du couplage du secondaire	49
1.9.12	Transformateur triphasé	49
1.9.13	corrigé de l'exercice 1.9.1, page 43	50
1.9.14	corrigé de l'exercice 1.9.2, page 43	51
1.9.15	corrigé de l'exercice 1.9.3, page 44	52
1.9.16	corrigé de l'exercice 1.9.4, page 44	53
1.9.17	corrigé de l'exercice 1.9.5, page 45	53
1.9.18	corrigé de l'exercice 1.9.6, page 45	54
1.9.19	corrigé de l'exercice 1.9.7, page 45	54
1.9.20	corrigé de l'exercice 1.9.8, page 46	56
1.9.21	corrigé de l'exercice 1.9.9, page 47	57
1.9.22	corrigé de l'exercice 1.9.10, page 49	59
1.9.23	corrigé de l'exercice 1.9.11, page 49	60

2 Généralités sur les machines électriques tournantes	61
2.1 Technologie des machines électriques	61
2.1.1 Matériaux magnétiques	61
2.1.2 Matériaux conducteurs	62
2.1.3 Matériaux isolants - Classe d'isolation	63
2.2 Services de marche	65
2.2.1 Échauffement des machines électriques	66
2.2.2 Indice de protection IPxx et IKxx	67
2.2.3 Plaque signalétique	67
2.3 Lois générales de la conversion électromécanique	69
2.4 Production de forces électromotrices	71
2.4.1 Structure de la machine	71
2.4.2 Flux magnétique	71
2.4.3 Force électromotrice induite	73
2.5 Inductions tournantes	76
2.5.1 Inducteur tournant	76
2.5.2 Inducteur triphasé fixe	77
2.6 Machine bipolaire équivalente	82
2.7 Explication microscopique du fonctionnement	82
3 Machines à courant continu	89
3.1 Symboles	89
3.2 Constitution d'une machine à courant continu	90
3.2.1 L'inducteur	90
3.2.2 L'induit	91
3.2.3 Collecteurs et balais	93
3.3 Équation générale	97
3.3.1 Force électromotrice à vide	97
3.3.2 Étude en charge	103
3.4 Moteur à courant continu	107
3.4.1 Démarrage d'un moteur	107
3.4.2 Moteur à excitation séparée (ou dérivée)	108

3.4.3	Moteur à excitation série	110
3.4.4	Moteur à excitation composée	113
3.4.5	Rendement d'un moteur - couple utile	115
3.4.6	Mise en œuvre des moteurs	116
3.5	Génératrices à courant continu	123
3.5.1	Freinage rhéostatique	123
3.5.2	Génératrice tachymétrique	125
3.5.3	Annexe : génératrices auto-excitées	125
3.6	Exercices et problèmes sur la machine à courant continu	128
3.6.1	Machine à excitation indépendante entraînant un treuil	128
3.6.2	Machine à excitation dérivée	128
3.6.3	Treuil entraîné par machine à courant continu : montée et descente	129
3.6.4	Variation de vitesse d'une machine à courant continu	130
3.6.5	Entraînement d'un treuil par une machine à courant continu : montée et descente	131
3.6.6	corrigé de l'exercice 3.6.1, page 128	132
3.6.7	corrigé de l'exercice 3.6.2, page 128	132
3.6.8	corrigé de l'exercice 3.6.3, page 129	133
3.6.9	corrigé de l'exercice 3.6.4, page 130	135
3.6.10	corrigé de l'exercice 3.6.5, page 131	137
4	Machines synchrones	139
4.1	Symboles	139
4.2	Construction - Principe	139
4.2.1	Force électromotrice	140
4.2.2	Fonctionnement en charge	147
4.3	Alternateur autonome	156
4.3.1	Machine synchrone couplée au réseau	157
4.3.2	Diagramme de Blondel	162
4.4	Couplage des alternateurs	168
4.4.1	Condition préalable au couplage	169
4.4.2	Répartition des puissances entre deux alternateurs	173

4.4.3	Conséquences des fautes de couplage	174
4.4.4	Répartition optimale des puissances	175
4.5	Exercices et problèmes sur la machine synchrone	179
4.5.1	Alternateur monophasé	179
4.5.2	Alternateur triphasé	179
4.5.3	Alternateur triphasé	180
4.5.4	Moteur synchrone	181
4.5.5	Compensateur synchrone	181
4.5.6	Groupe convertisseur tournant	182
4.5.7	Couplage d'un alternateur sur le réseau : faute de couplage	183
4.5.8	corrigé de l'exercice 4.5.1, page 179	183
4.5.9	corrigé de l'exercice 4.5.2, page 179	183
4.5.10	corrigé de l'exercice 4.5.3, page 180	184
4.5.11	corrigé de l'exercice 4.5.4, page 181	185
4.5.12	corrigé de l'exercice 4.5.5, page 181	187
4.5.13	corrigé de l'exercice 4.5.6, page 182	189
4.5.14	corrigé de l'exercice 4.5.7, page 183	192
5	Machines asynchrones	195
5.1	Symboles	195
5.2	Structure - Principes de fonctionnement	195
5.2.1	Structure	195
5.2.2	Principes de fonctionnement	197
5.2.3	Glissement - fréquences rotoriques	201
5.3	Équations - Schéma équivalent	205
5.3.1	Équations	205
5.4	Étude du courant et du couple	212
5.4.1	Courant absorbé -Diagramme du cercle	213
5.4.2	Échelle de glissement - Puissances	217
5.4.3	Étude directe du couple	219
5.5	Mise en œuvre de la machine asynchrone	220
5.5.1	Caractéristiques du moteur asynchrone	220

5.5.2	Démarrage du moteur asynchrone	223
5.5.3	Réglage de la vitesse	228
5.5.4	Réversibilité - Freinage	231
5.6	Moteur asynchrone monophasé	235
5.7	Exercices et problèmes sur la machine asynchrone	237
5.7.1	Moteur asynchrone à cage : plaque signalétique	237
5.7.2	Moteur asynchrone à cage : bilan de puissance	238
5.7.3	Moteur asynchrone : expression simplifiée du couple	238
5.7.4	Monte charge entraîné par un moteur asynchrone : fonctionnement en montée et freinage de la descente	239
5.7.5	corrigé de l'exercice 5.7.1, page 237	241
5.7.6	corrigé de l'exercice 5.7.2, page 238	242
5.7.7	corrigé de l'exercice 5.7.3, page 238	243
5.7.8	corrigé de l'exercice 5.7.4, page 239	244
6	Commande de la machine asynchrone	251
6.1	Commande scalaire	252
6.1.1	Contrôle en V/f de la machine asynchrone	252
6.1.2	Contrôle scalaire du courant	253
6.2	Commande vectorielle	254
6.2.1	Modèle de la machine asynchrone en régime transitoire	255
6.2.2	Les équations de la machine asynchrone en régime quelconque	256
6.2.3	Mise en équations de la machine asynchrone en coordonnées de Park	265
6.2.4	Équations dans différents référentiels	274
6.2.5	Contrôle vectoriel	277
6.3	Exercices et problèmes sur la commande de la machine asynchrone	282
6.3.1	Commande vectorielle à flux rotorique orienté	282
6.3.2	Corrigé de l'exercice 6.3.1, page 282	284

Introduction - Généralités

0.1 Introduction

Nom de l'auteur : Claude CHEVASSU ;

Titre : Machines électriques : cours et problèmes ;

Date : 20 juillet 2012

Copyleft : ce manuel est libre selon les termes de la Licence Libre :

<http://cesarx.free.fr/gfdlf.html>

Ce cours a été rédigé avec \LaTeX et The Gimp pour la retouche des images. Ce cours est sous licence libre, c'est-à-dire qu'il peut être copié et qu'il peut être diffusé à condition :

- d'indiquer qu'il est sous la Licence Libre ;
- d'indiquer le nom de l'auteur de l'original : Claude CHEVASSU et de ceux qui auraient apporté des modifications ;
- d'indiquer que les sources peuvent être téléchargés sur <http://mach.elec.free.fr>.

Enfin vous pouvez le modifier à condition :

- de respecter les conditions de diffusion énoncées ci-dessus ;
- d'indiquer qu'il s'agit d'une version modifiée et d'indiquer la nature et la date de la modification ;
- de diffuser vos modifications sous la même licence.

Cet ouvrage est en grande partie basée sur le cours [MIN81] dispensé par mon maître en génie électrique lorsque j'étais élève à l'École Navale : Monsieur Minot à qui je dois ma vocation !

Ce cours, à destination des élèves officiers de première classe et futurs ingénieurs mécaniciens de la marine marchande, ne présente que le fonctionnement en régime permanent des machines électriques ignorant les problématiques des régimes transitoires. L'ingénieur mécanicien est l'« exploitant » de l'installation électrique du navire et il est parfois confronté à des pannes

vicieuses. Dans ces cas, seule une très bonne connaissance des principes de bases permet de trouver l'origine du dysfonctionnement.

Afin de rendre les choses plus concrètes, nous utiliserons beaucoup de constructions vectorielles (diagramme de Kapp, de Behn-Echenburg, diagramme du cercle).

A la différence de l'ingénieur d'exploitation à terre qui n'est souvent qu'utilisateur de l'énergie électrique, l'ingénieur mécanicien *produit, transporte et utilise* cette énergie. Ce cours de deuxième année a pour but d'apporter une connaissance aussi complète que possible des deux modes de fonctionnement des machines électriques tournantes : *générateur* et *moteur*. Le transformateur, maillon essentiel du transport, sera également étudié.

Cet ouvrage a été relu soigneusement. Néanmoins des coquilles, voir des erreurs, subsistent très certainement. Si vous pensez en avoir détecté, merci de me prévenir en indiquant autant que possible la page et le paragraphe incriminé à :

`mach.elec@free.fr`

0.2 Méthode de travail

Cet ouvrage va vous permettre de suivre le cours en classe en pratiquant une écoute très active car vous serez délivré de la corvée de la prise de note.

Vous pourrez comprendre et anticiper la suite du cours. Vous pourrez poser des questions : il n'y a pas de questions idiotes, il n'y a que des idiots qui n'osent pas poser de question. Il faut à tout prix évacuer les zones d'ombre que vous ne comprenez pas bien et pour cela interroger le professeur.

Il faut travailler le cours le soir même, le relire, l'apprendre, l'assimiler, ces opérations transfèrent les informations au subconscient qui peut alors commencer son travail de digestion et de maturation des connaissances. Il ne faut jamais oublier que la mémoire est basée sur un fonctionnement biologique dont la répétition est le mécanisme fondamental. Pour que la mémorisation soit « durable », il faut « repasser ¹ ses leçons ».

1. repasser son cours signifie revoir son cours. J'aime bien le côté désuet du terme « repassage ». On pourrait employer le terme plus à la mode de « feed back » qui est un terme issu de la théorie des asservissements et que l'on peut traduire par « retour en arrière et vérification » ou

Repasser ses leçons consiste à contrôler systématiquement, sans s'aider de notes et sans aide extérieure, ce que l'on vient d'apprendre (exercices et cours). Vous pouvez effectuer ce contrôle de trois manières possibles :

Mentalement : c'est une méthode rapide et que vous pouvez effectuer n'importe où, par exemple dans les transports en commun, en attendant à la caisse d'un magasin, ... Essayez de vous rappeler mentalement, et sans vous aider de vos notes, le cours et les exercices vus en classe.

Par écrit : après avoir relu votre cours ou résolu un problème, essayez de retrouver par écrit les principaux paragraphes, démonstrations ou résolution sans vous aidez d'aucun support.

Par oral : expliquer à des amis la leçon que vous venez d'apprendre ou l'exercice que vous venez de résoudre constitue une excellente manière de contrôler que vous possédez votre sujet, c'est aussi un fabuleux moyen pour l'approfondir. En fait, il n'y a guère de meilleur moyen pour apprendre quelque chose que de l'expliquer, de l'enseigner... alors n'hésitez pas à aider les collègues !

Choisissez le type de « repassage » qui vous convient le mieux et faites-en le plus régulièrement possible après avoir revu en profondeur votre cours.

Revoyez votre cours par couches successives : pour apprendre un gros volume de cours, rien n'est plus inefficace que l'attaquer de front, de manière linéaire. La bonne manière consiste à revoir son cours par couches successives :

1^{re} couche : d'abord, vous survolez l'ensemble du cours en ne retenant que la structure, le plan (étape devant durer 5 minutes environ).

2^e couche : Dans l'étape suivante (deuxième couche, d'une durée d'environ 10 à 15 minutes), on reprend son cours depuis le début en retenant cette fois également les théorèmes, les définitions et les résultats importants. Après cette deuxième couche, on a déjà une idée claire de la structure de l'ensemble du cours.

3^e couche : on reprend son cours du début pour cette fois-ci l'étudier en profondeur en apprenant le détail des démonstrations, les calculs de base à savoir effectuer. Il faut saisir le « truc » des définitions, des exercices types pour être capable de les refaire seul.

Pour s'approprier ce cours d'électrotechnique, il ne suffit pas de lire le cours et d'écouter en cours, il faut être très actif : il FAUT faire des exercices, des problèmes. Cela développe des qualités comme la patience, la ténacité, la persévé-

encore dans le domaine militaire : débriefing après une mission.

rance, le courage. Seule la confrontation réelle à la difficulté vous fera progresser. Les concepts nouveaux que vous devez appréhender s'acquièrent par un long processus de distillation dans l'alambic du subconscient. Faire des exercices et des problèmes est *essentiel* pour que ce processus arrive à son terme.

Mais, lorsque vous entamez un exercice, un problème, il ne faut pas vous précipiter sur la solution. Il faut que vous sachiez « sécher » avant de jeter le moindre regard sur la solution.

Encore une fois, bien que cela puisse être tentant, nous vous rappelons qu'il est parfaitement inutile de lire la correction d'une question que l'on n'a pas cherché à résoudre auparavant ! Si la solution vous échappe, si le temps vous manque, après un certain temps de « séchage », consultez la solution. Plus vous aurez séché, plus vous la lirez rapidement et plus vous vous direz « mais c'est bien sûr, comment ais-je pu passer à côté ? ». Vous en retirerez tout de même le suc essentiel, la « substantifique moelle ». Si vous consultez tout de suite les solutions après avoir lu l'énoncé, vous perdez purement et simplement votre temps.

Lorsque vous aurez fait un ou des exercices, revenez dessus, disséquez-les, analysez-les à fond. Lorsque vous aurez consulté la solution, au cas où vous n'êtes arrivé à rien, demandez-vous comment vous auriez dû procéder pour la trouver tout seul. Essayez d'imaginer comment on pourrait inventer une suite à l'exercice (si c'est possible), comment on pourrait le compliquer. C'est très formateur.

Pour être réellement utile, votre travail doit se diviser en deux étapes principales :

1. Afin d'éprouver vos connaissances et votre réflexion, vous devez essayer de résoudre l'exercice ou le problème dans son intégralité, question par question, sans faire appel à la correction et en vous imposant une limite de temps. En cas de difficulté, il faudra vous reporter d'abord à votre cours (pour vérifier qu'il est bien assimilé).
2. Il vous faudra reprendre le sujet en confrontant votre copie et la correction proposée afin de vérifier vos réponses et de comprendre les questions non traitées.

Une tendance très répandue consiste à abattre les exercices à la chaîne, mais superficiellement, en espérant que le jour du contrôle, l'on aura déjà vu ce type de problème et que l'on saura s'en souvenir. Cette méthode ne fonctionne pas car la seule manière de se souvenir d'un exercice d'électrotechnique ou d'électronique c'est de l'avoir parfaitement compris et assimilé. C'est ainsi que les connexions mentales qui permettent de résoudre un exercice se mettent en

place dans le cerveau.

Prenez également l'habitude, après chaque exercice, de faire un « retour en arrière » en faisant ressortir la démarche générale et en tissant des liens avec le cours. Bref, il ne faut pas vous contenter de résoudre l'exercice, mais il vous faut lui apporter de la *valeur ajoutée* et vous interroger sur son contenu.

Gagnez en rapidité : prenez l'habitude, en travaillant chez vous, de vous concentrer sur une seule chose à la fois. Essayez de contenir tout votre travail à la maison dans une plage horaire serrée. Engagez-vous, par exemple, à travailler chez vous tous les jours à l'intérieur d'un emploi du temps que vous vous fixez, et efforcez-vous de ne jamais déborder (quelle que soit votre charge de travail). L'étroitesse de la plage horaire vous obligera à devenir efficace, à vous « arracher les tripes » et à ne pas vous endormir.

Lors de la résolution de problème, travaillez chez vous dans les mêmes conditions que lors d'un devoir surveillé. Si les seuls moments où vous vous pressez sont les contrôles écrits, vous ne deviendrez jamais rapide.

Pour plus de détail concernant « la » méthode de travail à acquérir, voir :

http://mach.elec.free.fr/methode_de_travail.htm

Chapitre 1

Transformateurs

Le transformateur est un convertisseur « alternatif-alternatif » qui permet de modifier la valeur efficace d'une tension alternative en maintenant la fréquence et la forme de l'onde inchangées.

Les transformateurs sont des machines entièrement statiques, cette absence de mouvement est d'ailleurs à l'origine de leur excellent rendement. Leur utilisation est primordiale pour le transport de l'énergie électrique où l'on préfère « transporter des volts plutôt que des ampères ». Ils assurent l'élévation de tension entre la source (alternateurs EDF fournissant une tension de 20000 V) et le réseau de transport (400000 V en Europe, 1000000 V en Russie ou au Canada), puis ils permettent l'abaissement de la tension du réseau vers l'utilisateur. En outre, le transformateur procure un isolement entre réseaux et permet de changer de *régime de neutre*.

Les transformateurs sont réalisés en toutes puissances et tensions, de quelques VA et à basse tension pour l'alimentation de circuits électroniques à quelques centaines de MVA et de kV pour l'alimentation ou le couplage des réseaux de transport de l'énergie électrique.

Le transformateur est également utilisé comme *adaptateur d'impédance* en électronique.

Nous étudierons tout d'abord le transformateur monophasé et nous verrons comment en déduire les propriétés des transformateurs triphasés.

1.1 Symboles

On peut employer deux symboles pour représenter le transformateur monophasé. Sur celui de la Figure 1.1 (a), les trois barres verticales symbolisent le

noyau magnétique qui permet à l'énergie magnétique de passer du bobinage primaire au bobinage secondaire.

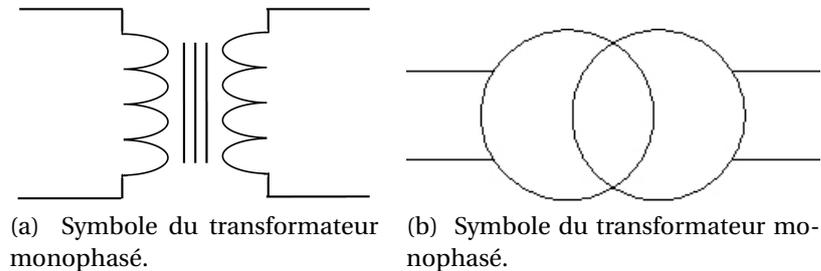


FIGURE 1.1 – Symboles du transformateur.

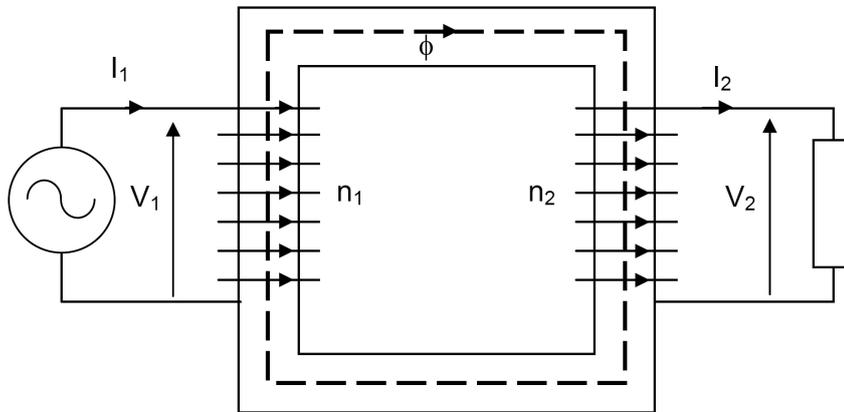
1.2 Principe - Équations

1.2.1 Constitution - Principe

Un transformateur comprend :

- un circuit magnétique fermé :
 - ➔ de perméabilité magnétique aussi haute que possible afin de faciliter le plus possible le passage des lignes de champ magnétique ;
 - ➔ d'hystérésis aussi faible que possible pour limiter les pertes ;
 - ➔ feuilleté (tôles de 0,2 à 0,3 mm d'épaisseur) afin de limiter les courants de FOUCAULT ;
 - ➔ de résistance électrique aussi élevée que possible, toujours dans le but d'affaiblir les courants de FOUCAULT, à cette fin on utilise des aciers au silicium (2 à 3 %).
- deux enroulements (bobines) :
 - ➔ le *primaire* alimenté par un générateur de tension alternative de tension V_1 et comportant n_1 spires. Il absorbe le courant I_1 . Le primaire transforme l'énergie électrocinétique reçue en énergie magnétique. C'est un *récepteur* d'énergie électrique qui transforme cette énergie en énergie magnétique ;
 - ➔ le *secondaire* comporte n_2 spires ; il fournit, sous la tension V_2 , un courant I_2 au dipôle récepteur. Le secondaire transforme l'énergie magnétique reçue du primaire en énergie électrocinétique. C'est un *générateur* d'énergie électrique.

Les deux enroulements sont isolés électriquement, mais magnétiquement couplés par le flux ϕ .

FIGURE 1.2 – le flux magnétique est noté ϕ .

L'un des deux bobinages joue le rôle de primaire, il est alimenté par une tension variable et donne naissance à un flux variable dans le circuit magnétique. Le circuit magnétique conduit avec le moins de réluctance¹ possible les lignes de champ magnétique créées par le primaire à travers les spires du deuxième bobinage.

D'après la loi de Faraday, ce flux magnétique variable induit une force électromotrice (f.é.m.) dans le deuxième bobinage qui est appelé secondaire du transformateur.

Si le dipôle alimenté par le transformateur absorbe une puissance $P_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$ (φ_2 étant le déphasage dû au dipôle), le primaire qui se comporte comme un récepteur vis à vis du réseau absorbe $P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$ (φ_1 étant le déphasage entre V_1 et I_1).

La conservation de la puissance permet d'écrire au rendement près : $P_1 = P_2$.

De par son principe, le transformateur ne peut pas fonctionner s'il est alimenté par une tension continue. Le flux doit être variable pour induire une f.é.m. au secondaire, il faut donc que la tension primaire soit variable.

Le transformateur est réversible, chaque bobinage peut jouer le rôle de primaire ou de secondaire. Le transformateur peut être abaisseur ou élévateur de tension.

Il peut y avoir plus d'un enroulement secondaire. Par exemple, dans le cas d'un transformateur abaisseur fournissant une tension efficace de 24 V, une

1. La réluctance caractérise l'opposition au passage des lignes de champ magnétique, elle est l'équivalent de la « résistance » qui, elle, caractérise l'opposition d'un conducteur au passage du courant électrique.

tension de 12 V et une autre de 5 V, on a un primaire et trois secondaires. L'isolement électrique et l'échauffement constituent les limitations des enroulements.

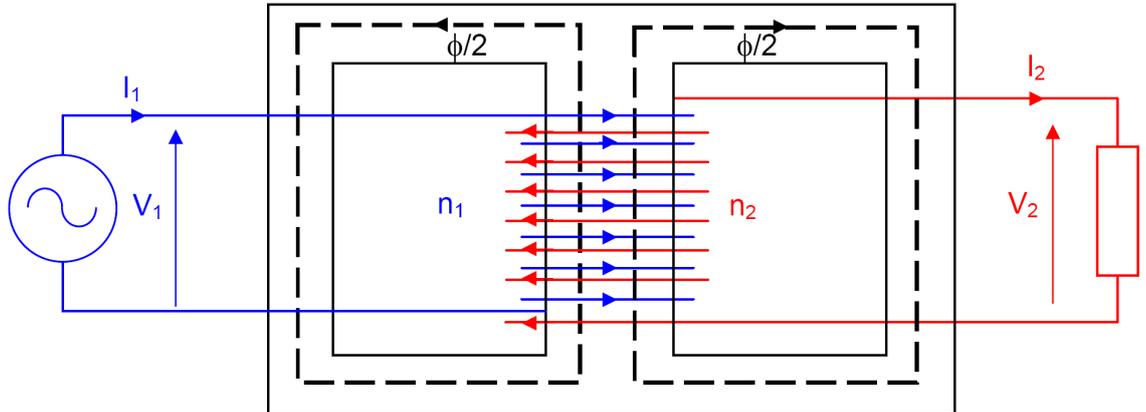


FIGURE 1.3 – Transformateur cuirassé.

On rencontre essentiellement le transformateur cuirassé (figure 1.3) dans lequel les bobines sont coaxiales. Ce type de transformateur émet moins de lignes de champ magnétique à l'extérieur (fuites). Que ce soit le transformateur de la figure 1.2 ou bien celui de la figure 1.3, les deux enroulements sont isolés électriquement, mais magnétiquement couplés par le flux ϕ .

Les grandeurs physiques apparaissent dans l'ordre chronologique suivant, il est nécessaire de bien assimiler cette chaîne de causalité afin de placer correctement tensions et courants sur un schéma :

1. On choisit arbitrairement un instant où la d.d.p. du générateur a le sens que l'on souhaite (ici elle est orientée vers le haut) : voir la figure 1.4.
2. A cet instant, le transformateur est un récepteur, le courant sort par la borne « + » du générateur et rentre par une borne « + » dans le transformateur. On a donc déterminé le sens du courant parcourant l'enroulement primaire à cet instant : voir la figure 1.5.
3. Le sens du courant primaire détermine, d'après la règle du tire-bouchon de Maxwell par exemple, le sens du flux magnétique produit à cet instant par l'enroulement primaire. Ce flux est qualifié de « flux inducteur » : voir la figure 1.6.
4. En admettant que le courant primaire est en train de croître à l'instant considéré, il en est de même pour le flux magnétique, canalisé par le circuit magnétique, à travers l'enroulement secondaire. Selon la de Faraday,

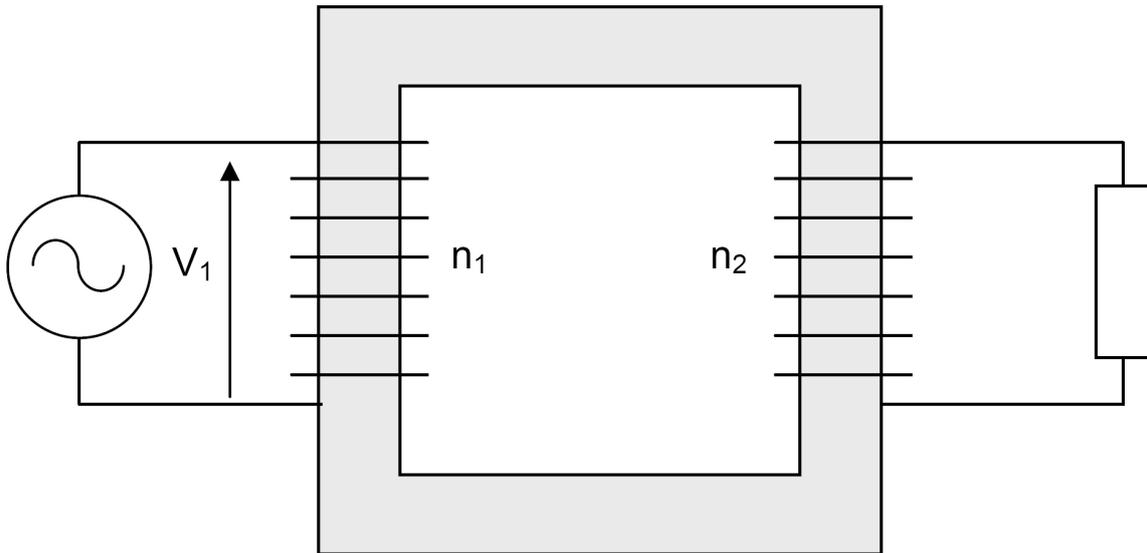


FIGURE 1.4 – chaîne de causalité du transformateur : étape 1.

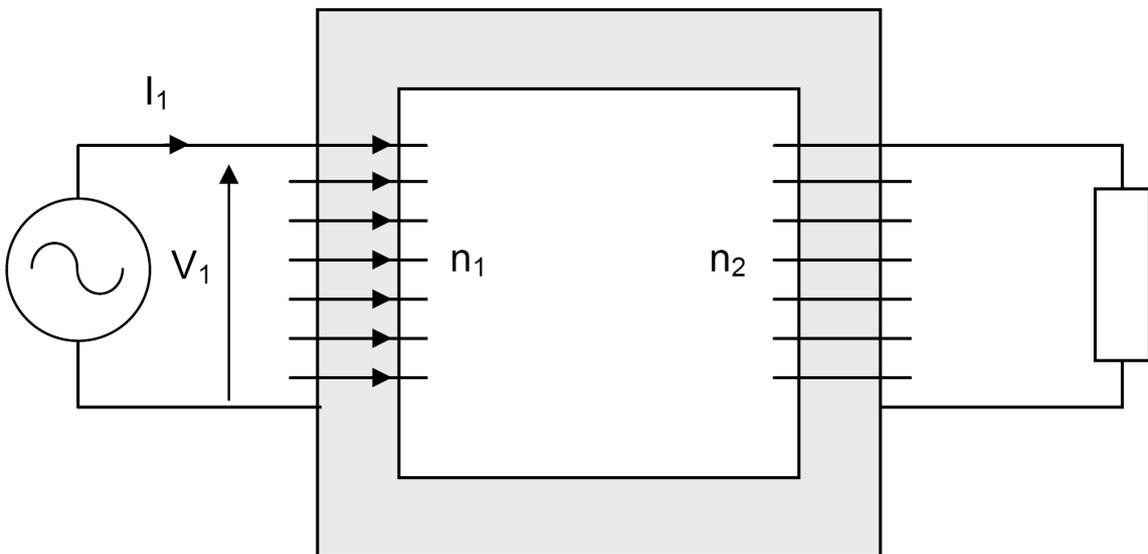


FIGURE 1.5 – chaîne de causalité du transformateur : étape 2.

un courant va apparaître dans le secondaire (celui-ci étant fermé sur un récepteur). D'après la loi de Lenz, le sens de ce courant secondaire sera tel qu'il créera un flux induit antagoniste au flux inducteur. La règle du tire-bouchon de Maxwell permet de déterminer le sens du courant secondaire : voir la figure 1.7.

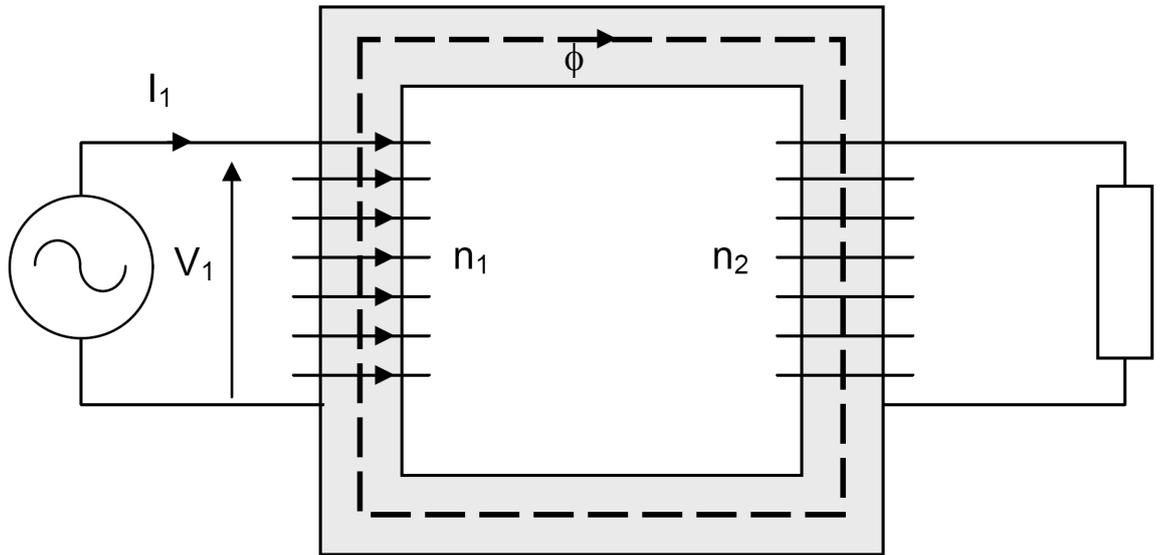


FIGURE 1.6 – chaîne de causalité du transformateur : étape 3.

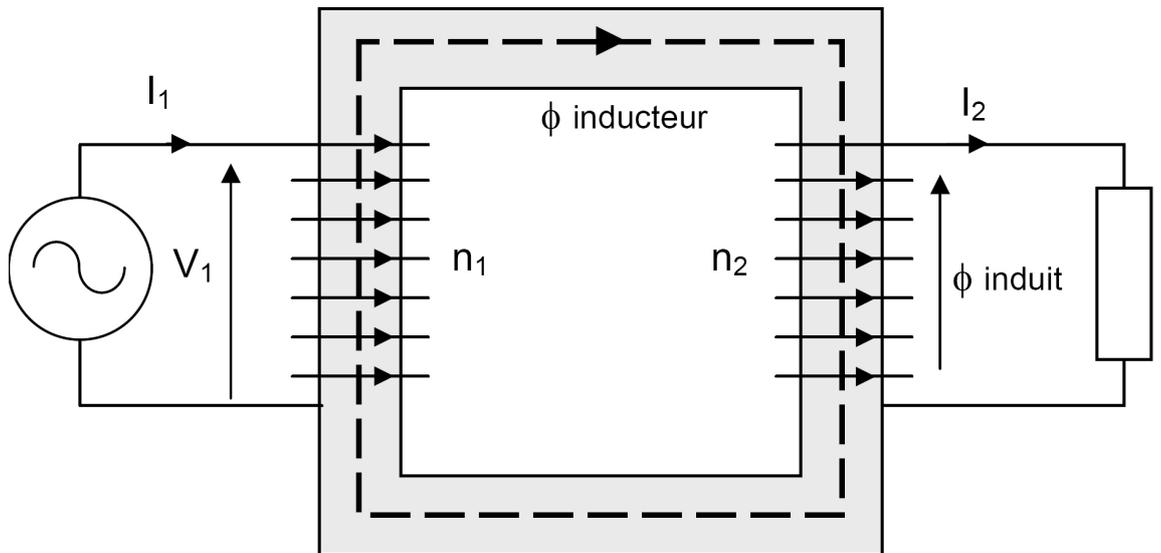


FIGURE 1.7 – chaîne de causalité du transformateur : étape 4.

5. L'enroulement secondaire est un récepteur d'énergie magnétique et un générateur d'énergie électrocinétique. Le courant sort par la borne « + », la polarité, le sens du vecteur tension secondaire à cet instant en découle : voir la figure 1.8.

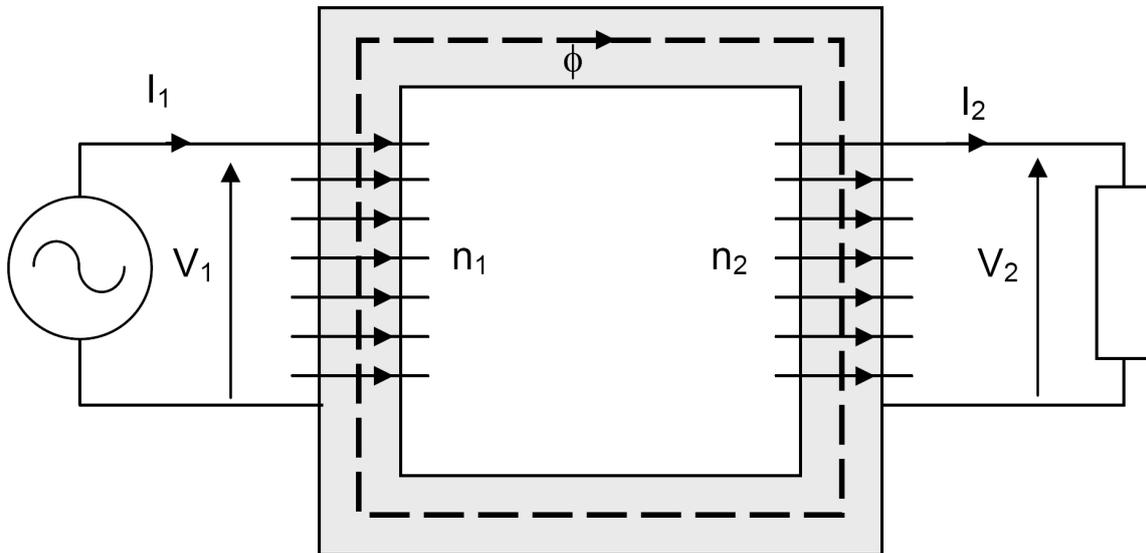


FIGURE 1.8 – chaîne de causalité du transformateur : étape 5.

Nous appellerons ϕ le flux commun aux deux enroulements, ce flux circule dans le circuit magnétique.

Les enroulements primaires et secondaires sont épais. À part la couche de spires enroulée directement sur le circuit magnétique, toutes les autres sont à des distances croissantes de celui-ci. Cela entraîne qu'un certain nombre de lignes de champ se referment dans l'air plutôt que par le circuit magnétique comme le montre la figure 1.9. Ce phénomène est à l'origine d'un *flux de fuite* au primaire et au secondaire. À un instant donné, le flux de fuite à travers une spire du primaire F_1 a le même sens que le flux magnétique commun ϕ tandis qu'au même instant, le flux de fuite à travers une spire du secondaire circule dans le sens contraire du flux commun ϕ comme le montre la figure 1.9.

Soit F_1 et F_2 les flux de fuites propres à chaque enroulement :

le flux total traversant une spire du primaire est : $\underline{\phi}_1 = \underline{\phi} + \underline{F}_1$

le flux total traversant une spire du secondaire est : $\underline{\phi}_2 = \underline{\phi} - \underline{F}_2$

En considérant l'instant où la figure 1.9 donne les sens des courants et des flux, si R_1 et R_2 sont les résistances des enroulements, on peut écrire, en régime sinusoïdal (en supposant le circuit magnétique non saturé) :

$$\underline{V}_1 = +R_1 \underline{I}_1 + j\omega n_1 \underline{\phi}_1$$

$$\underline{V}_2 = -R_2 \underline{I}_2 + j\omega n_2 \underline{\phi}_2$$

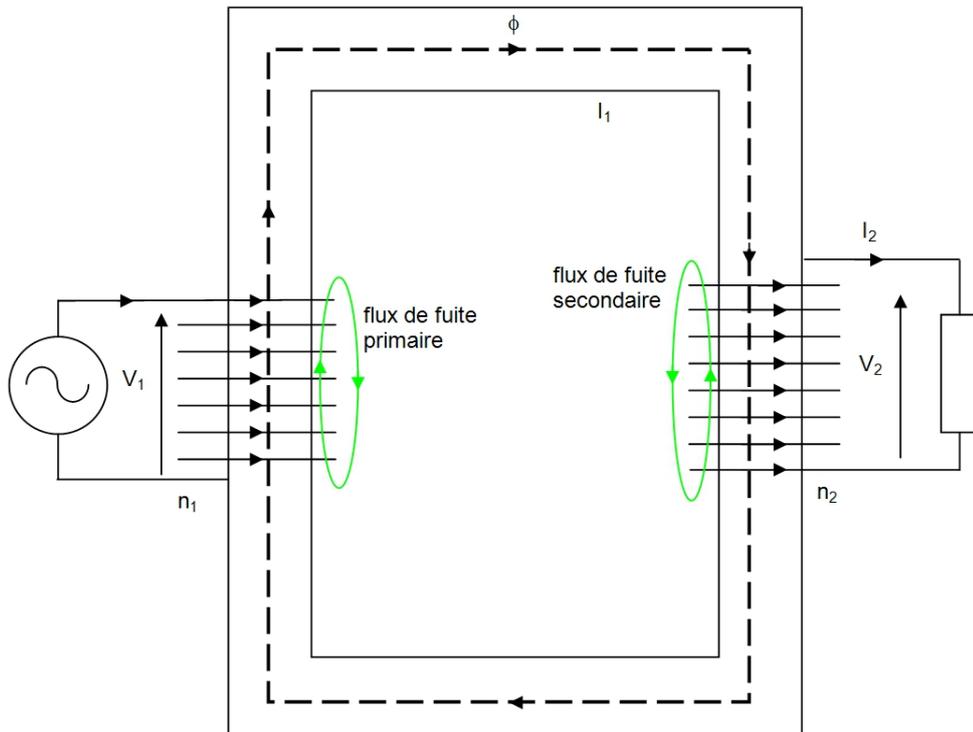


FIGURE 1.9 – Flux de fuite au primaire et au secondaire à un instant donné.

(Le signe – provient du sens choisi pour I_2 qui est « fourni » par le secondaire.)

Le flux commun ϕ est donné par la relation de Hopkinson dans laquelle on néglige les fuites devant ϕ :

$$n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} = \mathcal{R} \underline{\phi}$$

\mathcal{R} étant la réluctance du circuit magnétique.

Les lignes de champ des flux de fuite se referment dans l'air, aussi les flux de fuite sont-ils proportionnels aux intensités qui les produisent. Le flux de fuites propres au primaire, F_1 est proportionnel au courant dans le primaire, on écrit :

$$n_1 \underline{F_1} = \ell_1 \cdot \underline{I_1}$$

ℓ_1 : inductance de fuites du primaire

De même pour le secondaire :

$$n_2 \underline{F}_2 = \underline{\ell}_2 \cdot \underline{I}_2$$

$\underline{\ell}_2$: inductance de fuites du secondaire

On obtient finalement l'ensemble des équations du transformateur :

$$\underline{V}_1 = (R_1 + j\omega \underline{\ell}_1) \underline{I}_1 + j n_1 \omega \underline{\phi}$$

$$\underline{V}_2 = -(R_2 + j\omega \underline{\ell}_2) \underline{I}_2 + j n_2 \omega \underline{\phi}$$

$$n_1 \underline{I}_1 - n_2 \underline{I}_2 = \underline{\mathcal{R}} \underline{\phi}$$

Il reste à introduire les pertes fer du circuit magnétique.

1.3 Transformateur idéal

Afin de dégager les aspects fondamentaux, et compte tenu des ordres de grandeurs, il est commode d'utiliser la notion de transformateur idéal (sans pertes ni fuites) ou *transformateur parfait*. Nous verrons ensuite qu'un transformateur réel peut être étudié à partir de ce modèle en y introduisant les paramètres négligés ici.

1.3.1 Transformateur parfait

Un transformateur parfait :

- n'a pas de fuite magnétiques : $\underline{\ell}_1 = \underline{\ell}_2 = 0$;
- n'a pas de pertes Joule : $R_1 = R_2 = 0$;
- possède un circuit magnétique infiniment perméable : $\underline{\mathcal{R}} = 0$ « supra-réductant » ;
- n'a pas de pertes fer.

NOTA : Le transformateur réel est, numériquement, assez proche de ces hypothèses.

Les équations se simplifient :

$$\underline{V}_1 = j n_1 \omega \underline{\phi}$$

$$\begin{aligned} \underline{V}_2 &= j n_2 \omega \underline{\phi} \\ n_1 \underline{I}_1 - n_2 \underline{I}_2 &= 0 \end{aligned}$$

En éliminant le flux commun et en utilisant la relation d'Hopkinson, on obtient la relation fondamentale :

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

Les tensions sont dans le rapport des nombres de spires. Le nombre $\frac{n_2}{n_1}$ (ou son inverse, selon les auteurs) est appelé *rapport de transformation*. Le transformateur permet d'élever ou de diminuer la tension.

On remarque d'autre part que le flux ϕ est lié à la tension d'alimentation ; on a en module :

$$\phi = \frac{V_1}{\omega n_1}$$

Dans le circuit magnétique, si S est sa section, l'induction a pour valeur efficace :

$$B_{eff} = \frac{\phi}{S} = \frac{B_{max}}{\sqrt{2}}$$

L'induction maximale B_{max} étant limitée par la saturation des matériaux, nous voyons que pour S , ω , n_1 donnés, la tension applicable à un enroulement est aussi limitée :

$$B_{max} = \frac{\sqrt{2}}{\omega S n_1} V_1 \leq B_{saturation}$$

En fonctionnement industriel, V_1 , ω sont des constantes : par suite la valeur efficace du flux dans le circuit est, elle aussi, constante.

Connaissant V_1 , $B_{saturation}$, f , S , on peut en déduire le nombre de spires minimum devant constituer le primaire du transformateur.

1.3.2 Impédance ramenée

Les équations complexes précédentes montrent que si le déphasage dû au dipôle de charge est φ_2 , on retrouve ce même angle entre V_1 et I_1 :

Le rendement est évidemment égal à un :

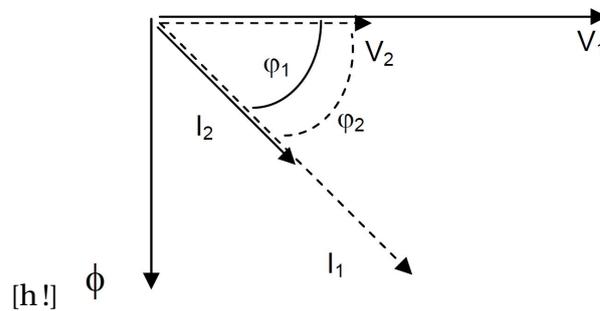


FIGURE 1.10 – déphasage tension courant au primaire d'un transformateur parfait.

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = V_2 I_2 \cos \varphi_2$$

Le dipôle alimenté par le secondaire peut être représenté par une f.é.m. E_2 et une impédance Z_2 (modèle de THÉVENIN) comme le montre la figure 1.11.

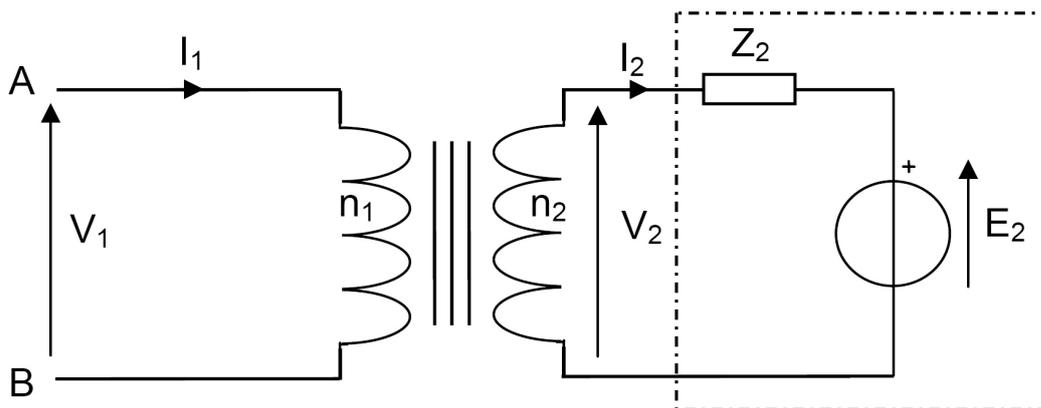


FIGURE 1.11 – Transformateur parfait alimentant un dipôle modélisé par THÉVENIN.

Cherchons à quel générateur (E_1, Z_1) est équivalent le montage vu des bornes A et B :

$$\underline{V}_2 = \underline{E}_2 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2$$

Éliminons \underline{V}_2 et \underline{I}_2 en les remplaçant par leur expression en fonction des grandeurs primaires :

$$\underline{V}_1 = \frac{n_1}{n_2} \left(\underline{E}_2 + \underline{Z}_2 \frac{n_1}{n_2} \underline{I}_1 \right) = \frac{n_1}{n_2} \underline{E}_2 + \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \underline{Z}_2 \underline{I}_1$$

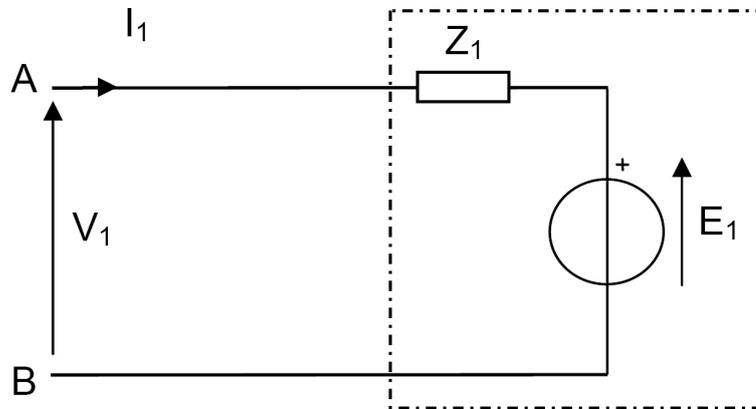


FIGURE 1.12 – Modèle de Thevenin du transformateur parfait alimentant un dipôle.

$$\underline{V_1} = \underline{E_1} + \underline{Z_1} \underline{I_1}$$

Par identification, on a :

$$\underline{E_1} = \frac{n_1}{n_2} \underline{E_2}$$

$$\frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2$$

On retiendra ce dernier résultat en notant que, pour les impédances, c'est le carré du rapport des nombres de spires qui compte (théorème du *transfert d'impédance*). Cela va nous permettre de simplifier des schémas équivalents du transformateur. Dans le domaine de l'électronique, cette relation est souvent utilisée afin de calculer les transformateurs chargés d'adapter les impédances des hauts-parleurs à l'impédance de sortie des amplificateurs.

1.4 Transformateur réel à vide

Un transformateur parfait à vide, c'est à dire tel que $I_2 = 0$, n'absorberait aucun courant primaire, et serait équivalent, vu des bornes d'entrée du primaire, à une impédance infinie. En fait, le transformateur réel absorbe un courant à vide, faible devant le courant nominal et qui dépend de la qualité du circuit magnétique (réductance, pertes fer).

1.4.1 Influence de la réluctance du circuit magnétique

Si on ne néglige plus \mathcal{R} , on a :

$$\underline{V}_1 = j n_1 \omega \underline{\phi}$$

$$\underline{V}_2 = j n_2 \omega \underline{\phi}$$

$$n_1 \underline{I}_1 - n_2 \underline{I}_2 = \mathcal{R} \underline{\phi}$$

Le rapport des tensions n'est pas modifié, mais pour les courants, on peut écrire :

$$\underline{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \underline{\phi} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \frac{\mathcal{R} \underline{V}_1}{j \omega n_1^2}$$

Le second terme de cette expression est le courant magnétisant du transformateur \underline{I}_{10} :

$$\underline{I}_{10} = \frac{\underline{V}_1}{j \omega \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}} = \frac{\underline{V}_1}{j \omega L_1}$$

avec

$$L_1 = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}$$

L_1 est l'inductance propre de l'enroulement primaire.

À vide, $I_2 = 0$, et le primaire du transformateur absorbe le courant I_{10} ; nous trouvons évidemment que le primaire, utilisé seul, se comporte comme une inductance de n_1 spires, placées sur un circuit magnétique de réluctance \mathcal{R} .

Si V_1 et ω sont des constantes, I_{10} est constant.

On peut donc écrire :

$$\underline{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{10} \quad \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Il est recommandé de traduire ces équations par un schéma équivalent au transformateur réel (voir la figure : 1.13) et qui comprend :

- un transformateur parfait de même nombres de spires n_1 et n_2 que le transformateur réel ;

- une inductance L_1 en parallèle et dans laquelle passe le courant magnétisant I_{10} .

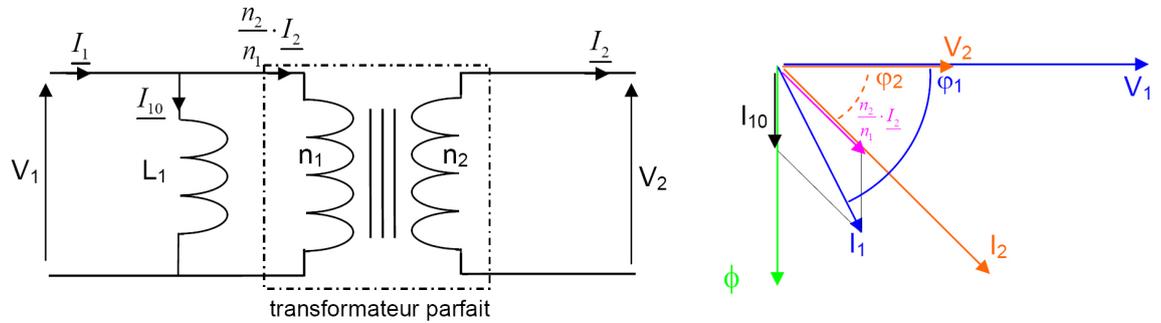


FIGURE 1.13 – Modèle du transformateur réel à vide, représentation vectorielle des courants.

1.4.2 Influence des pertes fer

Le flux alternatif engendre, par hystérésis et courants de Foucault, un échauffement du circuit magnétique : les « pertes fer ». Cela correspond à une absorption supplémentaire de puissance active approximativement proportionnelle au carré du champ magnétique B et à la fréquence f . Le flux étant déterminé par la tension appliquée (à fréquence donnée), les pertes fer seront proportionnelles au carré de la tension. Elles interviendront en permanence dans le rendement mais seront particulièrement mises en évidence lors du fonctionnement à vide. Un transformateur sans pertes fer n'absorberait, à vide, aucune puissance active (l'inductance L_1 n'absorbe que de la puissance réactive) ; le transformateur réel à vide absorbe en fait une puissance correspondant à ces pertes fer.

Cela signifie qu'à vide, le transformateur réel absorbe un courant I_{1V} qui comporte, outre le courant magnétisant I_{10} , un courant I_{1F} , en phase avec la tension, correspondant aux pertes fer :

$$P_V = P_{fer} = V_1 I_{1F} = V_1 I_{1V} \cos \varphi_{1V}$$

φ_{1V} étant le déphasage entre V_1 et I_{1V} .

La relation ci-dessous se traduit par les vecteurs de Fresnel disposés suivant la figure 1.14 :

$$\underline{I_{1V}} = \underline{I_{10}} + \underline{I_{1F}}$$

A fréquence constante, I_{1F} est proportionnel à V_1 .

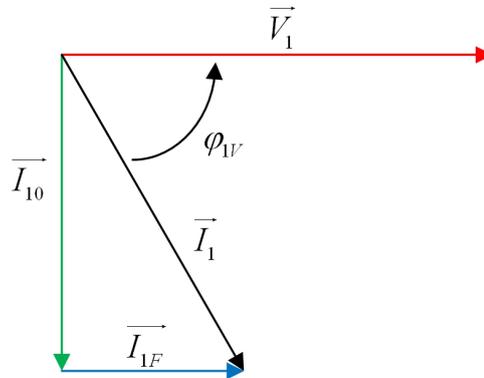


FIGURE 1.14 – Décomposition du courant I_{1V} absorbé à vide en courant du aux pertes fer I_{1F} et en courant du à la création du flux I_{10} .

Il est commode de compléter le schéma équivalent en représentant les pertes fer par une résistance *fictive* R_F , absorbant sous la tension V_1 le courant I_{1F} ; R_F est telle que :

$$P_{fer} = V_1 I_{1F} = \frac{V_1^2}{R_F}$$

on aura donc finalement :

$$\underline{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{1V} \text{ et } \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

REMARQUES :

- Aux forts courants, $I_1 \gg I_{1V}$ et on retrouve la relation du transformateur parfait.
- En fait, à cause de la saturation, le courant à vide n'est pas sinusoïdal : le flux imposé par la tension est sinusoïdal, de même que l'induction ($v_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt}$) ; par suite, le courant ne le sera pas.

En présence de l'hystérésis, il y a en outre déphasage de la composante fondamentale du courant en avance sur le flux (courbe montante puis descendante : le courant s'annule avant le flux).

En charge, les courants I_1 et I_2 seront pratiquement sinusoïdaux car seule leur différence, faible, magnétise le circuit et subit la distorsion.

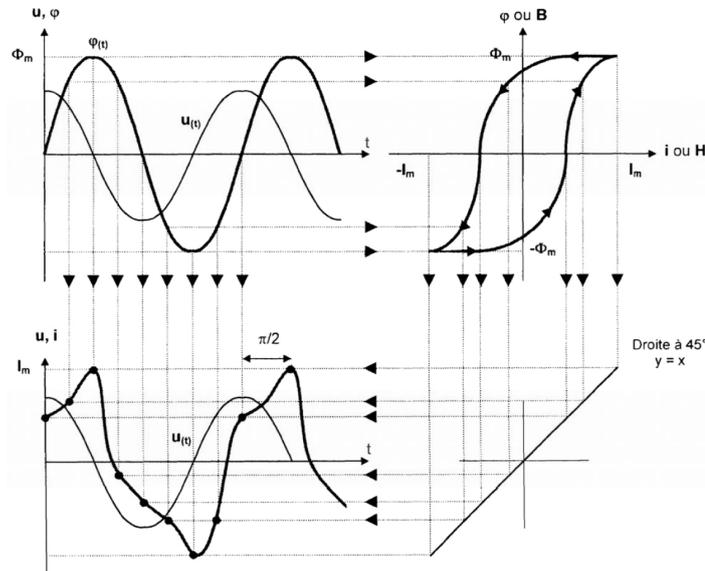


FIGURE 1.15 – Courant non sinusoïdal absorbé par le transformateur à vide.

1.5 Transformateur réel en charge

1.5.1 Schéma équivalent

Lorsque les courants sont importants, on doit tenir compte des chutes de tension dans les résistances et dans les inductances de fuites.

Le courant magnétisant et les pertes fer restent liés au flux. Le schéma équivalent de la figure 1.16 traduit les équations complètes :

$$\underline{V}_1 = (R_1 + j\omega\ell_1) \underline{I}_1 + jn_1\omega\phi$$

$$\underline{V}_2 = -(R_2 + j\omega\ell_2) \underline{I}_2 + jn_2\omega\phi$$

$$\underline{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{1V} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{10} + \underline{I}_{1F}$$

Le schéma équivalent de la figure 1.16 comporte un transformateur parfait placé sous les tensions fictives ($jn_1\omega\phi$) et ($jn_2\omega\phi$).

En pratique, la chute de tension dans R_1 et ℓ_1 est faible devant V_1 et, pour le calcul du courant I_{1V} , lui-même faible, il est inutile d'en tenir compte. On obtient alors un schéma plus simple et suffisamment précis (voir 1.17).

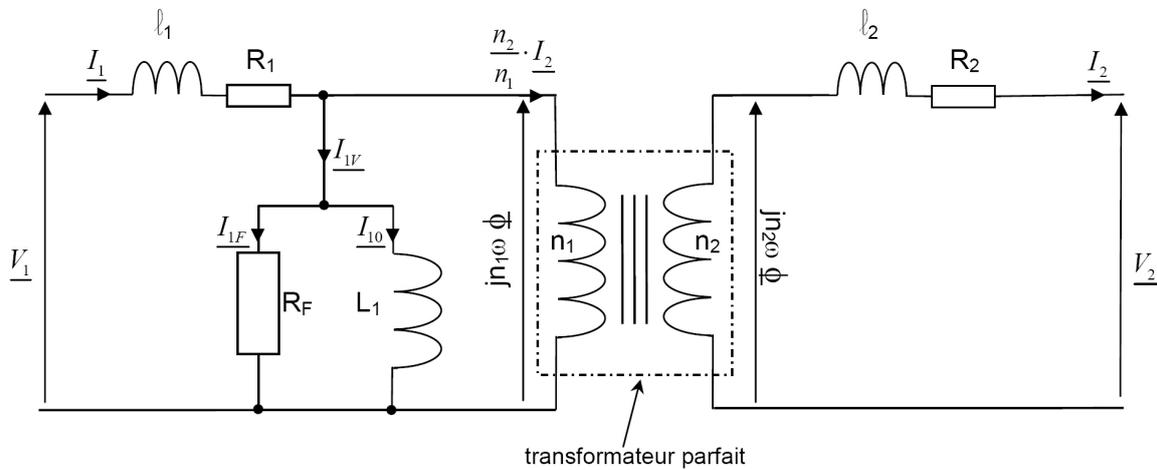


FIGURE 1.16 – Schéma équivalent du transformateur réel en charge : prise en compte des pertes fer et du courant magnétisant.

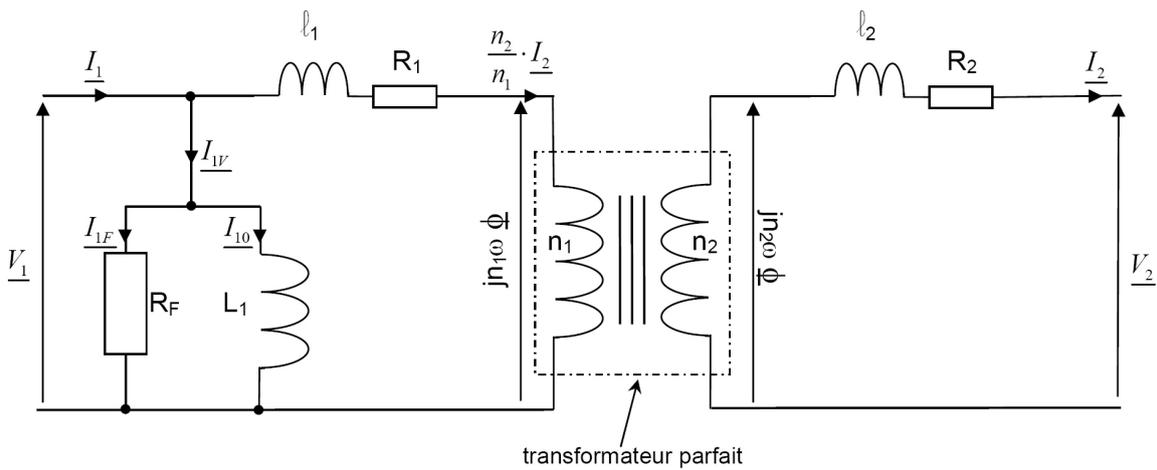


FIGURE 1.17 – Schéma équivalent du transformateur réel en charge : simplification

On peut enfin réduire ce schéma en utilisant le théorème du transfert d'impédance, on peut ramener R_1 et l_1 au secondaire en les multipliant par $\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ et en les regroupant avec R_2 et l_2 ; on pose :

$$R_s = R_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 R_1 \text{ résistance des enroulements ramenée au secondaire}$$

$$l_s = l_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 l_1 \text{ inductance de fuite ramenée au secondaire.}$$

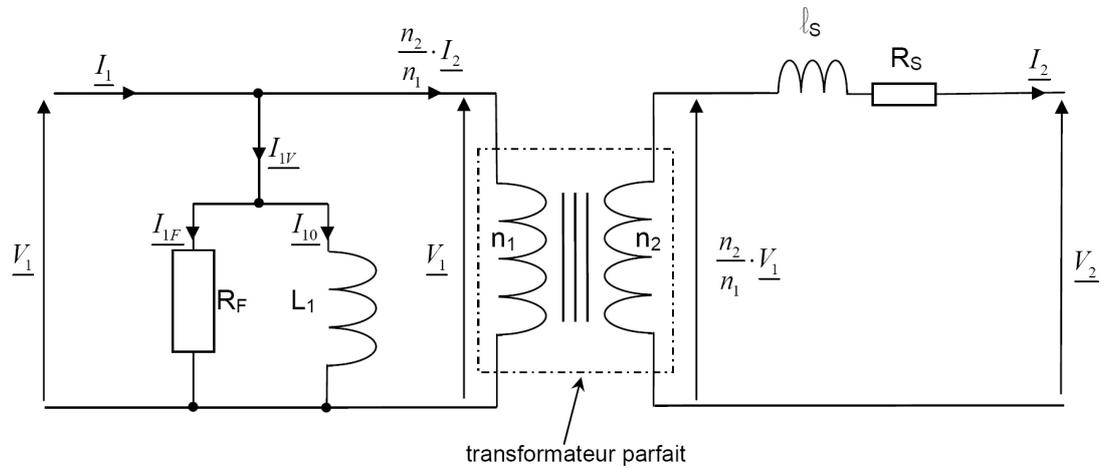


FIGURE 1.18 – Schéma équivalent du transformateur réel en charge : utilisation du théorème du transfert d'impédance pour ramener la résistance et l'inductance du primaire au secondaire.

Le schéma final de la figure 1.18, aussi appelé *schéma de Kapp*, permet l'étude complète du transformateur réel qui, si V_1 est constante, se présente au secondaire comme un générateur de f.é.m. $\left(\frac{n_2}{n_1} V_1\right)$ et d'impédance interne $\underline{Z}_s = R_s + j\omega \ell_s$

Outre le phénomène essentiel traduit par le transformateur parfait, on localise les imperfections :

- réluctance du circuit magnétique : L_1 ;
- fuites de flux : ℓ_s ;
- pertes fer : R_F ;
- pertes cuivre (effet Joule) : R_s .

On retrouve le modèle idéal si :

$$L_1 = \infty \quad \ell_s = 0 \quad R_F = \infty \quad R_s = 0$$

REMARQUE : En raison de R_1 et ℓ_1 , la valeur efficace du flux ϕ dans le circuit magnétique n'est pas rigoureusement constante en charge ; on négligera ce phénomène.

1.5.2 Chute de tension

Le schéma précédent conduit pour les tensions à l'équation :

$$\frac{n_2}{n_1} \underline{V}_1 = \underline{V}_2 + (R_s + j\omega \ell_s) \underline{I}_2$$

(équation de Kapp)

Supposons que le transformateur débite le courant I_2 sous la tension V_2 dans un dipôle qui présente le déphasage φ_2 : on peut construire le diagramme des tensions (diagramme de Kapp) comme le montre la figure 1.19, sur cette figure, les amplitudes des vecteurs associés aux tensions $R_s I_2$ et $j\omega \ell_s I_2$ ont été largement exagérées afin de les rendre plus visibles.

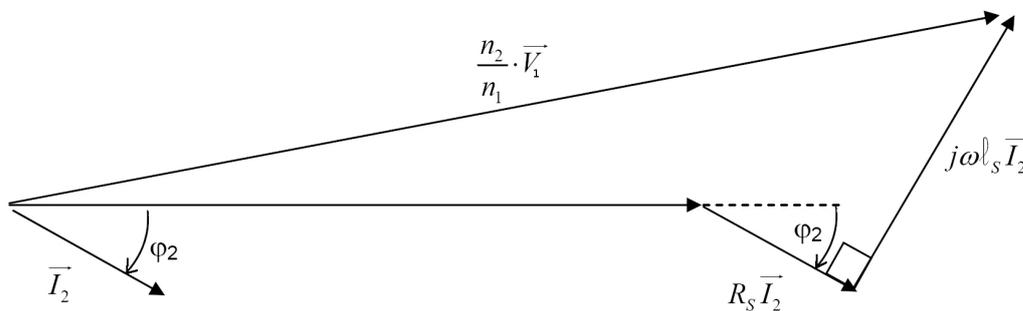


FIGURE 1.19 – Diagramme de Kapp des tensions.

On voit que, en général, V_2 sera différente de $\frac{n_2}{n_1} V_1$ et dépendra de I_2 et de φ_2 . A vide, $I_2 = 0$, on aura une tension $V_2 = V_{20} = \frac{n_2}{n_1} V_1$.

On appelle *chute de tension* la quantité :

$\Delta V_2 = |V_{20}| - |V_2|$ différence des valeurs efficaces de la tension secondaire à vide et en charge pour une même tension primaire V_1 .

ATTENTION : ΔV_2 n'est pas la tension aux bornes de R_s et ℓ_s .

Le diagramme de Kapp permet de déterminer graphiquement cette chute de tension. En réalité, $(R_s I_2)$ et $(\ell_s \omega I_2)$ sont faibles devant V_2 et on peut souvent utiliser une relation simplifiée tirée du schéma de la figure 1.20, page 20.

On peut matérialiser ΔV_2 sur le diagramme de la figure 1.20 en traçant le cercle de rayon V_{20} , centré en O :

$$\Delta V_2 = ac$$

Si : $R_s I_2 \ll V_2$ et $\ell_s \omega I_2 \ll V_2$, on peut considérer que le rayon du cercle est très grand et confondre la projection ab avec ΔV_2 .

$$\text{On a alors : } \Delta V_2 \approx ad + db$$

$$\Delta V_2 \approx R_s I_2 \cos \varphi_2 + \ell_s \omega I_2 \sin \varphi_2$$

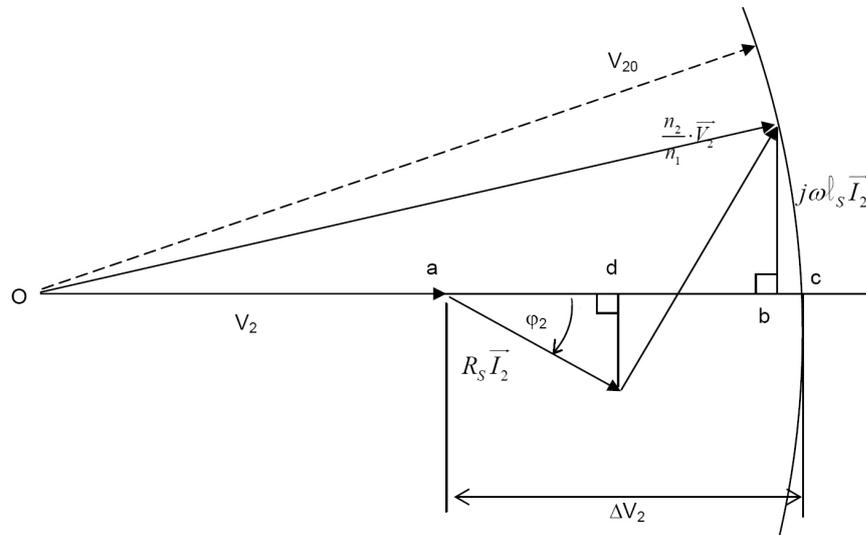


FIGURE 1.20 – Justification graphique du calcul de la chute de tension.

1.5.3 Essais et propriétés du transformateur

Les paramètres du schéma équivalent (figure 1.18) doivent être déterminés par des essais expérimentaux. On peut effectuer des mesures directement sous tensions et courants nominaux. Il est préférable de séparer les essais, ce qui, en outre, permet de travailler à puissance réduite.

1.5.3.1 Essai à vide

Le secondaire du transformateur étant à vide ($I_2 = 0$), on mesure V_1 , $V_2 = V_{20}$, P_{1V} , I_{1V} .

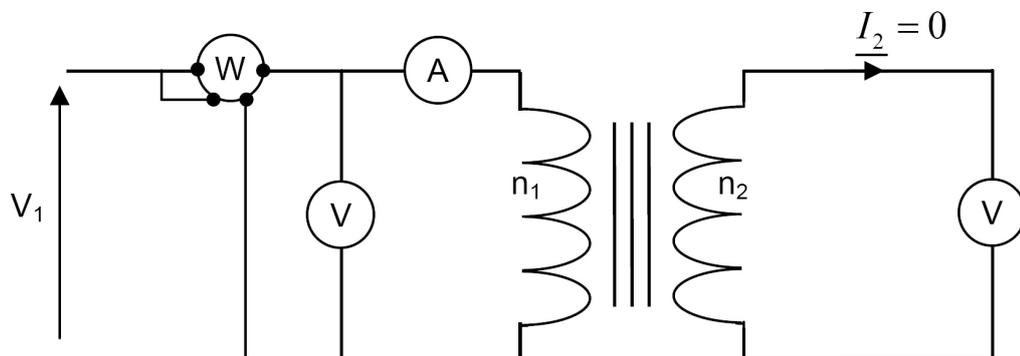


FIGURE 1.21 – Essai à vide du transformateur.

Les courants primaires et secondaires étant respectivement très faible et nul, on négligera les pertes « cuivre », c'est à dire les pertes Joule. On aura : $R_1 I_1^2 \approx 0$ et $R_2 I_2^2 = 0$. La puissance mesurée est assimilée aux seules pertes fer.

On en déduit : $\frac{n_2}{n_1} = \frac{V_{20}}{V_1}$ et $\cos \varphi_{1V} = \frac{P_{1V}}{V_1 I_{1V}}$

$I_{1F} = I_{1V} \cos \varphi_{1V}$ et $I_{10} = I_{1V} \sin \varphi_{1V}$

1.5.3.2 Essai en court circuit

Le secondaire est mis en court circuit par un ampèremètre comme le montre la figure 1.22.

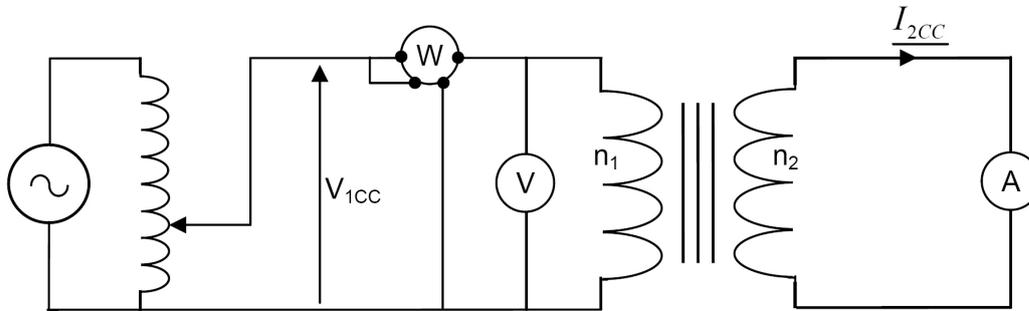


FIGURE 1.22 – Essai en court-circuit du transformateur.

Le primaire doit être alimenté sous une tension *réduite* V_{1CC} . On mesure : V_{1CC} , P_{1CC} , $I_2 = I_{2CC}$. Comme V_{1CC} est très faible, les pertes fer sont négligeables et il ne reste que les pertes Joule :

$$P_{1CC} \approx R_s I_{2CC}^2$$

d'où R_s .

On peut également mesurer R_1 et R_2 en courant continu et faire le calcul.

Le diagramme de Kapp se réduit à un triangle rectangle ($V_2 = 0$) dont on connaît le côté ($R_s I_{2CC}$) et l'hypoténuse.

On en déduit ($l_s \omega$) :

$$l_s \omega I_{2CC} = \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} V_{1CC}\right)^2 - (R_s I_{2CC})^2}$$

Par le diagramme de Kapp (figure 1.23), ou en utilisant la relation approchée du paragraphe précédent, on peut, à partir de ces résultats, prédéterminer la tension V_2 (ou la chute de tension) pour tout courant I_2 débité et tout déphasage φ_2 .

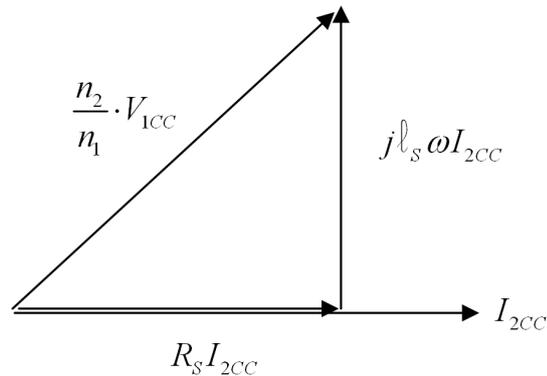


FIGURE 1.23 – Essai en court circuit du transformateur.

Numériquement, pour les transformateurs industriels, la chute de tension est très faible (quelque % de la tension). Si le déphasage est négatif et suffisamment élevé (débit sur circuit capacitif), la chute de tension peut être négative ($V_2 > V_{20}$) ; c'est en fait un phénomène de résonance.

On peut traduire ces résultats par des courbes (figure 1.24) donnant V_2 en fonction de I_2 pour V_1 et diverses valeurs du déphasage φ_2 .

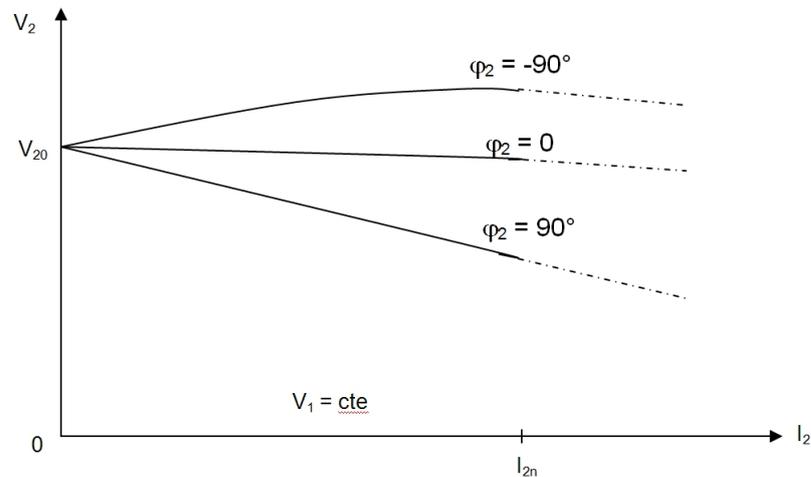


FIGURE 1.24 – Chute de tension du transformateur en fonction du déphasage imposé par les récepteurs.

REMARQUES : On applique le théorème de Boucherot :

Puissance absorbée = Puissance fournie + pertes

Puissance fournie : $P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2$

Pertes Joule : $P_J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = R_s I_2^2$

Pertes fer : $P_F = \frac{V_1^2}{R_F} = P_V$

D'où le rendement :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_J + P_F} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + R_s I_2^2 + P_F}$$

L'essai à vide donne les pertes fer et l'essai en court circuit donne les pertes Joule. Numériquement, ce rendement est excellent pour un transformateur industriel ($\eta > 95\%$). Il dépend de V_2 , I_2 , φ_2 .

REMARQUE : Le rendement est nul pour $I_2 = 0$ et $I_2 = \infty$.

Si on suppose V_2 et φ_2 constants, il est maximum lorsque $R_s I_2 = \frac{P_F}{I_2}$ soit lorsque : $P_J = P_F$

$$\eta = \frac{V_2 \cos \varphi_2}{V_2 \cos \varphi_2 + R_s I_2 + \frac{P_F}{I_2}}$$

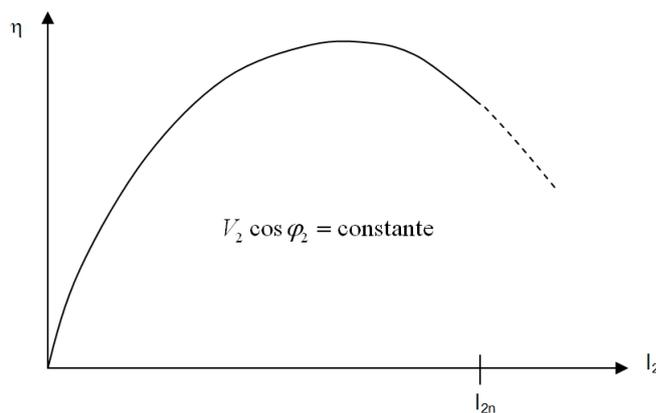


FIGURE 1.25 – Rendement du transformateur en fonction du courant débité I_2 .

1.6 Transformateurs spéciaux

Dans les applications industrielles, on rencontre un grand nombre de transformateurs de construction spéciale. La plupart possèdent les propriétés de base que nous avons étudiées dans le chapitre précédent :

- La tension induite dans un enroulement est proportionnelle au nombre de spires ;
- Lorsque le transformateur est en charge, les ampères-tours du primaire sont égaux aux ampères-tours du secondaire ;

- Le courant absorbé à vide (courant d'excitation absorbé en permanence) est négligeable par rapport à la valeur du courant de pleine charge du primaire.

1.6.1 Autotransformateur

On appelle autotransformateur, un transformateur composé d'un enroulement unique monté sur un circuit magnétique. Pour un autotransformateur abaisseur, par exemple, la haute tension est appliquée à l'enroulement complet et la basse tension est obtenue entre une extrémité de l'enroulement et une prise intermédiaire.

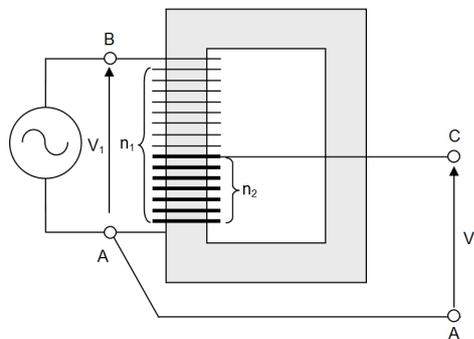


FIGURE 1.26 – Autotransformateur.

Soit un autotransformateur (Figure 1.26) composé d'un enroulement AB de n_1 spires monté sur un circuit magnétique. L'enroulement est raccordé à une source de tension constante V_1 . Le courant d'excitation crée un flux et, comme dans tout transformateur, ce flux demeure constant tant que V_1 est constante. Supposons que l'on sorte une prise C entre les extrémités A et B de l'enroulement, et que n_2 spires soient comprises entre les bornes A et C. Comme la tension induite est proportionnelle au nombre de spires, la tension entre ces bornes est :

$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$$

Cette relation est la même que celle obtenue avec un transformateur conventionnel à deux enroulements ayant n_1 et n_2 spires respectivement au primaire et au secondaire. Cependant, comme les enroulements primaire AB et secondaire AC ont une borne commune A, ils ne sont plus isolés. Si l'on branche une charge entre les bornes A et C, le courant I_2 provoque la circulation d'un courant I_1 au primaire (voir figure 1.27).

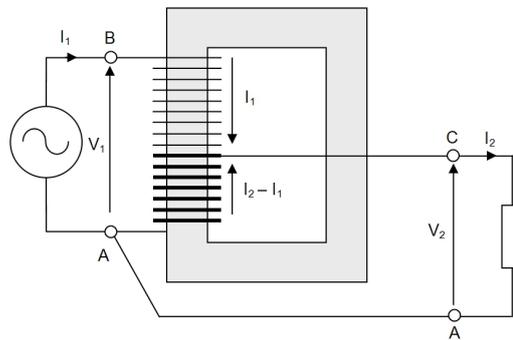


FIGURE 1.27 – Tensions et courants dans un autotransformateur.

La section BC de l'enroulement est traversée par le courant I_1 . D'après la loi des nœuds appliquée en A, la section CA est traversée par une intensité $(I_2 - I_1)$. De plus, la force magnéto-motrice créée par I_1 doit être égale et opposée à celle produite par $(I_2 - I_1)$. On a donc :

$$I_1(n_1 - n_2) = (I_2 - I_1)n_2$$

Soit :

$$n_1 I_1 = n_2 I_2$$

Enfin, si l'on suppose que les pertes fer et le courant magnétisant sont négligeables, la puissance apparente absorbée par la charge doit être égale à celle fournie par la source. Par conséquent, $V_1 I_1 = V_2 I_2$.

On constate que ces équations sont identiques à celles obtenues avec un transformateur conventionnel ayant un rapport de transformation $\frac{n_2}{n_1}$. Cependant, dans un autotransformateur, l'enroulement secondaire fait partie de l'enroulement primaire. Il s'ensuit qu'un autotransformateur est plus petit, moins lourd et moins coûteux qu'un transformateur conventionnel de même puissance. Cette économie devient particulièrement importante lorsque le rapport de transformation se situe entre 0,5 et 2. Par contre, l'absence d'isolation entre la haute tension et la basse tension constitue un inconvénient parfois prohibitif. Les autotransformateurs servent au démarrage à tension réduite des moteurs, à la régulation de la tension des lignes de distribution et, en général, à la transformation de tensions de valeurs assez rapprochées.

Un transformateur à deux enroulements peut être monté en autotransformateur : il suffit de relier le secondaire en série avec le primaire. Selon le mode de connexion, la tension secondaire peut s'ajouter à la tension primaire ou se soustraire de celle-ci. Lorsqu'on utilise des transformateurs conventionnels comme autotransformateurs, il est important d'appliquer les règles suivantes :

- Le courant dans un enroulement ne doit pas dépasser la valeur nominale ;
- la tension aux bornes d'un enroulement ne doit pas être supérieure à la valeur nominale ;
- si le courant nominal circule dans un enroulement, le courant nominal circule automatiquement dans l'autre (égalité des ampères-tours dans les deux enroulements) ;
- si la tension nominale apparaît aux bornes d'un enroulement, la tension nominale correspondante apparaît automatiquement aux bornes de l'autre.

1.6.1.1 Autotransformateur variable

Lorsque l'on a besoin d'une tension variable de 0 à 220 V ou plus, on a souvent recours à un autotransformateur ayant une prise mobile (Figure 1.28). Le transformateur comprend un enroulement d'une seule couche de fil bobiné sur un noyau magnétique toroïdal et un balai en graphite mobile que l'on peut déplacer au moyen d'un bouton de réglage. Le balai glisse sur les spires, et à mesure que le point de contact se déplace, la tension V_2 augmente proportionnellement au nombre de spires parcourues. Si la source de tension V_1 est connectée sur une prise fixe englobant 85 % des spires, on peut faire varier la tension V_2 de 0 à de la tension V_1 . Ainsi, par exemple, si $V_1 = 220\text{V}$, V_2 pourra varier entre 0 et 250 V. On préfère l'autotransformateur au rhéostat car, pour une position donnée du curseur, la tension V_2 varie beaucoup moins avec la charge, et les pertes Joule sont bien moindres.

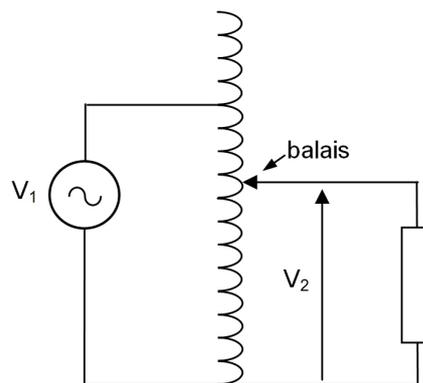
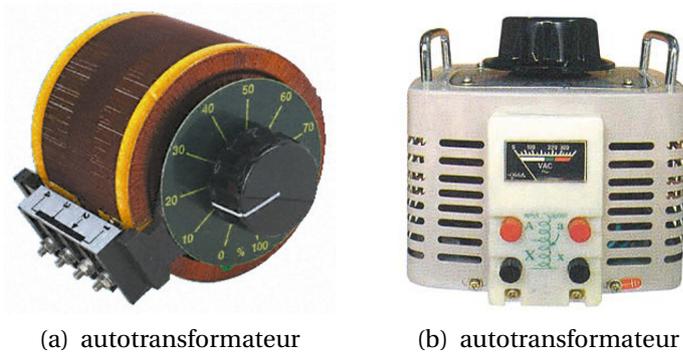


FIGURE 1.28 – Schéma de principe d'un autotransformateur variable.



(a) autotransformateur

(b) autotransformateur

FIGURE 1.29 – Autotransformateurs variables.

1.6.2 Transformateur de tension (TT)

Les transformateurs de tension sont utilisés sur les lignes à haute tension pour alimenter des appareils de mesure (voltmètre, wattmètre, etc.) ou de protection (relais). Ils servent à isoler ces appareils de la haute tension et à les alimenter à des tensions appropriées. Le rapport de transformation est choisi de façon que la tension secondaire soit d'une centaine de volts, ce qui permet l'utilisation d'instruments de fabrication courante pour la mesure de tension élevées.

Le primaire des transformateurs de tension est branché en parallèle avec le circuit dont on veut connaître la tension. Leur construction diffère très peu de celle des transformateurs conventionnels. Cependant, leur puissance nominale est généralement faible (inférieure à 500 VA) de sorte que le volume de l'isolation dépasse souvent celui du cuivre et de l'acier utilisé.

Les transformateurs de tension installés sur les lignes HT sont toujours raccordés entre une ligne et le neutre. Cela élimine la nécessité d'utiliser deux grosses bornes de porcelaine, une des deux extrémités de l'enroulement étant reliée à la terre. Par exemple, la Figure 1.30 montre un transformateur utilisé sur une ligne à 140 kV, il comprend une grosse borne (traversée) en porcelaine afin d'isoler la ligne haute tension du boîtier qui est mis à la terre. Ce dernier renferme le transformateur proprement dit.

Afin d'éviter le risque de choc électrique en touchant l'instrument de mesure ou un de ses fils de raccordement, un des fils de l'enroulement secondaire doit systématiquement être relié à la masse. En effet, même si le secondaire paraît isolé du primaire, la capacitance distribuée entre les enroulements effectue une connexion invisible qui peut mettre le secondaire à un potentiel très élevé par rapport au sol si ce dernier n'est pas raccordé à la masse (Figure 1.31).

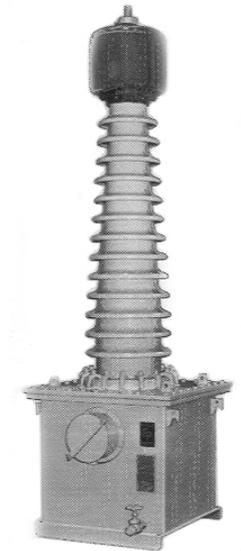


FIGURE 1.30 – Transformateur de tension.

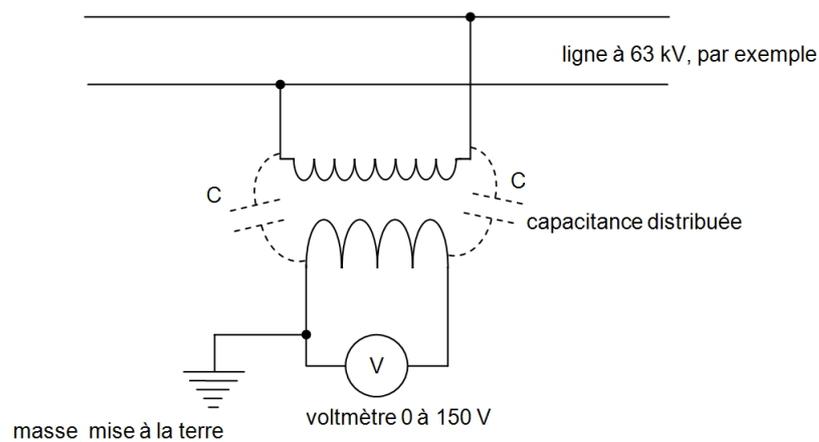


FIGURE 1.31 – Transformateur de tension : nécessité du branchement du secondaire à la terre.

Le voltmètre ayant une très forte impédance, le transformateur de tension est pratiquement à vide. On a : $\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1}$, et comme $V_1 \gg V_2$, il faut : $n_1 \gg n_2$. L'impédance ramenée au primaire du transformateur de tension sera très grande :

$$Z_{\text{ramenée}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot Z_{\text{voltmètre}}.$$

1.6.3 Transformateur de courant (TI)

Les transformateurs de courant sont utilisés pour ramener à une valeur facilement mesurable les courants intenses des lignes à haute ou à basse tension. Ils servent également à isoler les appareils de mesure ou de protection des lignes à haute tension (Figure 1.32). Le primaire de ces transformateurs est monté en série avec la ligne dont on veut mesurer l'intensité. Ces transformateurs étant employés seulement à des fins de mesure et de protection, leur puissance sera faible, de l'ordre de 15 à 200 VA. Le courant nominal secondaire est généralement compris entre 1 et 5 A.

L'emploi des transformateurs de courant sur les lignes à haute tension est indispensable pour des raisons de sécurité. Une ligne à 200 kV peut n'être parcourue que par une intensité de 40 A parfaitement mesurable par un ampèremètre de 0-50 A ; mais personne ne pourrait approcher l'instrument sans subir une électrisation fatale. Il est essentiel que l'instrument soit isolé de la haute tension au moyen d'un transformateur (Figure 35). Comme dans le cas d'un transformateur de tension, on doit toujours raccorder un des fils secondaires à la masse.

Le transformateur de courant est court-circuité par un ampèremètre. Comme, en général, $I_2 \ll I_1$, il faut : $n_2 \gg n_1$. Si $Z_{\text{ampèremètre}}$ est l'impédance de l'ampèremètre, l'impédance ramenée dans le circuit principal $Z_{\text{ramenée}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot Z_{\text{ampèremètre}}$ est très faible et n'entraîne qu'une très faible chute de tension dans le primaire du TI.

On ne doit jamais ouvrir le secondaire d'un TI lorsque le primaire est alimenté. S'il est nécessaire de retirer un instrument raccordé au secondaire, il faut auparavant mettre le secondaire en court-circuit et ensuite retirer l'instrument, ou encore, ce qui est souvent plus facile à réaliser, court-circuiter le primaire.

Si on ouvre le circuit secondaire d'un TI, le courant dans le primaire continue à circuler, inchangé, car celui-ci ne dépend que de la charge du réseau. Les ampères-tours du primaire ne sont plus compensés par ceux du secondaire, il se produit une saturation du circuit magnétique. La Figure 1.33 montre que lorsque le courant I_1 primaire croît et décroît pendant la première alternance, le flux croît et décroît également, mais il demeure constant, au niveau de saturation ϕ_s pendant quasiment toute l'alternance. Le même phénomène se produit lors de l'alternance négative.

Lors des intervalles de temps où le flux est saturé, la tension induite est très faible car $\frac{d\phi}{dt}$ est très faible. Cependant, autour des passages de la tension par 0, le $\frac{d\phi}{dt}$ est très important, ce qui peut produire aux bornes du secondaire des ten-



FIGURE 1.32 – Transformateur de courant.

sions dont le maximum peut atteindre quelques milliers de volts, assez élevées en tous les cas pour provoquer des chocs électriques dangereux.

1.7 Transformateur triphasé

En triphasé, on peut utiliser trois transformateurs monophasés identiques dont on groupe les primaires et les secondaires en étoile ou en triangle.

Il est possible de disposer les enroulements sur le même circuit magnétique.

Dans les deux cas, le rapport de transformation dépend des couplage utilisés et, en outre, un déphasage peut apparaître entre les tensions primaires et secondaires.

Afin de simplifier la réalisation du circuit magnétique et de diminuer le volume occupé par le transformateur ainsi que la masse de fer utilisée, on réalise souvent des transformateurs triphasés à noyaux coplanaires possédant 3 colonnes. Cela a pour effet de contraindre les flux dans les colonnes à satisfaire à :

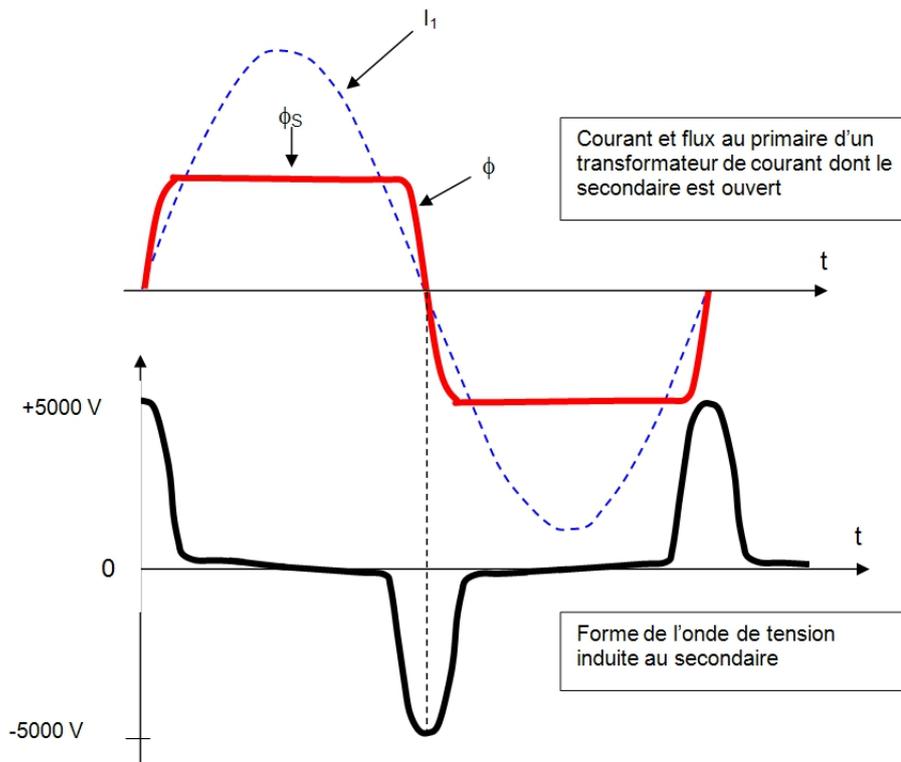


FIGURE 1.33 – Conséquences sur le flux de l’ouverture du secondaire d’un transformateur de courant.

$$\underline{\phi_1} + \underline{\phi_2} + \underline{\phi_3} = \underline{0} \quad (\text{au flux de fuites dans l'air près}).$$

On dit qu’un tel transformateur est à *flux liés* (figure 1.34).

Pour réduire le couplage magnétique entre les trois colonnes, c’est à dire rendre *indépendants les flux* des trois transformateurs monophasés élémentaires, on peut ajouter des colonnes latérales (voir figure 1.35).

1.7.1 Grandeurs caractéristiques d’un transformateur triphasé

La plaque signalétique d’un transformateur triphasé porte, comme en monophasé, les valeurs nominales :

- de la puissance apparente utile S_{2n} ;
- des tensions primaires et secondaires composées, c’est à dire entre fils de ligne ; si le mode de connexion des enroulements n’est pas fixé on indiquera les valeurs nominales des tensions correspondant à chaque cou-



FIGURE 1.34 – Circuit magnétique à 3 colonnes, transformateur triphasé à flux liés.

plage possible. Exemple : si une plaque porte :

- Primaire : étoile $U_{1n\gamma} = 380V$, triangle $U_{1n\Delta} = 220V$
- Secondaire : étoile $U_{2n\gamma} = 220V$, triangle $U_{2n\Delta} = 127V$

cela signifie que les enroulements sont prévus pour travailler sous les tensions normales suivantes :

- au primaire : $V'_{1n} = \frac{U_{1n\gamma}}{\sqrt{3}} = U_{1n\Delta} = 220V$
 - au secondaire : $V'_{2n} = \frac{U_{2n\gamma}}{\sqrt{3}} = U_{2n\Delta} = 127V$
- des intensités des courants secondaires en ligne, qui se déduisent des valeurs précédentes par :

$$I_{2n\gamma} = \frac{S_{2n}}{\sqrt{3} \cdot U_{2n\gamma}}$$

$$I_{2n\Delta} = \frac{S_{2n}}{\sqrt{3} \cdot U_{2n\Delta}}$$

Les enroulements secondaires sont donc prévus pour être traversés par

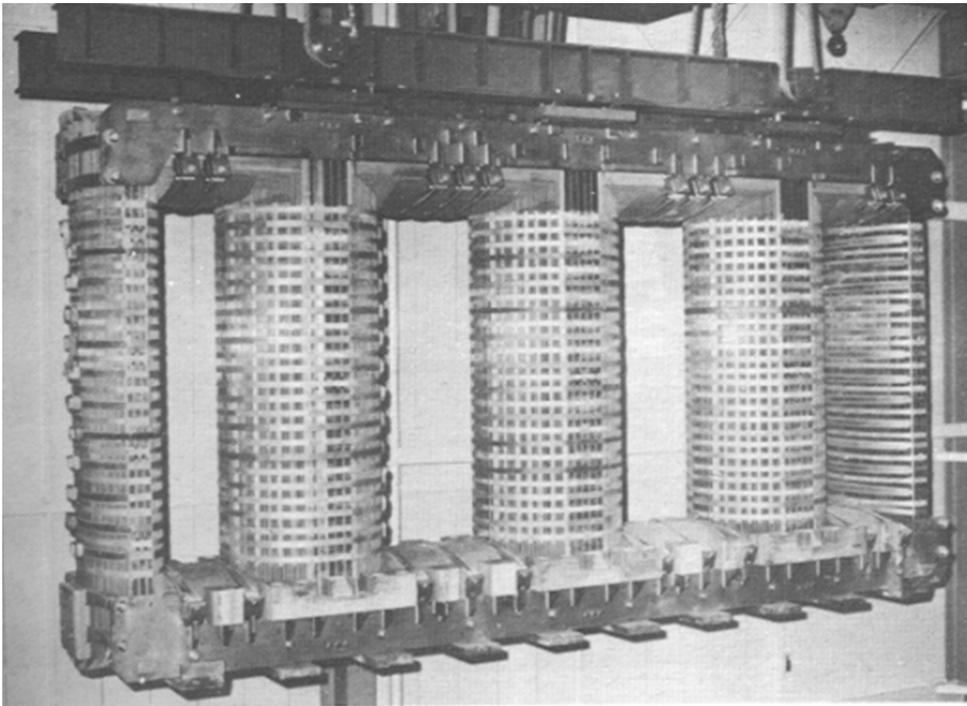


FIGURE 1.35 – Circuit magnétique à 5 colonnes, transformateur triphasé à flux indépendants.

des courants d'intensité efficace :

$$J_{2n} = I_{2n\gamma} = \frac{I_{2n\Delta}}{\sqrt{3}}$$

- du facteur de puissance secondaire, valeur du facteur de puissance de la charge qui permet d'obtenir le fonctionnement nominal (tensions primaires et secondaires normales, puissance apparente utile normale).

1.7.2 Rapport de transformation

On nommera ainsi le rapport des valeurs des tensions secondaire et primaire de même définition (toutes deux simples ou toutes deux composées) à vide :

$$M = \frac{V_{ao}}{V_{Ao}} = \frac{U_{abo}}{U_{ABo}}$$

REMARQUE : la valeur de M ne sera plus nécessairement égale à celle du rapport des nombres de spires secondaire et primaire noté m.

1.7.3 Groupes de couplage

Comme tout système triphasé, les enroulements primaires et secondaires peuvent être couplés en *étoile* ou en *triangle*. Il existe une troisième variante consistant à mettre en série, afin de constituer une phase, deux demi-enroulements placés sur des noyaux différents et à coupler les trois phases ainsi obtenues en étoile. Ce mode de couplage est dit en *zig-zag*.

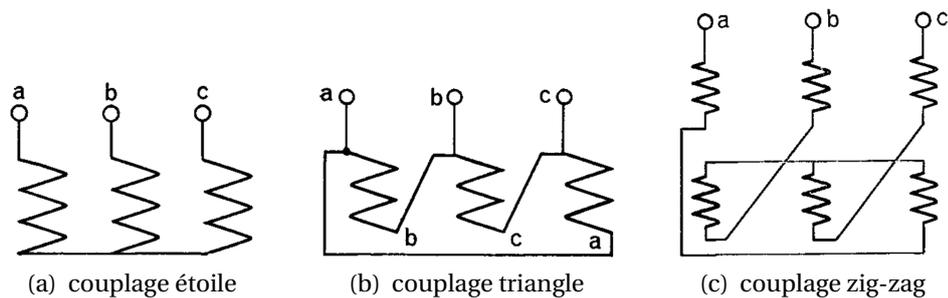


FIGURE 1.36 – Différents couplages d'un primaire ou d'un secondaire.

Afin de caractériser d'une manière conventionnelle les couplages des transformateurs triphasés, le primaire est désigné par une lettre MAJUSCULE et le secondaire par une lettre MINUSCULE. Les lettres employées sont les suivantes :

- Y : couplage étoile primaire ;
- y : couplage étoile secondaire ;
- D : couplage triangle primaire ;
- d : couplage triangle secondaire ;
- Z : couplage zig-zag primaire ;
- z : couplage zig-zag secondaire.

Les différents couplages possibles peuvent induire un déphasage α entre tensions homologues primaire et secondaire. Ce déphasage est toujours un multiple de 30° . On définit *l'indice horaire* par un nombre entier compris entre 0 et 11 caractérisant le déphasage α des tensions primaire et secondaire homologues. L'indice horaire est défini comme : $n = \frac{\alpha}{30^\circ}$. Par analogie avec les divisions d'un cadran de montre (montre à aiguille), on parle de *groupe horaire* du transformateur.

La détermination du groupe horaire s'effectue comme suit : A, B, C désignent les bornes des enroulements primaires reliées aux phases R, S, T du réseau primaire, a, b, c celles du secondaire reliées aux phases r, s, t du réseau secondaire. Les bornes homologues étant repérées par un point, on dispose au

centre d'un cadran de montre les vecteurs correspondant aux tensions primaire et secondaire de façon à placer la borne A à 12 heures (chiffre zéro). Le groupe horaire est fourni par l'heure de la borne a.

1.7.3.1 Établissement des diagrammes de vecteurs de Fresnel associés aux tensions

Généralement, on utilise des points afin de représenter les entrées des enroulements. On connaît grâce à ces points le sens de l'enroulement dans une colonne. On peut alors établir une règle au niveau des déphasages entre le primaire et le secondaire sur une colonne.



FIGURE 1.37 – Tensions homologues en phase.

Dans le cas de la figure 1.37, on admettra que V_{an} sera en phase avec U_{AB} . On admet ainsi que si les deux points des flèches représentant les tensions sont sur les points, alors on considère que les tensions sont en phases l'une par rapport à l'autre (à condition bien sûr que les deux enroulements soient sur la même colonne).

Dans le cas de la figure 1.38, on admettra que V_{an} est en opposition de phase avec U_{AB} .



FIGURE 1.38 – Tensions homologues en opposition de phase.

Exemple : Déterminons l'indice horaire du transformateur de la figure 1.39

1. On trace les tensions des enroulements du primaire (ici ce sont des tensions composées).
2. On trace les tensions dans les enroulements du secondaire (phase ou opposition de phase selon les sens des flèches et l'emplacement des étoiles ou des points) en respectant les règles (ici dans notre cas V_{an} en phase avec U_{AB} , etc.).

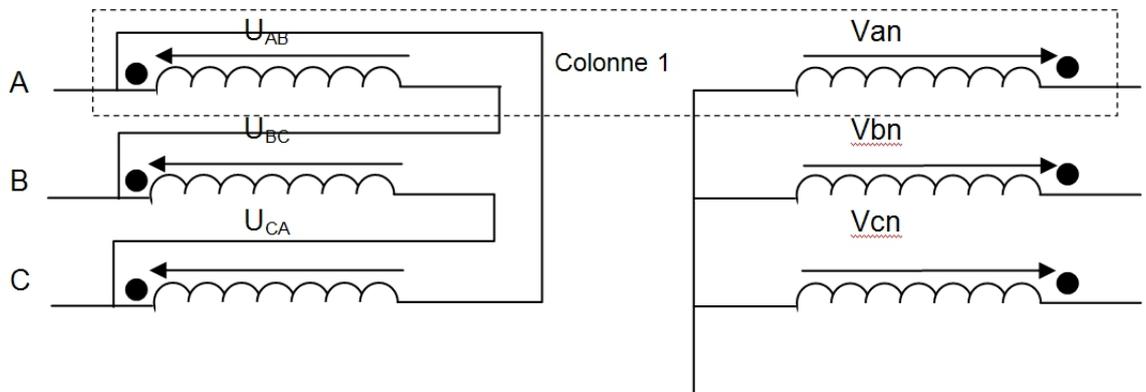


FIGURE 1.39 – Transformateur triangle étoile.

3. On mesure le déphasage entre la tension simple du primaire et la tension simple du secondaire et ceci quelque soit le couple du primaire et du secondaire). Dans le cas présent, le déphasage est de 330° .
4. On donne alors l'indice horaire qui est $\frac{330}{30} = 11$, ou bien on considère que la tension primaire est la grande aiguille d'une montre placée sur midi et on regarde quelle heure indique la petite aiguille qui est la tension secondaire homologue.

Il est aisé de modifier l'indice horaire d'un transformateur en effectuant une permutation circulaire des lettres affectées aux bornes : toute permutation correspond à une augmentation ou à une diminution de 4 de la valeur de l'indice horaire.

REMARQUE : les couplages les plus fréquemment rencontrés sont les suivants : Yy0, Yd1, Yz11, Dy11, Dd0, Zy1.

1.7.4 Conditions du couplage en parallèle

Des transformateurs sont en parallèle lorsque leurs primaires sont alimentés par un même réseau et leurs secondaires connectés à une même ligne ou débitent dans une même charge. Pour que l'on puisse relier deux à deux les bornes homologues secondaires sans que circulent des courants importants entre les secondaires, il faut que ces bornes soient deux à deux aux mêmes potentiels. On en déduit les conditions nécessaires au couplage de deux transformateurs triphasés :

- même rapport de transformation ;

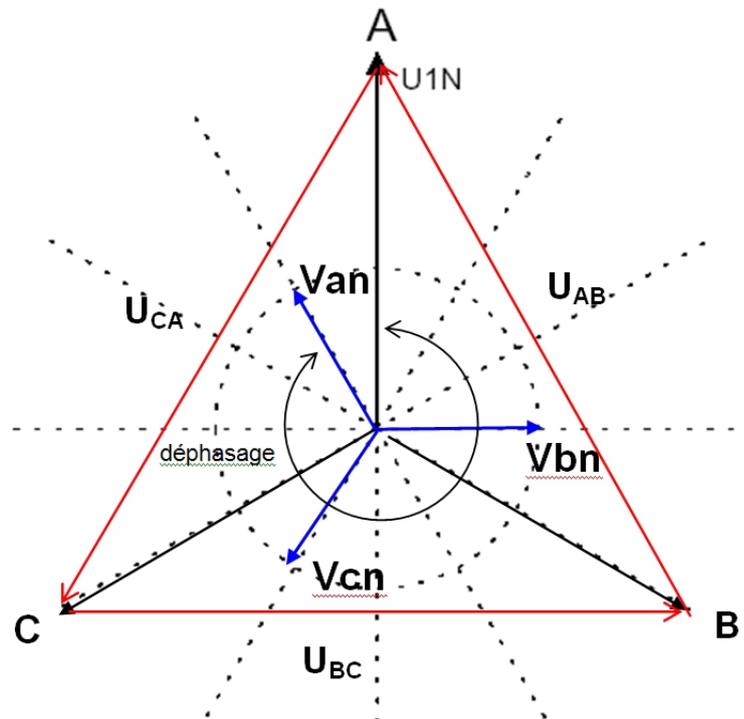


FIGURE 1.40 – Vecteurs de Fresnel permettant la détermination de l'indice horaire du transformateur triangle étoile.

- même indice horaire et donc même déphasage entre tensions homologues primaires et secondaires.

On pourra donc coupler en parallèle des transformateurs dont les indices différent de ± 4 à condition d'effectuer les éventuelles permutations circulaires nécessaires aux niveaux des bornes secondaires.

On définit quatre groupe de transformateurs suivant les valeurs des indices horaires : deux transformateurs d'un même groupe (et de même rapport) peuvent aisément fonctionner en parallèle.

Groupe	Indices horaires	Couplages
I	0,4,8	Yy Dd Dz
II	2,6,10	Yy Dd Dz
III	1,5,9	Dy Yz Yd
IV	3,7,11	Dy Yz Yd

1.8 Mise sous tension des transformateurs

La mise sous tension d'un transformateur (enclenchement) s'accompagne d'un phénomène transitoire généralement de courte durée mais dont les effets peuvent être extrêmement gênants voire dangereux. Par exemple :

- efforts électrodynamiques importants entre spires ou bobines ;
- échauffements prohibitifs ;
- contraintes diélectriques dangereuses pour l'isolation ;
- creux de tension au primaire si le réseau n'est pas « infiniment puissant ».

1.8.0.1 Courant d'enclenchement à vide

La mise sous tension d'un transformateur dont le secondaire est ouvert peut s'accompagner d'un appel de courant très important i_{encl} . À l'enclenchement, la valeur instantanée de la tension appliquée au primaire vaut :

$$v_1 = \sqrt{2} \cdot V_1 \cdot \sin(\omega t + \alpha) = R_1 \cdot i_{encl} + n_1 \cdot \frac{d\phi_1}{dt}$$

où ϕ_1 représente le flux propre du primaire créé par i_{encl} .

La relation entre ϕ_1 et i_{encl} n'est pas linéaire à vide, il se produit un effet de saturation très marqué. Néanmoins, pour cette étude, on supposera que le flux peut être exprimé à partir d'une inductance propre L_1 constante, avec :

$$L_1 = \frac{n_1 \phi_1}{i_{encl}}$$

Il vient :

$$\sqrt{2} \cdot V_1 \cdot \sin(\omega t + \alpha) = R_1 \cdot \frac{n_1 \phi_1}{L_1} + n_1 \cdot \frac{d\phi_1}{dt}$$

ou encore :

$$\frac{R_1}{L_1} \cdot \phi_1 + \frac{d\phi_1}{dt} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_1}{n_1} \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

Le flux ϕ_1 solution de l'équation se décompose en deux termes :

$$\phi_1 = \phi_{\text{permanent}} + \phi_{\text{transitoire}}$$

La composante permanente, en supposant R_1 négligeable devant $L_1\omega$ est fournie par :

$$\phi_{\text{permanent}} = \hat{\phi}_1 \cdot \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

où $\hat{\phi}_1$ représente l'amplitude maximale du flux total permanent à vide.

La composante transitoire est de la forme :

$$\phi_{\text{transitoire}} = C \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

où la constante d'intégration C se détermine à partir des conditions initiales. Si le circuit magnétique est le siège d'un flux rémanent $\pm\phi_{\text{rémanent}}$, on a, à $t = 0$:

$$\phi_1 = \phi_{\text{permanent}} + \phi_{\text{transitoire}} = \pm\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) + C \Rightarrow C = \hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) \pm \phi_{\text{rémanent}}$$

La composante transitoire s'écrit ainsi :

$$\phi_{\text{transitoire}} = \hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

Le flux s'écrit donc :

$$\phi_1 = \phi_{\text{permanent}} + \phi_{\text{transitoire}} = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\omega t + \alpha) + \hat{\phi}_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

soit :

$$\phi_1 = -\hat{\phi}_1 \left[\cos(\omega t + \alpha) - \cos(\alpha) \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \right] \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

L'instant le plus favorable pour l'enclenchement correspond à $\alpha = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire au passage de la tension par son maximum.

Si $\phi_{\text{rémanent}} = 0$, le flux normal s'établit immédiatement à son régime permanent, soit :

$$\phi_{\text{permanent}} = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \hat{\phi}_1 \cdot \sin(\omega t)$$

L'instant le plus défavorable correspond à $\alpha = 0$, c'est-à-dire au passage par zéro de la tension :

$$\phi_1 = -\hat{\phi}_1 \cdot \cos(\omega t) + \hat{\phi}_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm \phi_{\text{rémanent}} \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

avec habituellement : $\phi_{\text{rémanent}} \approx (0,2 \text{ à } 0,3) \cdot \hat{\phi}_1$

Après une demi-période, $\omega t = \pi$, le flux prend la valeur :

$$\phi_1 = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \pm (0,2 \text{ à } 0,3) \cdot \hat{\phi}_1 \cdot e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}$$

Normalement : $R_1 \ll L_1 \omega$.

d'où : $e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \approx 1$ pour $\omega t = \pi$

et ainsi : $\phi_1 = \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_1 \pm (0,2 \text{ à } 0,3) \cdot \hat{\phi}_1$.

La valeur du courant magnétisant nécessaire à la création d'un tel flux est fournie par la caractéristique d'aimantation des tôles du circuit magnétique.

Dans la réalité, compte tenu des valeurs maximales d'induction choisies par les constructeurs (de 1,5 à 1,7 T), la caractéristique d'aimantation est saturée et le courant d'enclenchement à vide croît beaucoup plus que proportionnellement au flux.

Des relevés oscillographiques ont montrés des rapports $\frac{i_{\text{enclenchement}}}{I_{10}}$ allant de 80 à 120 (I_{10} est le courant magnétisant en régime permanent, à ne pas confondre avec le courant nominal!).

La composante apériodique du courant d'enclenchement s'amortit et disparaît pratiquement après un temps de l'ordre de 2 secondes pour de petits transformateurs et de 20 secondes pour des transformateurs de grande puissance. Le courant d'enclenchement ne présente normalement pas de danger pour le transformateur mais il risque de provoquer des déclenchements intempestifs si les relais de protection ne sont pas temporisés convenablement voire neutralisés pendant la mise sous tension.

Il est à noter que les problèmes de transitoire au démarrage se sont fait plus aigüe avec l'amélioration des caractéristiques magnétiques des tôles au cours des 50 dernières années. En effet, les cycles d'hystérésis sont désormais plus étroits, plus anguleux, avec, dans le domaine saturé, des courbes $\phi = f(i)$ plus horizontales que les cycles d'hystérésis des tôles que l'on trouvait jusque dans les années 1970-1980 comme le montrent les figures 1.41 et 1.42.

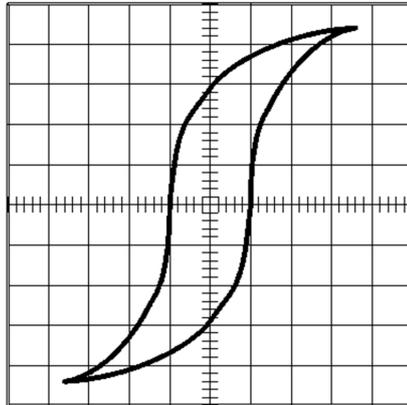


FIGURE 1.41 – Cycle d’hystérésis de tôles pour circuit magnétique fabriquées dans les années 1950.

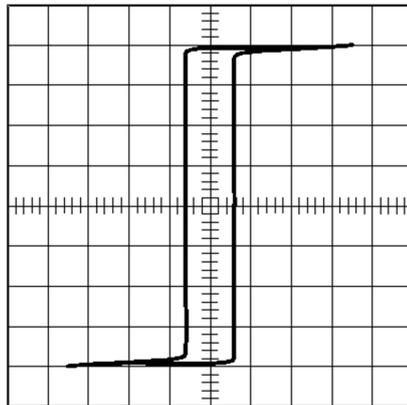


FIGURE 1.42 – Cycle d’hystérésis de tôles pour circuit magnétique fabriquées dans les années 1995.

1.8.0.2 Procédés employés afin de diminuer les surintensités à l’enclenchement

On pourrait penser à employer les moyens utilisés pour le démarrage des moteurs asynchrones. Cependant, ces solutions ne sont pas satisfaisantes. Le démarrage par insertion de résistances est à éviter à cause des pertes, prohibitives dans le cas des gros transformateurs. Le démarrage étoile-triangle nécessiterait deux couplages du primaires, ce qui, sans compter les problèmes de déphasage, n’est pas viable économiquement.

Une solution élégante consiste à créer une force contre électromotrice aux bornes du primaire du transformateur avant de l’enclencher. Ceci peut s’effectuer par la connexion aux bornes secondaires (en respectant les polarités, les

points) d'un petit transformateur comme le montre la figure 1.43.

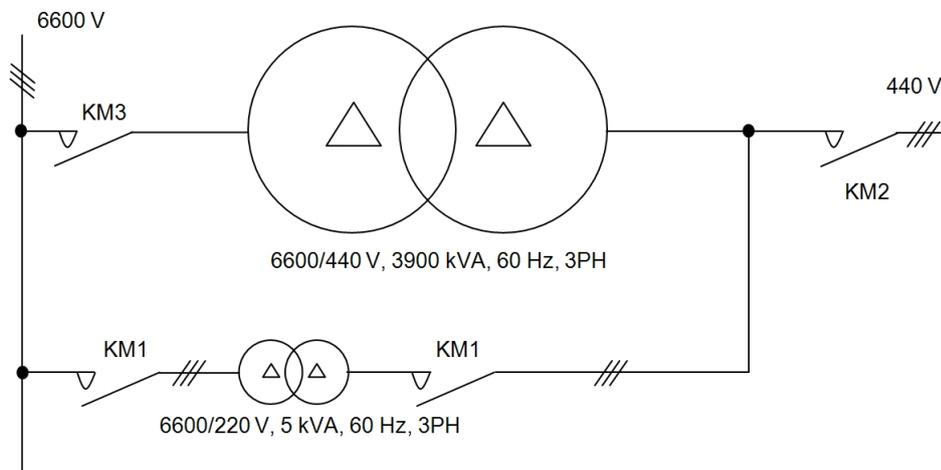


FIGURE 1.43 – Procédé de « démarrage » d'un gros transformateur.

La séquence d'enclenchement du transformateur 6600/440 V de la figure 1.43 est la suivante :

1. Les contacteurs KM1, KM2, et KM3 sont initialement ouverts.
2. On enclenche le transformateur auxiliaire 6600/220 V par la fermeture des deux contacteurs KM1. Ce transformateur étant d'une puissance très faible, le courant d'enclenchement est négligeable. Ce petit transformateur alimente le secondaire du transformateur 6600/440 V en 220 V. Le transformateur 6600/440 V joue le rôle de transformateur élévateur vis-à-vis de la tension 220 V et produit entre les bornes de son primaire une tension de 3300 V en phase avec la tension des barres à 6600 V.
3. L'automatisme ferme ensuite KM3 (mettons 0,5 secondes après la fermeture des KM1). Le courant d'enclenchement appelé par le transformateur 6600/440 V sera ainsi réduit de moitié par la f.c.é.m. présente au primaire. On peut le réduire plus ou moins selon le rapport de transformation du transformateur auxiliaire. D'un point de vue magnétique, le transformateur auxiliaire a créé un flux en phase avec le flux permanent dans le circuit magnétique du transformateur principal. Le flux permanent aura une valeur efficace plus importante en régime établi, mais le transformateur principal n'appelle qu'un courant d'enclenchement modéré pour augmenter la valeur efficace du flux déjà présent à la valeur finale (pré-magnétisation).
4. On peut ensuite ouvrir les contacteurs KM1.

5. Puis fermer le contacteur KM2, le transformateur principal étant « démarré », prêt à alimenter ses récepteurs.

Le procédé peut évoquer un démarrage de machine asynchrone par auto-transformateur.

1.9 Exercices et problèmes sur le transformateur

1.9.1 Utilité du transformateur pour le transport de l'énergie électrique

On désire alimenter sous une tension alternative de 220 V un récepteur monophasé absorbant 50 A avec un facteur de puissance de 0,6 arrière (inductif). Ce récepteur est situé à l'extrémité d'une ligne bifilaire de 40 km de longueur dont chaque conducteur en cuivre de résistivité $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega/\text{m}$, possède une section de 1 cm^2 . On utilise deux transformateurs parfaits identiques T_1 et T_2 ; T_1 est utilisé en élévateur de tension et T_2 en abaisseur. Le rapport des nombres de spires est de 25.

Dans un premier temps, on n'utilise pas de transformateur.

1. Calculer la tension à imposer à l'entrée de la ligne pour alimenter correctement le récepteur.
2. Calculer la puissance perdue pendant le transport.
3. Calculer le pourcentage des pertes par rapport à la puissance utile transportée.

On utilise désormais les transformateurs T_1 et T_2 .

4. Calculer la tension d'alimentation du transformateur T_1 , situé au début de la ligne, afin d'alimenter correctement le récepteur.
5. Calculer les pertes dues au transport.

Voir la correction page [50](#)

1.9.2 Autotransformateur

Soit un transformateur monophasé (à deux enroulements) 60 Hz, 12 kVA, 600 V / 120 V que l'on peut considérer comme parfait. On utilise les deux enroulements de ce transformateur pour câbler un autotransformateur de rapport 600 V / 720 V.

1. Dessiner le schéma du câblage à réaliser pour transformer le transformateur en autotransformateur élévateur.
2. Calculer la capacité, en kVA, de cet autotransformateur.
3. Même questions pour réaliser un autotransformateur abaisseur de rapport 600 V / 480 V.

Voir la correction page [51](#)

1.9.3 Calcul du nombre de spires nécessaire pour réaliser un transformateur

On veut réaliser un transformateur monophasé 5000 V / 200 V, 50 Hz. La section du circuit magnétique sera de 1dm^2 . L'induction maximale dans le circuit magnétique ne doit pas dépasser 1,5 T.

1. Calculer les nombres de spires du primaire et du secondaire.
2. Recalculer les nombres de spires si la fréquence d'utilisation est de 60 Hz au lieu de 50 Hz.

Voir la correction page [52](#)

1.9.4 Essai à vide

Un transformateur monophasé a été soumis à un essai à vide, on a mesuré les valeurs suivantes :

$$V_1 = 220\text{V}, V_2 = 110\text{V}, I_1 = 0,3\text{A}, I_2 = 0\text{A}, P_1 = 10\text{W}, f = 50\text{Hz}.$$

L'enroulement primaire présente une résistance $R_1 = 8\ \Omega$ et le secondaire, une résistance $R_2 = 2\ \Omega$. On néglige les fuites magnétiques.

1. Calculer le facteur de puissance à vide, le courant magnétisant I_{10} , le courant I_F , la résistance R_F et l'inductance L_1 .

Le courant appelé par le secondaire étant $I_2 = 2\text{A}$, en phase avec la tension, calculer :

2. la tension obtenue, le primaire restant alimenté sous 220 V.
3. le rendement du transformateur.

Voir la correction page [53](#)

1.9.5 Fonctionnement d'un transformateur

On considère un transformateur monophasé dont le rapport de transformation est $m = 23$. L'impédance totale du transformateur ramenée au secondaire a un module de $1,33 \Omega$ et un argument de $70^\circ 30'$. Pour le fonctionnement considéré, les pertes fer sont de l'ordre de 70 W . Le secondaire débite 3 kVA sous une tension de 200 V avec un facteur de puissance égal à $0,8$ (récepteur inductif).

1. Calculer la tension au primaire.
2. Calculer le rendement du transformateur.

Voir la correction page [53](#)

1.9.6 Essai en court-circuit

Lors de l'essai en court-circuit d'un transformateur, on a relevé les valeurs suivantes :

- $I_1 = 0,65 \text{ A}$, $I_2 = 15 \text{ A}$;
- $P_1 = 100 \text{ W}$;
- $V_1 = 460 \text{ V}$

1. Calculer le rapport de transformation.
2. Calculer l'impédance ramenée au secondaire \underline{Z}_S .

on sait que $R_2 = 0,225 \Omega$.

3. Calculer la valeur de R_1 .

Voir la correction page [54](#)

1.9.7 Transformateur monophasé en charge

Soit un transformateur monophasé de caractéristiques :

- $S_n = 10 \text{ kVA}$;
- 60 Hz ;
- $600 \text{ V}/120 \text{ V}$;
- impédance ramenée au primaire : $R_1 + jX_1 = 0,5 + j6,0 \Omega$;

Une charge inductive est connectée au secondaire. On mesure alors au primaire :

- $V_1 = 600 \text{ V}$;
- $I_1 = 16,7 \text{ A}$;
- $P_1 = 8 \text{ kW}$;

– Pertes fer = 200 W.

Calculer la tension V_2 au secondaire ainsi que le facteur de puissance de la charge.

Voir la correction page 54

1.9.8 Fabrication d'un transformateur, prédétermination des éléments du schéma équivalent de Kapp

On réalise un transformateur monophasé 220 V/110 V de puissance apparente 1100 VA. Ce transformateur est alimenté au primaire par une tension de 220 V-50 Hz.

Pour réaliser ce transformateur, on utilise le circuit magnétique dont la forme est donné à la figure 1.44. On admettra que la section du tube d'induction est $s = 17,5 \text{ cm}^2$ et que la longueur moyenne de la ligne d'induction est $l = 36 \text{ cm}$. Les tôles magnétiques utilisées, non saturées, ont les caractéristiques suivantes :

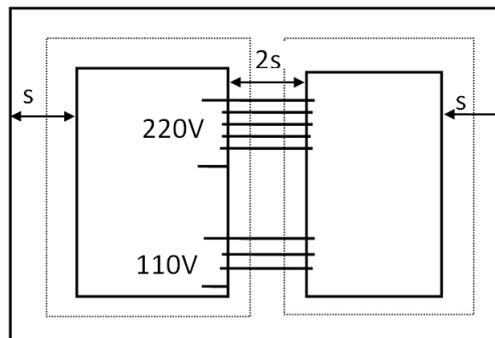


FIGURE 1.44 – Circuit magnétique du transformateur de l'exercice 1.9.8.

- perméabilité relative : $\mu_r = 3000 \text{ SI}$;
- masse volumique : $\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$;
- pertes fer à 50 Hz : 2,5 W/kg pour une induction maximale de 1 T.

On rappelle la valeur de la perméabilité magnétique de l'air : $\mu_0 = \frac{1}{8 \cdot 10^5} \text{ SI}$.

1. Calculer le nombre n_1 de spires du primaire pour que, dans le fer, l'induction **maximale** atteinte soit de 1 T.
2. Calculer la valeur efficace du courant magnétisant I_{10} absorbé au primaire.
3. Calculer les pertes fer puis calculer la valeur de la composante I_{1F} du courant à vide, en phase avec la tension d'alimentation.

4. Calculer le courant I_{1V} absorbé à vide par le primaire ainsi que le facteur de puissance à vide.

Le transformateur ayant été réalisé, on a procédé aux essais expérimentaux qui ont donné les valeurs suivantes :

- essai à vide : $V_1 = 220 \text{ V}$, $V_2 = 110 \text{ V}$, $P_V = 25 \text{ W}$;
- essai en court-circuit : $I_{2CC} = 10 \text{ A}$, $V_{1CC} = 6,22 \text{ V}$;
- résistances primaire et secondaire mesurées à chaud : $R_1 = 0,40 \Omega$, $R_2 = 0,12 \Omega$.

5. Calculer la réactance de fuite ramenée au secondaire $l_s \omega$.
6. Calculer la tension V_2 obtenue lorsque $V_1 = 220 \text{ V}$ et que le transformateur débite au secondaire un courant inductif $I_2 = 10 \text{ A}$ avec $\cos \varphi_2 = 0,8$. Il est conseillé d'utiliser la relation simplifiée permettant de calculer la chute de tension ΔV_2 .

Voir la correction page [56](#)

1.9.9 Étude du fonctionnement d'un transformateur, court-circuit, mise en parallèle

Le transformateur étudié ici est une version monophasé d'un transformateur de distribution assez courant du genre de ceux que l'on voit en haut des poteaux dans les campagnes. Une série de mesure sur un transformateur monophasé a permis d'établir les caractéristiques suivantes :

- Tensions à vide : $U_{1n} = 21 \text{ kV}$, $U_{2n} = 380 \text{ V}$;
- Impédances du primaire : $R_1 = 61 \Omega$, $l_1 \omega = 141 \Omega$;
- Impédances du secondaire : $R_2 = 2 \text{ m}\Omega$, $l_2 \omega = 40 \text{ m}\Omega$;
- Puissance nominale : $S_n = 76 \text{ kVA}$.

Sauf indication contraire, dans tout le problème le transformateur sera alimenté par un réseau de tension 21 kV-50 Hz.

1. Dessiner le schéma équivalent de kapp, ramené au secondaire, en précisant les valeurs du rapport de transformation, de R_S et de $l_s \omega$;
2. Le secondaire du transformateur débite sur une charge absorbant un courant $I_2 = I_{2n}$, de facteur de puissance $\cos \varphi = 0,8$ (inductif).
 - 2.1. Calculer la chute de tension ΔU_2 en utilisant la relation algébrique simplifiée.
 - 2.2. Calculer la tension aux bornes de la charge.

Le primaire étant toujours alimenté sous une tension de 21000 V, les bornes de sortie du secondaire sont mises en court-circuit franc.

- 2.3. Calculer le courant de court-circuit I_{CC} .
- 2.4. Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans le transformateur lors de ce court-circuit.
- 2.5. Calculer la tension U_{1CC} à laquelle il faut réduire la tension primaire pour limiter le courant de court-circuit à $I_{2CC} = I_{2n}$. Calculer la valeur : $\epsilon = \frac{U_{1CC}}{U_{1n}}$ en %.
- 2.6. Calculer la puissance absorbée P_{CC} lors de l'essai en court-circuit sous tension réduite U_{1CC} .
3. Un essai supplémentaire, à vide, a donné la puissance absorbée au primaire : $P_0 = 400\text{W}$ pour $\cos \varphi_0 = 0,1$
 - 3.1. Calculer le rendement du transformateur lorsqu'il débite $I_2 = I_{2n}$ avec $\cos \varphi_2 = 0,8$. Les conditions d'exploitation demeurent identiques, à savoir : ($I_2 = I_{2n}$, $\cos \varphi_2 = 0,8$ inductif).
 - 3.2. Calculer la puissance active P_1 absorbée au primaire.
 - 3.3. Calculer la puissance réactive Q_1 absorbée au primaire.
 - 3.4. Calculer le facteur de puissance du primaire, $\cos \varphi_1$.
 - 3.5. Calculer le courant I_1 absorbé par le primaire.
4. Calculer le courant débité I'_2 donnant lieu au rendement maximum. Calculer ce rendement pour $\cos \varphi_2 = 1$.
5. On considère à présent un deuxième transformateur, rigoureusement identique au premier. Son rapport de transformation vaut néanmoins : $m' = 1,01.m$. Les primaires sont connectés en parallèle sur le réseau 21 kV. Les secondaires sont connectés en parallèle.
 - 5.1. L'ensemble étant à vide (pas de débit sur charge extérieure), calculer le courant de circulation I_V dans les secondaires.
On débranche le primaire du transformateur n°2 du réseau ; les secondaires des transformateurs n°1 et n°2 restent cependant connectés en parallèle.
 - 5.2. Calculer le courant au secondaire du transformateur n°1.
 - 5.3. Calculer le courant appelé par le primaire du transformateur n°1.
 - 5.4. Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans chacun des transformateur.

Voir la correction page [57](#)

1.9.10 Étude d'un transformateur triphasé

Un transformateur Dy avec neutre au secondaire, possède un rapport de nombres de spires égal à 0,044. La tension primaire est de 5000 volt.

1. Calculer les tensions disponibles au secondaire.
2. Calculer l'intensité du courant primaire dans un fil de ligne et dans un enroulement si le secondaire débite 100 A.

Voir la correction page [59](#)

1.9.11 Transformateur triphasé : modification du couplage du secondaire

Un transformateur triphasé dont le primaire est en étoile, est alimenté sous une tension de 20000 V. Les nombres de spires par noyau sont $n_1 = 4000$ au primaire et $n_2 = 76$ au secondaire. La puissance apparente du transformateur est $S = 140$ kVA.

1. Calculer les tensions disponibles au secondaire (entre phases et éventuellement entre neutre et phase) pour les couplages suivants :
 - étoile avec neutre ;
 - triangle ;
 - zig-zag avec neutre.
2. Pour chacun des trois couplages, calculer l'intensité du courant dans la ligne au secondaire ainsi que l'intensité du courant dans un enroulement.

Voir la correction page [60](#)

1.9.12 Transformateur triphasé

Les caractéristiques du transformateur triphasé servant à l'alimentation d'une usine sont les suivantes :

- puissance apparente secondaire nominale $S_{2n} = 250$ kVA ;
- tension composée primaire nominale $U_{1n} = 20$ kV à la fréquence $f = 50$ Hz ;
- tension composée secondaire nominale $U_{2n} = 400$ V ;
- couplage : Dy11.

Des essais ont été réalisés :

essai à vide : sous la tension $U_{10} = U_{1n}$:

- puissance absorbée au primaire : $P_{10} = 0,65 \text{ kW}$;
- tension composée secondaire : $U_{20} = 410 \text{ V}$;

essai en court circuit : sous la tension $U_{1cc} = 4 \%$ de U_{1n} :

- puissance absorbée au primaire : $P_{1cc} = 3,25 \text{ kW}$;
- intensité du courant de ligne secondaire : $I_{2cc} = I_{2n}$.

1. Déterminer la valeur efficace nominale I_{2n} de l'intensité du courant de ligne secondaire.
2. Déterminer les rapports de transformation à vide M et m .
3. On souhaite déterminer le schéma équivalent par phase ramené au secondaire
 - 3.1. Dessiner ce schéma.
 - 3.2. Déterminer Z_S , R_S et X_S .
 - 3.3. Indiquer ce que représente la puissance P_{10} absorbée dans l'essai à vide.
4. On imagine un fonctionnement du transformateur, alimenté sous sa tension primaire nominale, qui débite une intensité $I_2 = I_{2n}$ en alimentant directement une charge triphasée équilibrée de nature inductive, caractérisée par un facteur de puissance de 0,80.
Déterminer, en utilisant la formule approchée, la tension disponible entre phases aux bornes de la charge.

1.9.13 corrigé de l'exercice 1.9.1, page 43

1. On calcule d'abord la résistance de la ligne $R = \rho \cdot \frac{l}{s} = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2 \times 40000}{1 \cdot 10^{-4}} = 12,8 \Omega$. Le déphasage du courant sur la tension vaut : $-\arccos(0,6) \simeq -53^\circ$. Sans transformateur, la tension à appliquer à l'entrée de la ligne doit être égale à celle régnant aux bornes du récepteur plus celle aux bornes de la résistance de la ligne, soit : $220/0^\circ + 12,8 \times 50 / -53^\circ = 792 / -40^\circ \text{ V}$. Cette tension est beaucoup trop importante, on ne pourra pas alimenter des récepteurs de tension nominale 220 V à l'entrée de la ligne. D'autre part, la puissance perdue lors du transport est celle perdue en effet Joule dans la résistance de la ligne, soit : $RI^2 = 12,8 \times 50^2 = 32 \text{ kW}$. Ces 32 kW doivent être comparés à la puissance absorbée par le récepteur : $220 \times 50 \times 0,6 \simeq 6,6 \text{ kW}$, on perd pratiquement trois fois la puissance transportée ! Il faudra donc soit diminuer la résistance de la ligne, soit utiliser des transformateurs afin d'augmenter la tension et de diminuer l'intensité dans la ligne.

2. Partant du secondaire du transformateur qui alimente le récepteur et qui doit fournir 220 V afin que celui-ci fonctionne correctement, on calcule les différentes tensions jusqu'à l'entrée de la ligne. Le primaire du transformateur qui alimente le récepteur doit être alimenté sous une tension de $220 \times 25 = 5500\text{V}$. Aux bornes de la résistance de la ligne, la d.d.p. est de $12,8 \times 50 = 640\text{V}$ qui doit être ajoutée vectoriellement au 5500 V.

La tension au secondaire du transformateur élévateur en début de ligne est donc : $V_2 = 5500\angle 0^\circ + 640\angle -53^\circ \approx 5907\angle -5^\circ\text{ V}$.

La tension aux bornes du primaire du transformateur élévateur doit donc être de : $\frac{5907}{25} \approx 236\text{ V}$ ce qui est beaucoup plus raisonnable et ne posera plus aucun problème aux récepteurs alimentés par cette tension en début de ligne.

L'intensité circulant dans la boucle haute tension est : $50 \times \frac{1}{25} = 2\text{A}$. Les pertes par effet Joule dans la ligne sont donc désormais de $12,8 \times 2^2 \approx 51\text{W}$, soit 0,46 % de la puissance transportée. Les transformateurs permettant de transporter l'énergie électrique en haute tension permettent donc de résoudre très efficacement les problèmes de transport de l'énergie électrique.

1.9.14 corrigé de l'exercice 1.9.2, page 43

1. Le schéma modifié est celui de la figure 1.45 page 52. La connexion a pour but d'ajouter le vecteur 600 V au vecteur 120 V.
2. En se plaçant du côté secondaire, la puissance apparente de l'autotransformateur est égale à : $720\text{V} \times 100\text{A} = 72\text{kVA}$. On aurait pu se placer du côté primaire et faire le calcul : $600\text{V} \times 120\text{A} = 72\text{kVA}$. Les deux valeurs sont évidemment identiques.
3. Pour la transformation en autotransformateur abaisseur, la connexion à réaliser doit permettre de soustraire le vecteur 120 V au vecteur 600 V comme le montre la figure 1.46 page 52.
4. En se plaçant du côté secondaire, la puissance apparente de l'autotransformateur est égale à : $480\text{V} \times 100\text{A} = 48\text{kVA}$. On aurait pu se placer du côté primaire et faire le calcul : $600\text{V} \times 80\text{A} = 48\text{kVA}$. Là aussi, bien évidemment, les deux valeurs sont évidemment identiques.

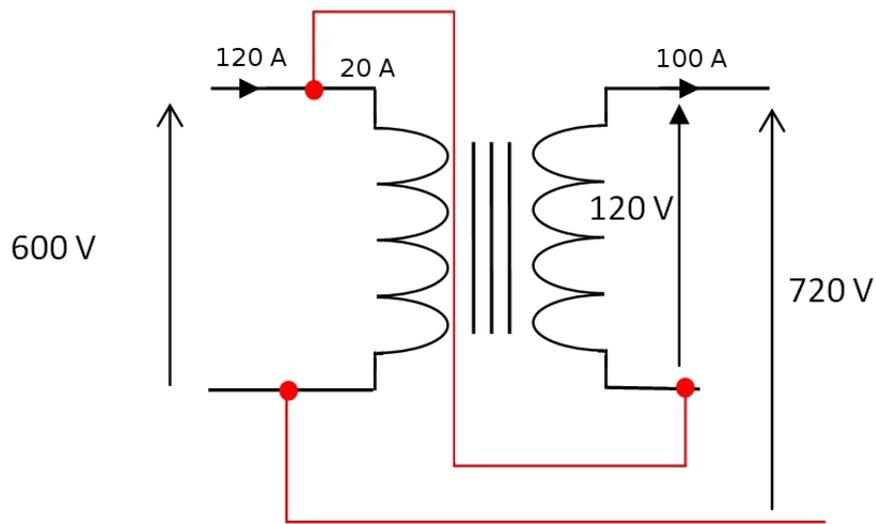


FIGURE 1.45 – Modification des connexions pour transformer un transformateur en autotransformateur élévateur.

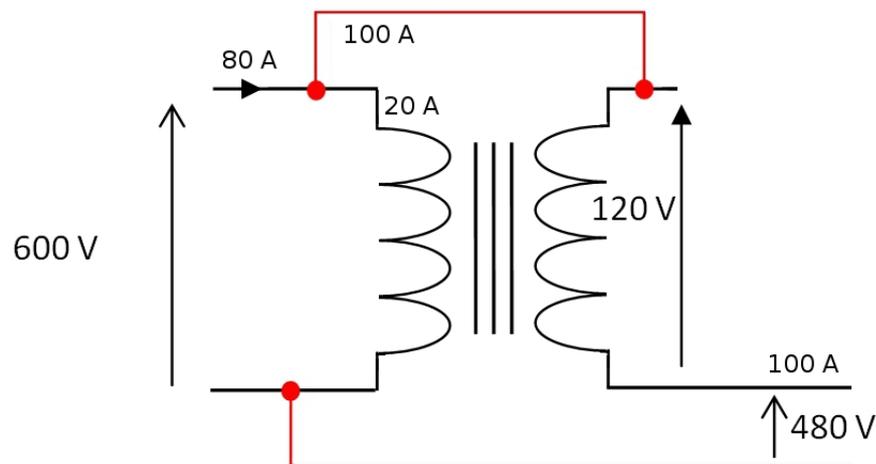


FIGURE 1.46 – Modification des connexions pour transformer un transformateur en autotransformateur abaisseur.

1.9.15 corrigé de l'exercice 1.9.3, page 44

La formule de la page 10 permet d'obtenir :

$$n_1 = \frac{V \times \sqrt{2}}{2\pi f \hat{B} S}$$

On en tire les valeurs suivantes : $n_1 = 1500$ spires, $n_2 = 60$ spires en 50 Hz ;

en 60 Hz, $n_1 = 1250$ spires et $n_2 = 50$.

Il est à noter que le transformateur, s'il est initialement conçu pour fonctionner en 50 Hz, pourra fonctionner sans problème en 60 Hz, alors que l'inverse poserait des problèmes, l'onde de tension secondaire serait déformée à cause de la saturation du circuit magnétique.

1.9.16 corrigé de l'exercice 1.9.4, page 44

La clé de la résolution de cet exercice est la figure montrant la décomposition du courant absorbé à vide à la page 15.

- Facteur de puissance : $P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{P_1}{V_1 \cdot I_1} = \frac{10}{220 \cdot 0,3} = 0,15$.
 Courant magnétisant : $I_{10} = I_1 \cdot \sin \varphi_{1V} = 0,3 \times \sin(\arccos(0,15)) = 296$ mA.
 Courant créant les pertes fer : $I_{1F} = I_1 \cdot \cos \varphi_{1V} = 0,3 \times 0,15 = 45$ mA.

R_F peut se calculer de plusieurs manières : $R_F = \frac{V_1}{I_{1F}} = \frac{P_1}{I_{1F}^2} = \frac{V_1^2}{P_1}$. La dernière formule permet un calcul directement avec les données de l'énoncé, minimisant ainsi les risques d'erreur (au cas, fort improbable, où le calcul de I_{1F} ne serait pas correct). On a donc : $R_F = \frac{220^2}{10} = 4,84$ k Ω . Il est à noter que les résistances fictives (elles n'ont aucune réalité physique et ne se mesure pas) R_F possède une valeur assez importante (supérieure au k Ω).
 L_1 ne se calcule que par une seule formule étant donné que l'on ne mesure pas la puissance réactive absorbée à vide par le transformateur. En valeur efficace, on a : $V_1 = L_1 \omega \cdot I_{10} \Rightarrow L_1 = \frac{V_1}{\omega \cdot I_{10}} = \frac{220}{314 \cdot 0,296} = 2,36$ H.

- Le courant secondaire étant en phase avec V_2 , le vecteur $R_S \cdot \vec{I}_2$ est en phase avec \vec{V}_2 . Les fuites magnétiques étant nulles d'après l'énoncé, les inductances de fuite également. On a donc : $V_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot V_1 - R_S \cdot I_2$.

Le calcul de R_S ne pose aucune difficulté : $R_S = R_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot R_1 = 2 + \left(\frac{110}{220}\right)^2 \times 8 = 4$ Ω .

Ainsi, $V_2 = \frac{220}{2} - 4 \times 2 = 102$ V.

Rendement : $\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fer} + P_{cuivre}} = \frac{102 \times 2 \times 1}{102 \times 2 + 10 + 4 \times 2^2} = 0,887$.

1.9.17 corrigé de l'exercice 1.9.5, page 45

Calcul de la tension secondaire :

Déterminons tout d'abord I_2 : $I_2 = \frac{S}{V_2} = \frac{3000}{200} = 15$ A. Avec le facteur de puissance, on en déduit $\underline{I_2} = 15 / \arccos 0,8 = 15 / 37^\circ$

L'équation de maille du secondaire est : $\frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{V}_1 = \underline{Z}_S \cdot \underline{I}_2 + \underline{V}_2 \Rightarrow \underline{V}_1 = \frac{n_1}{n_2} \cdot (\underline{Z}_S \cdot \underline{I}_2 + \underline{V}_2) = 23 \times (1,33/\underline{70,5^\circ} \times 15/\underline{-37^\circ} + 200/\underline{0^\circ}) \simeq 4990/\underline{2,9^\circ} \text{ V}$.

Rendement :

La résistance des enroulements ramenée au secondaire est la partie réel de l'impédance totale ramenée au secondaire : $R_S = 1,33 \times \cos(70,5^\circ) = 0,444 \Omega$.

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{fer}} + P_{\text{cuivre}}} = \frac{3000 \times 0,8}{3000 \times 0,8 + 70 + 0,444 \times 15^2} \simeq 0,934.$$

1.9.18 corrigé de l'exercice 1.9.6, page 45

1. Pour le calcul du rapport de transformation, il faut penser à utiliser le rapport des intensités : $\frac{n_2}{n_1} = \frac{I_{1CC}}{I_{2CC}} = \frac{0,65}{15} = 0,043$.

2. $\frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{V}_1 = \underline{Z}_S \cdot \underline{I}_{2CC} \Rightarrow \underline{Z}_S = \frac{\frac{n_2}{n_1} \cdot \underline{V}_1}{\underline{I}_{2CC}} = \frac{0,043 \times 460}{15} = 1,32 \Omega$.

L'argument de \underline{Z}_S s'obtient avec la formule : $P = V \cdot I \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{100}{0,043 \times 460 \times 15} = 0,334 \Rightarrow \varphi = 70,5^\circ$.

On a donc : $\underline{Z}_S = 1,32/\underline{+70,5^\circ} \Omega$. Il s'agit bien de $+70,5^\circ$ car l'impédance étant de nature inductive, il faut parcourir un angle dans le sens positif trigonométrique pour, partant du vecteur courant, arriver sur le vecteur tension.

3. $R_1 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \times (R_S - R_2) = \left(\frac{1}{0,043}\right)^2 \times (0,444 - 0,225) \simeq 113 \Omega$.

Cette valeur peut paraître élevée, mais les pertes Joule au primaire demeurent modérées. En effet, en considérant un transformateur 5000 V/220 V de 3 kVA, comme dans l'exercice 1.9.5 l'intensité nominale primaire est de : $I_{1n} = \frac{3000}{5000} = 0,6 \text{ A} \Rightarrow R_1 \times I_{1n}^2 = 41 \text{ W}$.

1.9.19 corrigé de l'exercice 1.9.7, page 45

La puissance apparente absorbée par le primaire est égale à :

$$S_1 = V_1 \times I_1 = 600 \times 16,7 \simeq 10 \text{ kVA}$$

La puissance active absorbée par le primaire du transformateur est égale à celle absorbée par la charge plus celle absorbée par le transformateur (pertes fer et perte Joule dans les enroulements).

$$R' = \frac{P_1 - P_{\text{ertes fer}}}{I_1^2} - R_1 = \frac{7800}{(16,7)^2} - 0,5 \simeq 25,5 \Omega$$

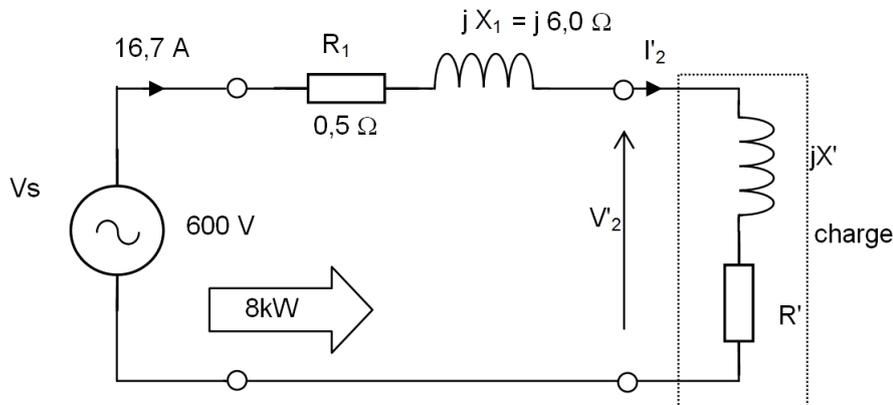


FIGURE 1.47 – Circuit équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.7.

La puissance réactive au primaire est égale à :

$$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{(10^3)^2 - (7800)^2} = 6,25 \text{ kVA}$$

De $Q_1 = (X_1 + X') \times I_1^2$, on déduit :

$$X' = \frac{Q_1}{I_1^2} - X_1 = \frac{6,25 \cdot 10^3}{(16,7)^2} - 6 \approx 16,5 \Omega$$

Le facteur de puissance au primaire est : $\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{7800}{10^3} = 0,78 \Rightarrow \varphi_1 = 38^\circ,7$

La tension V_2' est égale à :

$$\underline{V_2'} = \underline{V_1} - (R_1 + jX_1)\underline{I_1} = 600 - (0,5 + j6) \cdot (16,7 \angle -38^\circ,7) \approx 536 \angle -8^\circ \text{ V}$$

La tension aux bornes du secondaire du transformateur est :

$$\underline{V_2} = \frac{\underline{V_2'}}{(600/120)} = \frac{536 \angle -8^\circ}{5} \approx 107 \angle -8^\circ \text{ V}$$

La valeur efficace de la tension secondaire est donc 107 V.

Le facteur de puissance de la charge est : $\cos \varphi_2 = \cos \left[\arctan \left(\frac{X'}{R'} \right) \right] = \cos(30^\circ,9) \approx 0,86$.

On peut également résoudre cet exercice graphiquement. On peut aussi ramener les impédances R_1 et X_1 au secondaire afin de se retrouver en terrain

plus familier et calculer la chute de tension ΔV_2 par la formule approximative, puis en déduire V_2 .

1.9.20 corrigé de l'exercice 1.9.8, page 46

1. $e = \frac{\partial \phi}{\partial t} \Rightarrow \underline{V} = j n_1 \omega \phi \Rightarrow \hat{V} = n_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \hat{B} S \Rightarrow n_1 = \frac{\hat{V}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \hat{B} \cdot S} = \frac{220 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 50 \cdot 1 \cdot 0,0035} = 283$ spires
2. Les équations de la page 13 nous donnent $\underline{I}_{10} = \frac{V_1 \cdot \mathcal{R}}{j \omega n_1^2}$. Il nous faut déterminer la réluctance \mathcal{R} du circuit magnétique. Celui-ci est constitué par deux circuits identiques **en parallèle** comme le montre la figure 1.48.

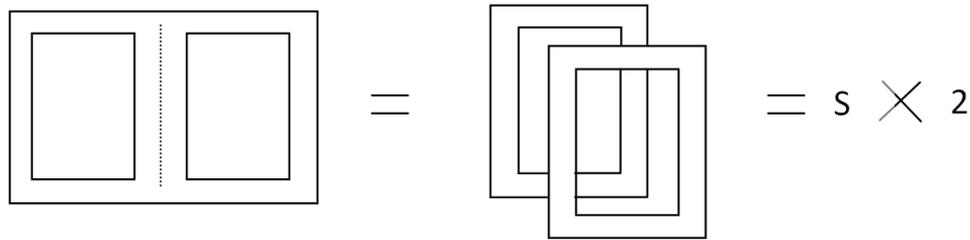


FIGURE 1.48 – Circuit magnétique équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.8.

$$\text{Or, } \mathcal{R} = \frac{1}{\mu_0 \times \mu_r} \cdot \frac{l}{S} \Rightarrow \mathcal{R} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 0,36}{3000 \cdot 0,0035} = 27468 \text{ A/Wb.}$$

$$\text{D'où } I_0 = \frac{27468 \times 220}{283^2 \times 314} \simeq 240 \text{ mA.}$$

3. Le volume du circuit magnétique est : $V = 2 \times S \times l = 2 \times 0,00175 \times 0,36 = 1,26$ l. Les pertes fer sont donc : $P_f = \rho \times 2 \times S \times l \times 2,5 \simeq 22$ W.

$$\text{Et donc : } I_{1F} = \frac{P_f}{V_1} \simeq 0,1 \text{ A.}$$

4. $I_{1V} = \sqrt{I_0^2 + I_{1F}^2} \simeq 0,26 \text{ mA}$, $\cos \varphi_V = \frac{I_{1F}}{I_{1V}} = \frac{0,1}{0,26} = 0,38$.

5. L'essai en court-circuit permet de déterminer l'inductance de fuite :

$$l_s \omega = \frac{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_{1CC}\right)^2 - (R_S \cdot I_{2CC})^2}}{I_{2CC}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{110}{220} \cdot 6,22\right)^2 - \left(\left(0,12 + \left(\frac{110}{220}\right)^2 \cdot 0,40\right) \times 0,10\right)^2}}{10} \simeq 0,22 \text{ mH}$$

6. La figure 1.49 permet de tracer le diagramme de Kapp 1.50.

Dans le triangle rectangle ABC, on a V_2 qui correspond à la longueur AD.

Et $|AD| = |AC| - |CD| = \sqrt{AB^2 - BC^2} - |CD|$. On peut donc calculer :

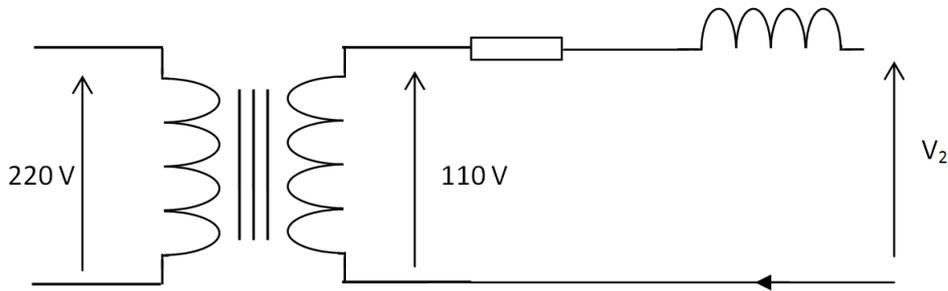


FIGURE 1.49 – Circuit équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.8.

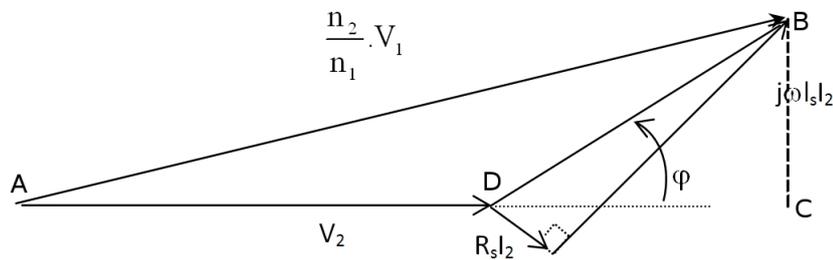


FIGURE 1.50 – Diagramme de Kapp du transformateur de l'exercice 1.9.8.

$$V_2 = \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1\right)^2 - \left(\sqrt{\left(R_S^2 \cdot I_2^2 + \ell_s^2 \omega^2 I_2^2\right)} \cdot \sin \varphi\right)^2} - \sqrt{\left(R_S^2 \cdot I_2^2 + \ell_s^2 \omega^2 I_2^2\right)} \cdot \cos \varphi$$

Soit : $V_2 \approx 108 \text{ V}$. Ceci correspond à un calcul exact. Sinon, par la formule approchée de la chute de tension, on obtient plus simplement :

$$V_2 = \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1\right) - \left(R_S \cdot I_2 \cdot \cos \varphi + \ell_s \omega \cdot I_2 \cdot \sin \varphi\right) \approx 107 \text{ V}$$

1.9.21 corrigé de l'exercice 1.9.9, page 47

$$1. \quad m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{380}{21000} = 0,018, \quad R_S = R_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \times R_1 = 0,022 \Omega$$

$$\ell_s \omega = \ell_2 \omega + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \times \ell_1 \omega \Rightarrow \ell_s \omega = 0,086 \Omega;$$

$$2. \quad 2.1. \quad \Delta U_2 \approx \left(R_S I_2 \cos \varphi + \ell_s \omega I_2 \sin \varphi\right) = 13,84 \approx 14 \text{ V.}$$

$$2.2. \quad I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = 200 \text{ A} \Rightarrow V_2 = \left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1\right) - \Delta U = 380 - 14 \approx 366 \text{ V}$$

$$2.3. \quad I_{CC} = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot V_1\right)}{\sqrt{R_S^2 + \left(\ell_s \omega\right)^2}} \approx 4280 \text{ A.}$$

$$2.4. \quad P_J = R_S \times I_{2CC}^2 = 0,022 \times 4280^2 \approx 403 \text{ kW, ce qui risquerait de détruire}$$

le transformateur : imaginez 403 fer à repasser dans une boîte de 60 cm de haut sur 40 cm de large sur 20 cm de profondeur !

- 2.5. La même formule que précédemment donne : $U_{1CC} = I_{2CC} \times \sqrt{R_S^2 + (\ell_s \omega)^2} \times \frac{n_1}{n_2} = 980V$ c'est la tension primaire nécessaire afin de limiter le courant de court-circuit à l'intensité secondaire nominale. $\epsilon = \frac{U_{1CC}}{U_{1n}} = \frac{1048}{21000} \simeq 5\%$.
- 2.6. $P_{CC} = R_S \cdot I_{2CC}^2 = 0,022 \times 200^2 = 880W$, ce qui est également la puissance dissipée par effet Joule dans le transformateur, puissance qui est supportable sans dommage par le transformateur.
3. 3.1. $\eta = \frac{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi}{V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi + P_{fer} + P_{cuivre}} \simeq 0,98$.
- 3.2. La puissance active P_1 absorbée au primaire est égale au dénominateur de l'expression du rendement ci-dessus, elle vaut 59.8 kW.
- 3.3. La puissance réactive Q_1 absorbée au primaire est la somme de la puissance réactive absorbée par le récepteur et de celle absorbée par le transformateur. Le récepteur absorbe $Q_r = V_2 I_2 \sin \varphi = 366 \times 200 \times \sin \arccos(0,8) = 43,9$ kvar. L'inductance de fuite ramenée au secondaire consomme une puissance réactive de $Q_f = \ell_s \omega \times I_2^2 = 0,086 \times 200^2 = 3,44$ kvar. L'inductance L_1 absorbe $Q_{L1} = P_o \times \tan(\arctan 0,1) \simeq 3,98$ kvar. Le théorème de Boucherot nous permet de calculer la puissance réactive totale absorbée comme étant la somme des puissances réactives absorbées, soit $Q_1 = 51,3$ kvar.
- 3.4. Le facteur de puissance du primaire est $\cos \varphi_1 = \cos\left(\arctan \frac{Q_1}{P_1}\right) = \frac{51,3 \cdot 10^3}{59,8 \cdot 10^3} \simeq 0,76$ soit un déphasage de $40,6^\circ$ à comparer au déphasage imposé par le récepteur : $\arccos 0,8 \simeq 36,7^\circ$. Le transformateur modifie ce déphasage de $3,9^\circ$.
- 3.5. $I_1 = \frac{P_1}{V_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{59,8 \cdot 10^3}{21000 \times 0,76} \simeq 3,75A$.
4. Le courant produisant le rendement maximum est celui qui produit des pertes cuivre (pertes par effet Joule) égales aux pertes fer. En effet, $\eta = \frac{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi}{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi + P_{fer} + R_S \cdot I_2^2}$. Divisons numérateur et dénominateur par I_2 :
- $$\eta = \frac{U_2 \cdot \cos \varphi}{U_2 \cdot \cos \varphi + \frac{P_{fer}}{I_2} + R_S \cdot I_2}$$
- η est maximal lorsque l'expression $\frac{P_{fer}}{I_2} + R_S \cdot I_2$ est minimale, c'est à dire lorsque la dérivée de cette expression par rapport à I_2 est nulle. Or $\frac{\partial \left(\frac{P_{fer}}{I_2} + R_S \cdot I_2\right)}{\partial I_2} = -\frac{P_{fer}}{I_2^2} + R_S = 0 \Rightarrow P_{fer} = R_S \cdot I_2^2$
- Il faut donc que $I_2 = \sqrt{\frac{400}{0,04}} = 134,8 \simeq 135A$.

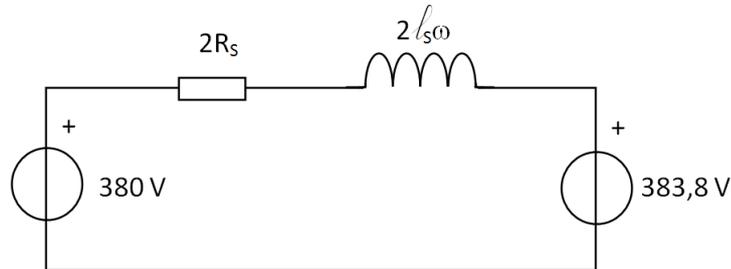


FIGURE 1.51 – Circuit équivalent du transformateur de l'exercice 1.9.9.

Calculons la tension secondaire :

$$\text{Alors : } \eta = \frac{135 \times (380 - 0,022 \times 135)}{135 \times (380 - 0,022 \times 135) + 2 \times (0,022 \times 135)^2} \simeq 0,984$$

5. 5.1. La figure 1.51 permet de calculer le courant de circulation entre les deux secondaires à vide : $I_V = \frac{383,8 - 380}{\sqrt{(2 \times 0,04)^2 + (2 \times 0,086)^2}} = 20\text{A}$.
- 5.2. Le transformateur n°1 a pour charge le secondaire du transformateur n°2. Le courant débité par le secondaire du transformateur n°1 est donc : $I_{21} = \frac{380}{\sqrt{(2 \times 0,04)^2 + (2 \times 0,086)^2}} \simeq 2000\text{A}$
- 5.3. Le courant appelé par le primaire du transformateur n°1 est de $I_1 \simeq I_{21} \times \frac{n_1}{n_2} = 2000 \times \frac{380}{21000} \simeq 36\text{A}$.
- 5.4. La puissance dissipée par effet Joule dans chacun des transformateur est de $R_s \times I_{21}^2 = 0,04 \times 2000^2 = 160\text{kW}$ ce qui est évidemment excessif.

1.9.22 corrigé de l'exercice 1.9.10, page 49

1. Il s'agit d'un transformateur dont le primaire est en triangle (D) et le secondaire en étoile (y). Il y a donc un point neutre au secondaire et de plus ce neutre est connecté une borne. On pourra donc disposer des tensions composées (entre phases) et des tensions simples (phase - neutre) au secondaire. La tension aux bornes d'une bobine secondaire est égale à la tension aux bornes d'une bobine primaire multipliée par le rapport des nombres de spires. Or la tension aux bornes d'une bobine primaire est la tension composée au primaire (5000 V) car le primaire est en triangle. On a donc :

$$V_{bobine_2} = V_{bobine_1} \times \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow V_{bobine_2} = 0,044 \times 5000 = 220\text{V}$$

Il s'agit de la tension simple car les bobines secondaires sont connectées en étoile. La tension composée secondaire est égale à :

$$U_2 = \sqrt{3} \times V_2 = \sqrt{3} \times 220 = 380\text{V}$$

2. Le rapport des intensités dans les bobines secondaires est primaires est égal au rapport du nombre de spires on a donc :

$$\frac{I_{bobine_1}}{I_{bobine_2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow I_{bobine_1} = I_{bobine_2} \times \frac{n_2}{n_1} = 100 \times 0,044 = 4,4\text{A}$$

Il s'agit de l'intensité dans un enroulement du primaire. L'intensité sur les fils de ligne est $\sqrt{3}$ fois plus grande :

$$I_1 = I_{bobine_1} \times \sqrt{3} = 4,4 \times \sqrt{3} = 7,6\text{A}$$

1.9.23 corrigé de l'exercice 1.9.11, page 49

1. **secondaire en étoile avec neutre** : on a pour la tension simple $\frac{V_{bobine_2}}{V_{bobine_1}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow V_{bobine_2} = \frac{76}{4000} \times \frac{20000}{\sqrt{3}} = V_2 \simeq 220\text{V}$ et $U_2 = \sqrt{3} \times V_2 = 380\text{V}$ pour la tension composée.

secondaire en triangle : cette fois-ci, il n'y a qu'une tension disponible au secondaire, la tension composée $U_2 = V_{bobine_2}$, le même calcul que précédemment conduit donc à $U_2 = 220\text{V}$.

secondaire en zig-zag avec neutre : Le calcul précédemment effectué permet d'obtenir la tension au borne d'une demi-bobine du secondaire. Celle-ci sera de 110 V. La tension phase-neutre pour l'enroulement zig-zag s'obtient en additionnant deux tensions de 110 V déphasées entre elles de 120° . La résolution de ce triangle isocèle est un « grand classique » du triphasé, on trouve $V_2 = \sqrt{3} \times 110 \simeq 190\text{V}$ et $U_2 = 330\text{V}$

2. Intensité I du courant dans la ligne au secondaire ainsi que l'intensité du courant dans un enroulement J .

secondaire en étoile : En étoile, $I = J = \frac{S}{\sqrt{3} \times U} = \frac{140 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 380} \simeq 213\text{A}$.

secondaire en triangle : $I = \frac{S}{\sqrt{3} \times U} = \frac{140 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 220} \simeq 367,5\text{A}$, $J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{367,5}{\sqrt{3}} \simeq 212\text{A}$.

secondaire en zig-zag : Comme en étoile, $I = J$ et $I = \frac{S}{\sqrt{3} \times U} = \frac{140 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 330} \simeq 245\text{A}$

Chapitre 2

Généralités sur les machines électriques tournantes

2.1 Technologie des machines électriques

Les machines électriques comportent :

1. des matériaux magnétiques chargés de conduire et canaliser le flux magnétique ;
2. des matériaux conducteurs chargés de conduire et canaliser les courants électriques ;
3. des isolants ;
4. un « contenant » : carcasse d'un moteur, cuve d'un transformateur ;
5. un système de refroidissement.

2.1.1 Matériaux magnétiques

Les machines soumises à des champs magnétiques variables sont le siège de pertes par courants de Foucault et de pertes par hystérésis, la somme de ces pertes est appelée *pertes fer*.

Afin de réduire les pertes par courants de Foucault, on feuillète le circuit magnétique. Celui-ci est réalisé par assemblage de tôle de 2 à 3 dixièmes de millimètre d'épaisseur. Ces tôles sont recouvertes d'isolant électrique, cette opération est généralement réalisée en trempant les tôles dans un bain chimique qui réalise une phosphatation de la surface. Cela réduit la circulation des courants induits (les courants de Foucault). Toujours afin de limiter les courants de

Foucault, on augmente également la résistivité de l'acier employé en réalisant un alliage acier-nickel-silicium, mais on ne sait pas mettre plus de 3 à 4 % de silicium dans l'alliage. Cela permet de réduire la « perméabilité » des tôles au courant électrique en maintenant la perméabilité aux lignes de champ magnétique.

Pour réduire les pertes par hystérésis, les métallurgistes soumettent les tôles, qui serviront à confectionner les circuits magnétiques, à des cycles de laminage à des températures très précises. Le but étant d'obtenir des cycles d'hystérésis très étroits et d'orienter les domaines magnétiques (domaine de Weiss) afin d'obtenir une direction où la réluctance est minimale. Les pertes par hystérésis étant fonction de la surface du cycle (et de la fréquence) on les diminue ainsi considérablement.

Les rouleaux de tôles sont découpés par emboutissage en considérant l'axe de laminage indiqué par le métallurgiste. Le fabriquant de tôles soumet celles-ci à des essais et indique les pertes en W/kg pour telle fréquence et tel champ magnétique maximum.

On utilise par exemple :

- des tôles au silicium : alliage de fer et de 3,4 % de silicium, saturée à 2 T, $\mu_r = 6500$;
- des tôles spéciales à grains orientés, saturées à 3 T, $\mu_r = 35000$.

2.1.2 Matériaux conducteurs

Le cuivre est généralement utilisé pour réaliser les bobinages des machines électriques car, à part l'argent, c'est le matériaux dont la résistivité est la plus faible. Cependant, pour les lignes de transport de l'énergie électrique où l'on souhaite disposer de câble assez léger, on utilise l'aluminium. Certaines machines utilisent également l'aluminium en lieu et place du cuivre.

L'or et l'argent sont utilisés pour la réalisation de la surface de certains contacts électriques mobiles.

Suivant les applications, on ajoute au cuivre quelques % de chrome, de béryllium, de cadmium ou encore de nickel.

Matériaux conducteurs	Résistivité à 20°Celsius en ohms-mètre, $\Omega \cdot m$
cuivre	$1,72 \cdot 10^{-8}$
or	$2,04 \cdot 10^{-8}$
aluminium	$2,63 \cdot 10^{-8}$
argent	$1,59 \cdot 10^{-8}$
laiton	$7,0 \cdot 10^{-8}$

2.1.3 Matériaux isolants - Classe d'isolation

Les conducteurs sont isolés avec du papier, du coton, du bois, du PVC, du caoutchouc, des thermoplastiques ...

Une fois la machine construite, on l'étuve afin de supprimer l'humidité puis on l'imprègne avec des vernis ou des résines, suit éventuellement une phase de cuisson.

Les différents isolants répondent à un cahier des charges incluant la valeur de la tension électrique à supporter, la température de fonctionnement, les contraintes fonctionnelles et d'agencement de l'isolant dans la machine. Tous les facteurs de vieillissement thermique, électrique, mécanique et environnementaux ont un impact sur la durée de vie de tout type de machine, mais l'importance de l'un vis-à-vis des autres varie avec le type de machine et les conditions d'utilisation. C'est la qualité de ses isolants qui fait la qualité d'une machine. C'est par vieillissement puis destruction par claquage (amorçage d'un arc à travers l'isolant) que prend fin la vie d'une machine électrique.

La norme admet que pour les petites machines basse tension bobinées en vrac, la dégradation est essentiellement due à l'effet de la température et de l'environnement; les machines de moyennes à grandes dimensions, utilisant des enroulements préformés sont également affectés par la température et l'environnement, mais les contraintes électriques et mécaniques peuvent également constituer un facteur de vieillissement important.

La détermination de la capacité d'une machine à supporter un fonctionnement en régime permanent sous l'effet de la température est donc primordiale. Cette grandeur est définie comme étant sa *classe thermique* ou *classe d'isolation*. Dans notre cas, la classe d'isolation définira la température maximale de fonctionnement des bobinages. Les trois classes les plus utilisées et définies par les normes CEI 85 et CEI 34-1 ont été reportées dans le tableau ci-après; elles fixent les valeurs limites de l'échauffement et de la température des bobinages (au point le plus chaud). La classe la plus courante est la classe F.

Classe d'isolation	A	E	B	F	H
Température limite	110 °C	115 °C	130 °C	155 °C	180 °C

En fonction de la température ambiante dans laquelle fonctionne la machine, il en découle une réserve thermique de fonctionnement. Pour une température ambiante maximale fixée à 40 °C (température généralement prise en Europe), la figure 2.1 fournit les réserves thermiques d'échauffement disponibles pour les trois classes définies dans le tableau précédent.

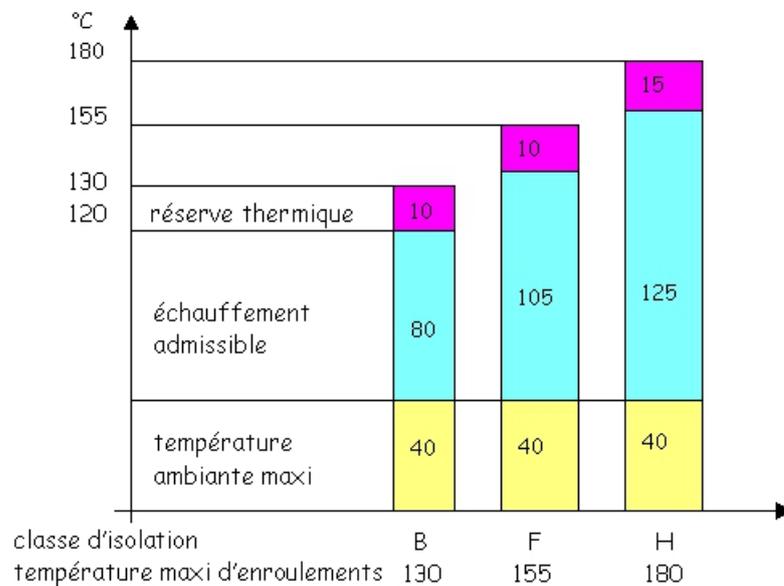


FIGURE 2.1 – Les trois classes d'isolation les plus courantes.

Cette réserve thermique permet un échauffement supplémentaire, à caractère transitoire si l'on souhaite augmenter la durée de vie de la machine ou permettant l'existence de points chauds dans les bobinages. Pour une classe thermique donnée, cette réserve peut être augmentée par un dimensionnement approprié produisant un échauffement inférieur au maximum autorisé. A titre d'exemple, la construction des moteurs Leroy Somer de classe F conduit à un échauffement de 80°C au lieu des 105°C autorisés. Il en résulte que la réserve thermique passe de 10 à 35 °C (dans des conditions normales d'utilisation : altitude inférieure à 1000 m, alimentation sous fréquence et tension nominales).

La température atteinte est liée à l'échauffement, lui-même lié à la puissance mise en jeu, et à la température ambiante. Il faut également tenir compte d'un déclassement éventuel dû à l'altitude si elle est supérieure à 1000 m, de l'ordre de 10 % par 1000 m.

On se réfère en général à une température ambiante de 40 °C, par précaution, on se donne une marge de température de 10 °C (15 °C en classe H). On considère qu'un dépassement de 10 °C de la température maximum divise la durée de vie de la machine par 2.

Les machines peuvent être refroidies par rayonnement, conduction et convection. Dès que la machine est de taille importante, c'est la convection qui permet d'évacuer les pertes vers l'extérieur (l'atmosphère). Pour des machines de quelques kW, il est possible d'utiliser la convection naturelle : on munit le carter de nombreuses ailettes afin d'augmenter la surface d'échange carter/atmosphère.

Généralement, la convection est forcée en plaçant un ventilateur sur l'axe du moteur.

Pour les applications à faible vitesse, le refroidissement doit être soigneusement étudié et on peut mettre en œuvre un moto-ventilateur séparé.

Pour de plus grandes puissances, on utilise un double circuit :

- circuit primaire avec air, huile ou hydrogène ;
- circuit secondaire à air généralement.

Il est à noter que l'hydrogène, qui possède une chaleur massique plus importante que celle de l'air $10140 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ pour l'hydrogène contre $710 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ pour l'air, permet une plus grande extraction de chaleur que l'air. De plus, il produit des frottements moindres, d'où son emploi malgré le danger qu'il représente.

2.2 Services de marche

La plupart des moteurs fonctionnent souvent en service non continu. Certains moteurs ne fonctionnent que pendant une brève période, d'autres tournent toute la journée mais avec une faible charge, et de nombreux moteurs doivent accélérer de fortes inerties ou sont commandés en mode commuté et freinés électriquement.

Dans tous ces divers types de service, un moteur ne chauffe pas comme en cas de service continu. Par conséquent, tous ces processus spécifiques d'échauffement doivent être pris en compte pour éviter une surcharge qui endommagerait les enroulements rotoriques et statoriques du moteur.

Le service des moteurs est indiqué sur la plaque signalétique. Il indique le cycle de fonctionnement d'un moteur, correspondant à sa puissance nominale. Un moteur devant être démarré le matin à 8 heures et arrêté le soir à 20 heures n'aura pas le même échauffement qu'un moteur d'ascenseur qui n'arrête pas de démarrer et de s'arrêter et donc pas le même type de service.

Il existe neuf types de services différents, de S1 à S9, les plus courants sont les services S1, S2 et S3.

S1	Service continu
S2	Service temporaire
S3	Service périodique intermittent sans démarrage
S4	Service périodique intermittent à démarrage
S5	Service périodique intermittent à démarrage et freinage électrique
S6	Service continu à charge intermittente
S7	Service ininterrompu à démarrage et freinage électrique
S8	Service ininterrompu à variations périodiques de charge/de vitesse
S9	Service ininterrompu à variations non périodiques de charge/de vitesse

Les fabricants de moteurs doivent assigner la capacité de charge du moteur à l'un de ces types de service et fournir, le cas échéant, les valeurs relatives au temps de fonctionnement, à la période de charge ou au facteur de service relatif.

2.2.1 Échauffement des machines électriques

La température interne d'une machine est liée à ses pertes qui sont elles mêmes liées à la puissance électrique qu'elle convertit. Dans le cas le plus simple, une machine qui fonctionne en service continu S1 à sa vitesse nominale et délivre son couple nominal atteindra sa température de régime permanent au bout de 10 à 50 minutes. Celle-ci sera liée à sa classe d'isolement. Par exemple, en classe F (155 °C), l'échauffement ne dépassera pas 105 °C par rapport à une température ambiante de 40 °C, avec une marge thermique de 10 °C.

Dans le cas d'une température ambiante élevée (supérieure à 40 °C), ou si la machine est installée à une altitude supérieure à 1000 m, il convient de déclasser la machine. Cela se fait avec des abaques, ou encore par tranche, par exemple 5 % par élévation de 5 °C ou 1000 °C. Ainsi, un moteur asynchrone de 20 kW installé à 2000 m dans une température ambiante de 35 °C verra sa puissance limitée à $20 \times 0,95 = 19$ kW.

La protection thermique des machines peut être assurée par divers dispositifs, plus ou moins élaborés et coûteux :

- mesure du courant dans la machine et calcul de l'échauffement (relais thermique, disjoncteur) ;
- sonde interne tout ou rien ;
- sont de mesure PT100 ou thermocouple, intégrée au moteur raccordée à un relais de mesure ;
- calcul de l'état thermique de la machine par le calculateur du variateur de vitesse qui alimente la machine.

2.2.2 Indice de protection IPxx et IKxx

L'*indice IP* est donné pour tous les équipements électriques et est indiqué par deux chiffres :

- le premier correspond à la protection contre la pénétration des corps solides ;
- le deuxième correspond à la protection contre la pénétration des liquides.

Par exemple, IP55 signifie « protégé contre la pénétration de toutes particules solides et contre les jets d'eau de toutes direction ». On utilise une lettre supplémentaire pour indiquer le degré de protection des personnes, protection contre l'accès aux parties dangereuses.

L'*indice IK* détermine le degré de protection du matériel contre les chocs d'origine mécanique. Par exemple : IK08 indique que Le matériel est protégé contre un choc équivalent à la chute d'une masse de 1,25kg depuis une hauteur de 40cm (correspondant à une énergie de 5 Joules).

2.2.3 Plaque signalétique

Toute machine électrique est munie d'une *plaque signalétique* qui indique les caractéristiques nominales électriques de la machine, tous les renseignements utiles y sont répertoriés. Une plaque signalétique porte généralement les indications suivantes, voir la figure 2.2 :

- Le numéro du modèle propre au constructeur ;
- la puissance utile délivrée sur l'arbre du moteur ;
- le facteur de puissance qui permet de calculer la puissance réactive consommée par le moteur dans le cas du moteur asynchrone. Dans le cas de la machine synchrone, l'indication du facteur de puissance est équivalente à la donnée du courant d'excitation maximal. Le facteur de puissance indiqué par la plaque signalétique d'une machine synchrone est la valeur minimum du facteur de puissance global du réseau que peut alimenter l'alternateur 24 heures sur 24, 7 jours sur 7, 365 jours par an sans que son inducteur ne subisse de contrainte thermique excessive. Si le réseau à alimenter possède un facteur de puissance inférieur, il faudra soit changer de modèle d'alternateur, soit plutôt équiper le réseau de batterie de condensateur afin de remonter son facteur de puissance à une valeur supérieure à celle indiquée par la plaque signalétique ;
- les tensions d'alimentation, par exemple (230 V/400 V). La plus petite valeur indique la tension nominale pour un enroulement statorique de la machine, elle indique le couplage (étoile ou triangle) à effectuer en fonc-

tion du réseau d'alimentation.

- les intensités en ligne en fonction du couplage étoile ou triangle ;
- le rendement qui permet de connaître la puissance électrique absorbée par la machine ;
- la vitesse de rotation nominale de l'arbre moteur qui permet de déterminer la vitesse de synchronisme dans le cas d'une machine asynchrone ;
- la fréquence des tensions devant alimenter la machine ;
- le nombre de phases ;
- la température ambiante maximum ;
- le service de marche ;
- la classe d'isolation (définissant la température maximum en exploitation) ;
- les indices de protection IP, voir IK indiquant par trois chiffres la résistance du moteur à la pénétration des poussières, à l'eau et aux chocs mécaniques.
- la masse de la machine ;
- différentes normes, par exemple IEC 34/1 est une norme européenne permettant aux constructeurs d'harmoniser la construction des moteurs en terme de support, diamètre, hauteur, axe, ...



FIGURE 2.2 – Plaque signalétique d'une machine asynchrone.

2.3 Lois générales de la conversion électromécanique

Les machines électriques tournantes convertissent l'énergie mécanique en énergie électrique et inversement : ce sont les générateurs (électriques) ou les moteurs. On rencontre :

En courant continu :

- les machines à courant continu : moteur, génératrice (dynamo) ;

en courant alternatif :

- les machines synchrones : moteur synchrone, génératrice (alternateur) ;
- les machines asynchrones : moteur asynchrone, génératrice asynchrone.

Il s'agit d'une conversion d'énergie qui s'effectuera, bien évidemment, avec un rendement inférieur à un en raison des pertes inévitables.

L'exemple théorique suivant permet de matérialiser les diverses lois qui règlent cette conversion. Un conducteur de longueur ℓ , mobile, se déplace à la vitesse v sur deux rails indéfinis placés dans une induction uniforme et invariable B , normale aux conducteurs. On exerce la force mécanique F_m sur le conducteur et le circuit est alimenté par un générateur de f.é.m. E_0 et de résistance interne R . On note I le courant, avec les conventions de signes indiqués sur la figure 2.3 :

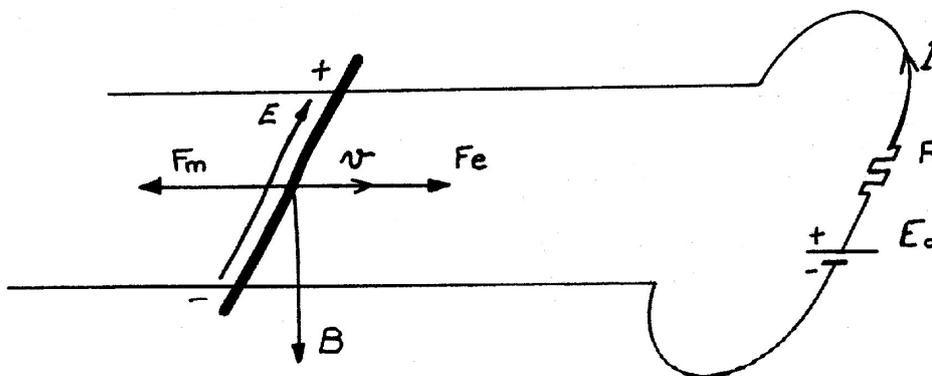


FIGURE 2.3 – Principe du générateur d'énergie électrique.

Quatre lois déterminent le système électromécanique :

La loi de Faraday : si la vitesse du conducteur est v ,

il apparaît une f.é.m. E : $E = B \times \ell \times v$

La loi de Laplace : si le courant dans le conducteur est I ,

il existe une force électromagnétique F_e : $F_e = B \times \ell \times I$

La loi d'Ohm : $E_0 = E + RI$

La loi de la dynamique : si la vitesse v est constante,
elle implique : $F_m = F_e$

Si la résistance est nulle (aucune perte dans le circuit) on a alors :

- une vitesse v telle que $E = E_0$;
- un courant I tel que $F_e = F_m$.

Les vitesses sont liées aux f.é.m. et les courants aux forces.

Le fonctionnement sera *moteur* si F_e et v sont de même sens (ce sont les conventions de la figure). La f.é.m. E s'oppose alors au courant.

Si la vitesse est dans le sens de la force appliquée F_m , on obtient un *générateur* électrique ; la force électrique F_e s'oppose alors à F_m .

On peut exprimer la puissance au niveau du conducteur sous la forme mécanique ou sous la forme électrique :

$$P = F_e v = B \times \ell \times I \times \frac{E}{B\ell} = E \times I$$

C'est la puissance électromagnétique. On notera que la conversion d'énergie est parfaitement *réversible*.

REMARQUE : On peut aussi imaginer que l'on translate l'induction magnétique B à la vitesse v_s en exerçant une force F_e , le circuit étant alors refermé sur R , comme on le voit sur la figure 2.4. Le conducteur, étant balayé par l'induction, donne naissance à une f.é.m. E qui engendre le courant I . Il apparaît alors une force F_e qui entraîne le conducteur dans le sens de v_s . Soit v la vitesse du conducteur :

$$E = B \times \ell \times (v_s - v)$$

$$F_e = F_m = B \times \ell \times I = B \times \ell \times \frac{E}{R}$$

d'où :

$$F_m = \frac{B^2 \times \ell^2}{R} (v_s - v)$$

Le conducteur est entraîné dans le sens de v_s mais à une vitesse inférieure v . C'est le principe du *moteur asynchrone*.

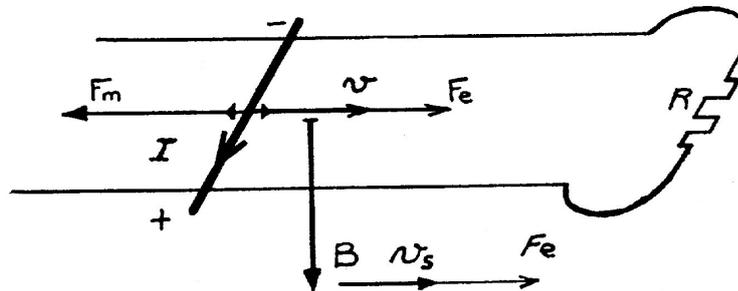


FIGURE 2.4 – Principe du moteur électrique.

2.4 Production de forces électromotrices

La rotation des conducteurs dans les machines tournantes engendre l'apparition de f.é.m. . Ce paragraphe traite essentiellement des machines synchrones et des machines à courant continu. Bien qu'on y retrouve les mêmes lois, les machines asynchrones seront étudiées séparément.

2.4.1 Structure de la machine

Une machine électrique comprend (voir figure 2.5) :

- Un circuit magnétique fermé** : les lignes d'induction traversent la culasse, les pôles, les entrefers, le rotor, suivant un tracé représenté sur le schéma ;
- des enroulements d'excitation** : qui créent le flux magnétique. Ces enroulements sont disposés autour des pôles et sont alimentés en courant continu ;
- le rotor ou induit** : cylindrique, il renferme dans des rainures (ou encoches) des conducteurs rectilignes, parallèles à son axe de rotation. Ces conducteurs seront par la suite reliés entre eux.

Le rotor est entraîné à une vitesse de rotation constante N (en tours par seconde) ou ω (en radians par seconde) avec $\omega = 2\pi N$.

Des forces électromotrices seront induites dans les conducteurs du rotor : elles dépendront de l'induction régnant dans l'entrefer et donc de la position instantanée du conducteur considéré.

2.4.2 Flux magnétique

Mettons en série deux conducteurs diamétralement opposés sur le rotor et soit Φ le flux circulant dans les pôles inducteurs. On a schématiquement :

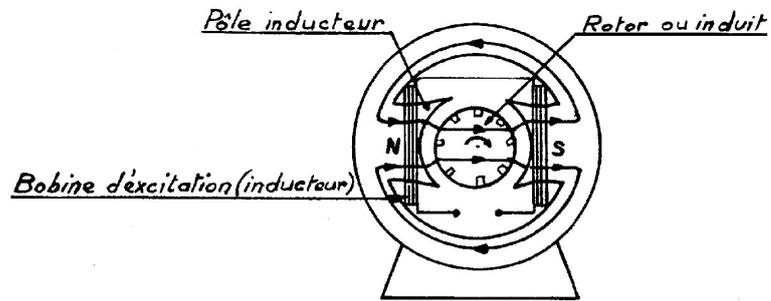


FIGURE 2.5 – Structure d'une machine électrique.

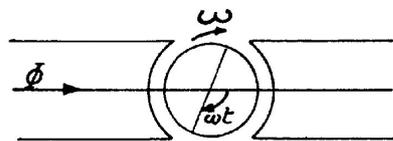


FIGURE 2.6 – Spire d'une machine électrique.

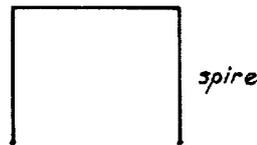


FIGURE 2.7 – Spire formée de deux conducteurs diamétralement opposés.

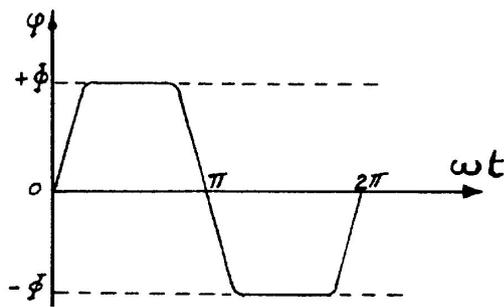


FIGURE 2.8 – Flux coupé par une spire.

On a réalisé une spire qui enserme un flux variable suivant la position de la spire, et dont la forme est donnée à la figure 2.8. Le flux vaut évidemment $\pm\Phi$ quand la spire est perpendiculaire à l'axe des pôles.

Nous supposons dans la suite du cours que le flux est à répartition sinu-

soïdale et donné par : $\phi = \Phi \sin \omega t$

Une étude plus complète consisterait par exemple à décomposer $\phi(\omega t)$ en série de Fourier ...

2.4.3 Force électromotrice induite

Dans la spire, la force électromotrice induite est :

$$e_s = \Phi \omega \cos \omega t$$

Dans chaque conducteur de la spire, on aura donc :

$$e_c = \frac{\Phi \omega}{2} \cos \omega t$$

Disposons n conducteurs à la périphérie de l'induit et soit A un conducteur origine et B un conducteur quelconque. Avec les notations indiquées à la figure 2.9 la force électromotrice dans un conducteur placé en B est :

$$e_c = \frac{\Phi \omega}{2} \cos(\omega t + \theta)$$

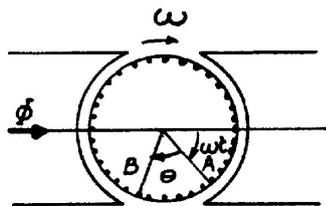


FIGURE 2.9 – F.é.m. dans un conducteur.

On remarque que la répartition des forces électromotrices est fixe par rapport à l'inducteur : les f.é.m. sont maximales sur l'axe des pôles et nulles sur la direction perpendiculaire ou *ligne neutre*. Des conducteurs diamétralement disposés ont des f.é.m. égales mais opposées comme le montre la figure 2.10.

Il reste à regrouper ces conducteurs pour obtenir une f.é.m. plus importante et facile à recueillir par des contacts glissants (balais ou charbons). Supposons que nous puissions mettre en série les conducteurs, si le nombre de conducteurs est très grand on peut écrire :

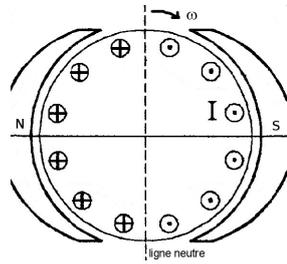


FIGURE 2.10 – Signe des f.é.m. par rapport à la ligne neutre.

– nombre de conducteurs dans un angle $d\theta$:

$$dn = \frac{n}{2\pi} d\theta$$

– force électromotrice induite dans ces conducteurs mis en série :

$$de = \frac{n}{2\pi} d\theta \times e_c(\theta) = \frac{n}{2\pi} \times \frac{\Phi\omega}{2} \cos(\omega t + \theta) d\theta$$

Si on considère les conducteurs situés dans un angle ($2\theta_0$) de part et d'autre du conducteur A :

$$e = \frac{n}{2\pi} \times \frac{\Phi\omega}{2} \times \int_{-\theta_0}^{+\theta_0} \cos(\omega t + \theta) d\theta = \frac{n}{2\pi} \times \frac{\Phi\omega}{2} \times [\sin(\omega t + \theta)]_{-\theta_0}^{+\theta_0}$$

Soit :

$$e = \frac{n}{2\pi} \times \Phi\omega \sin\theta_0 \cos\omega t$$

ou :

$$e = nN\Phi \sin\theta_0 \cos\omega t$$

Cette force électromotrice est sinusoïdale, de pulsation $\omega = 2\pi N$ et d'amplitude fonction de la vitesse, du flux et de θ_0 .

CONSÉQUENCES :

1. Si on met en série les n conducteurs, soit $\theta_0 = \pi$, $e = 0$. On peut donc refermer le circuit de l'induit : aucun courant n'y circulera. L'enroulement n'a plus d'extrémités : la symétrie de révolution de l'induit est parfaite. Ce résultat est évident si on considère que les f.é.m. induites dans

les conducteurs s'annulent par symétrie par rapport à l'axe de rotation. L'amplitude de la force électromotrice est maximale pour $\theta_0 = \pi/2$: $n/2$ conducteurs en série :

$$e = nN\Phi \cos \omega t$$

2. Pour recueillir la force électromotrice, on dispose de deux solutions :

Machine synchrone : 2 bagues conductrices sont reliées à l'enroulement en deux points fixes ($+\theta_0$ et $-\theta_0$) comme le montre la figure 2.11. Deux balais fixes frottent sur ces bagues et on recueille donc la *tension alternative* :

$$e = nN\Phi \sin \theta_0 \cos \omega t$$

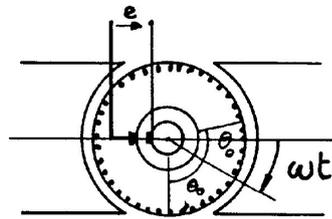


FIGURE 2.11 – Position des balais dans une machine synchrone.

Machine à courant continu : On place deux balais fixes en contact avec les conducteurs passant par la ligne neutre comme le montre la figure 2.12. On recueille donc à chaque instant la f.é.m. induite dans un demi-induit ($\theta_0 = \frac{\pi}{2}$) et à l'instant où elle est maximale ($\omega t = 0$). On obtient donc une tension constante de valeur :

$$E = nN\Phi$$

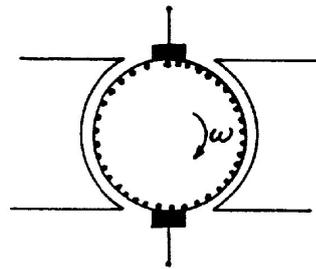


FIGURE 2.12 – Position des balais dans une machine à courant continu.

Machines synchrones et à courant continu ne diffèrent donc pas dans leurs principes. Les caractères spécifiques de ces deux types de machines seront développés dans la suite du cours.

2.5 Inductions tournantes

Dans ce paragraphe, nous supposons que les circuits magnétiques ne sont pas saturés, ce qui permet de parler indifféremment de forces magnétomotrices tournantes ou d'inductions tournantes car les inductions sont alors proportionnelles aux forces magnétomotrices.

S'il y a saturation, on ne peut parler que des forces magnétomotrices tournantes, dont on déduit, via les courbes d'aimantation, les flux et les inductions.

2.5.1 Inducteur tournant

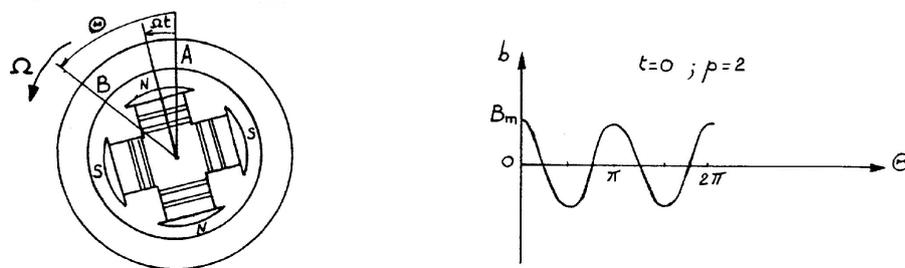


FIGURE 2.13 – Champ magnétique créé par un inducteur tournant.

Le rotor comporte p paires de pôles (paires Nord-Sud) dont les enroulements alimentés en *courant continu* créent une succession de pôles alternativement nord et sud.

A l'instant $t = 0$, l'induction en un point B de l'entrefer est représentée à la figure 2.13 : sa période est $\frac{2\pi}{p}$ et sa variation est supposée sinusoïdale :

$$t = 0 \quad b = B_m \cos p\Theta$$

Si le rotor tourne à la vitesse angulaire Ω , l'angle entre le point B et le pôle nord pris ici comme origine devient $(\Theta - \Omega t)$ et l'induction en B s'écrit :

$$b = B_m \cos p(\Theta - \Omega t)$$

En posant $\omega = p\Omega$, on écrira : $b = B_m \cos(p\Theta - \omega t)$

L'induction en un point fixe de l'entrefer varie sinusoïdalement à la pulsation ω soit donc à la fréquence $f = pN$ car $\Omega = 2\pi N$. On a engendré des inductions tournantes (ou forces magnétomotrices tournantes).

2.5.2 Inducteur triphasé fixe

2.5.2.1 Inducteur triphasé

On alimente par les trois phases d'un réseau triphasé trois bobinages identiques, engendrant chacun p paires de pôles et décalés dans l'espace de $\frac{2\pi}{3p}$ radians ($120^\circ/p$).

Exemples :

On repérera les phases par les symboles suivants :

phase 1 : $\circ \bullet$; phase 2 : $\triangle \blacktriangle$; phase 3 : $\square \blacksquare$

Inducteur bipolaire : une seule bobine par phase engendrant donc une paire de pôles par phase ($p = 1$). Ces bobines sont décalées de 120° comme le montre la figure 2.14.

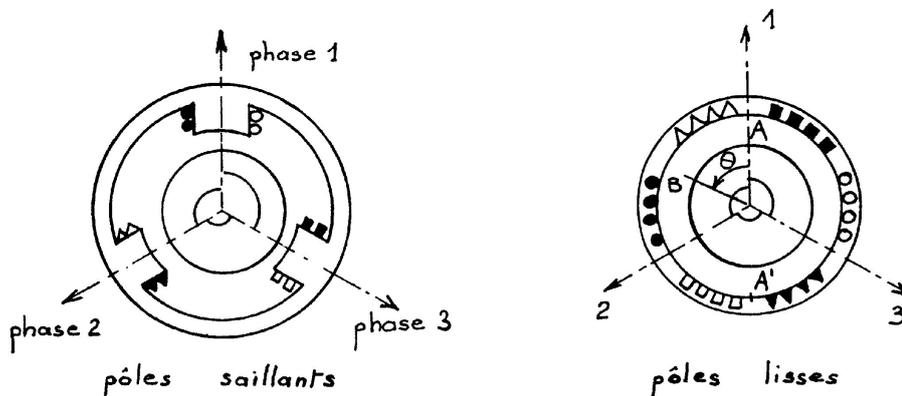


FIGURE 2.14 – Inducteur bipolaire à pôles saillants et à pôles lisses.

L'inducteur à pôles lisses comporte des bobines placées dans des encoches du circuit magnétique ; on peut, en développant la surface latérale de l'entrefer, en donner la représentation schématique de la figure 2.15.

Inducteur tétrapolaire : Il comporte deux bobines par phase et par suite deux paires de pôles par phase ($p = 2$). Ces bobines sont décalées de 60° comme le montre la figure 2.16.

On retrouve deux fois la même succession de bobines. on peut généraliser à un nombre quelconque de paires de pôles.

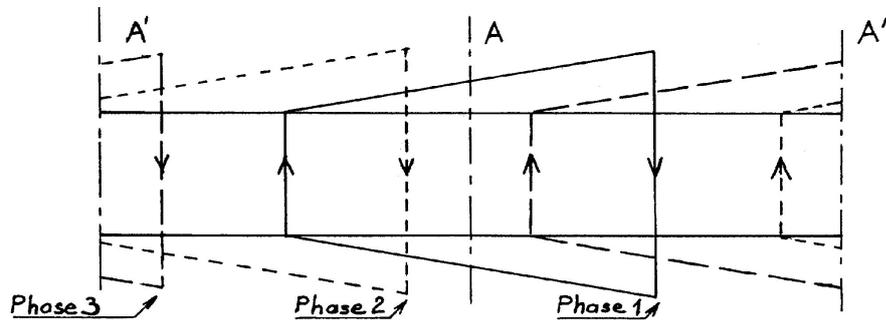


FIGURE 2.15 – développement de la surface latérale d'un inducteur à pôles lisses.

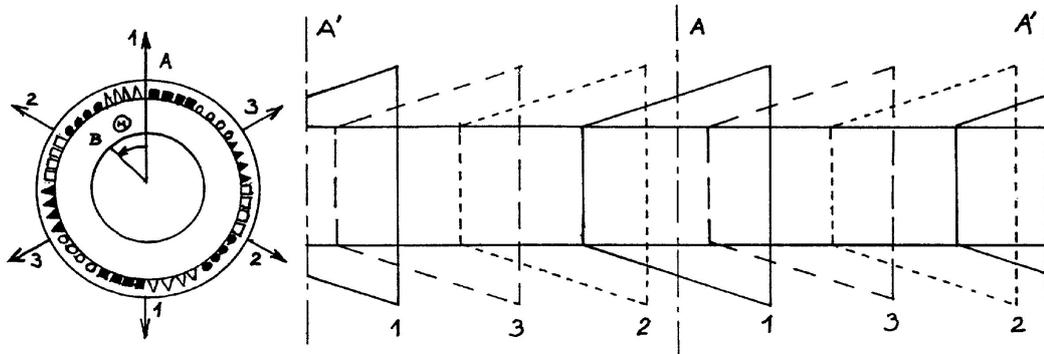


FIGURE 2.16 – développement de la surface latérale d'un inducteur tétrapolaire.

2.5.2.2 Théorème de Ferraris

Calculons l'induction engendrée par un tel inducteur alimenté par des courants triphasés équilibrés. Supposons que les bobines de la phase 1 soient seules alimentées par un courant continu I_{max} . En supposant sinusoïdale la variation de l'induction dans l'entrefer en fonction de l'angle Θ dont on se déplace par rapport à une origine, on aura en un point B repéré par Θ une induction :

$$B_1 = B_{max} \cos p\Theta$$

Si cette phase est, seule, alimentée par un courant alternatif i_1 de pulsation ω , l'induction en ce point s'écrit :

$$b_1 = B_{max} \cos \omega t \cos p\Theta$$

avec

$$i_1 = I_{max} \cos \omega t$$

De même, la seconde phase, décalée de $\frac{2\pi}{3p}$ radians engendrera au même point une induction :

$$b_2 = B_{max} \underbrace{\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)}_{\text{déphasage}} \underbrace{\cos p\left(\Theta - \frac{2\pi}{3p}\right)}_{\text{décalage}}$$

Enfin, la phase 3 donne :

$$b_3 = B_{max} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cos p\left(\Theta - \frac{4\pi}{3p}\right)$$

En additionnant ces trois expressions, on obtient l'induction créée en un point par un inducteur triphasé :

$$b = b_1 + b_2 + b_3 = \frac{2}{3} B_{max} \cos(\omega t - p\Theta)$$

On retrouve la même expression qu'au paragraphe 2.5.1 : l'inducteur triphasé fixe se comporte donc comme un inducteur tournant. En comparant les expressions, on aura :

Un inducteur triphasé fixe, comportant p paires de pôles par phase, alimenté à la pulsation ω engendre une induction tournante à p paires de pôles tournant à la vitesse N_s (angulaire Ω_s) telle que :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{p} \quad N_s = \frac{f}{p}$$

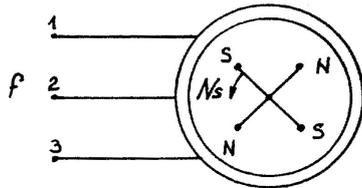
Ce résultat, fondamental, peut être intuitivement prévu : le courant étant successivement maximal dans les phases et les bobines étant décalées dans l'espace, au déphasage dans le temps correspond un décalage angulaire : en une période T , il y a un décalage de $1/p$ tour et la vitesse de rotation est donc : $N = \frac{1}{T \cdot p} = \frac{f}{p}$

Exemples : Les vitesses de rotation obtenues sont donc quantifiées, discrètes. On aura par exemple, sur les réseaux usuels de distribution électrique et pour $p = 1$ et $p = 2$:

fréquences p	50 Hz	60 Hz	400 Hz	
1	3000	3600	24000	tr/min
2	1500	1800	12000	tr/min

Remarques :

- Si on intervertit deux phases, le sens de rotation est inversé ;
- on peut représenter le phénomène obtenu par un inducteur fictif (ou roues polaire fictive) comportant p paires de pôles, tournant à la vitesse N_s .



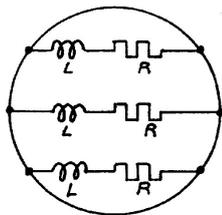
Exemple : $p = 2$, $N_s = \frac{f}{2}$, si on échange 1 et 2, l'inducteur fictif tournera en sens inverse.

Si le circuit magnétique est saturé, on compose, au lieu des inductions, les forces magnétomotrices dues à chaque phase et on obtient par le même calcul p forces magnétomotrices tournantes de vitesse N_s portées par l'inducteur fictif. On en déduit, compte-tenu de la courbe d'aimantation du circuit magnétique, les flux tournants ainsi que les inductions. Ce résultat peut être étendu à tous les systèmes polyphasés.

2.5.2.3 Inductance d'un enroulement triphasé

On peut attribuer, en fonctionnement équilibré, une impédance propre à chaque phase : c'est l'impédance cyclique ou synchrone. Elle tient compte implicitement des couplages existants avec les autres phases.

Un inducteur triphasé présentera donc, par phase, une résistance R et une inductance propre L .



En pratique, on aura : $R \ll L\omega$. Comme l'action simultanée des trois phases engendre un champ tournant, il est utile d'interpréter physiquement le phénomène.

Étudions le flux embrassé par les bobines de la phase 1. Les axes de ces bobines sont tels que : $\Theta = \frac{2k\pi}{p}$.

L'induction dans leurs axes est donc : $b = \frac{3}{2} B_{max} \cos \omega t$.

Le flux embrassé par la phase 1 s'écrira donc : $\phi_1 = \Phi_{max} \cos \omega t$

Ce flux varie proportionnellement au courant de la phase 1 et on peut donc écrire pour la phase 1 :

$$\underline{\Phi}_1 = L \underline{I}_1, \text{ avec } L \text{ inductance cyclique ou synchrone.}$$

$$\text{La f.é.m. d'autoinduction } E \text{ étant par la suite : } \underline{E}_1 = jL\omega \underline{I}_1.$$

En représentant, pour simplifier, le cas d'une machine bipolaire pour laquelle $\Omega_s = \omega$, on aura la f.é.m. et le courant instantanés comme représentés à la figure 2.17

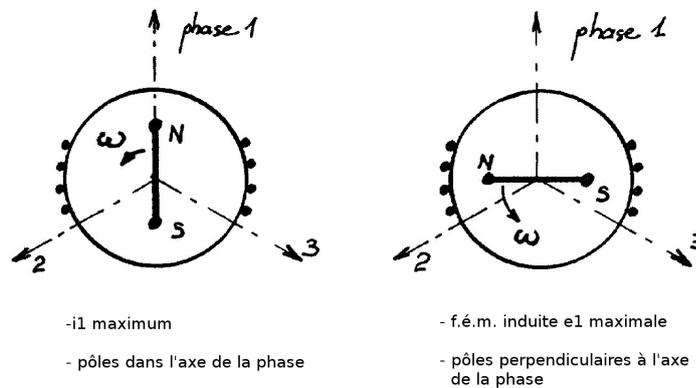


FIGURE 2.17 – f.é.m. et courant pour une machine bipolaire.

2.5.2.4 Cas particulier : inducteur monophasé

Une bobine alimentée par un courant sinusoïdal engendre une induction de direction fixe qui varie elle aussi sinusoïdalement en fonction du temps. On peut cependant considérer que ce bobinage engendre lui aussi des inductions tournantes.

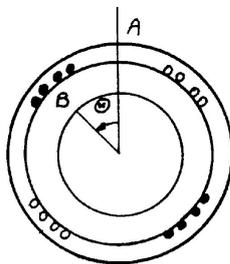
Exemple : $p = 2$

On retrouve la structure d'une phase d'un bobinage triphasé. L'induction engendrée en B s'écrit, ω étant la pulsation :

$$b = B_{max} \cos \omega t \cos p\Theta$$

ou encore :

$$b = \frac{B_{max}}{2} \cos(\omega t + p\Theta) + \frac{B_{max}}{2} \cos(\omega t - p\Theta)$$



En comparant aux résultats précédents, on peut considérer qu'un enroulement monophasé fixe, comportant p paires de pôles, alimenté à la pulsation ω , engendre deux inductions tournantes à p paires de pôles tournant en sens inverses à la vitesse N_s (angulaire : Ω_s) telle que $N_s = \frac{f}{p}$. C'est le théorème de Leblanc¹ qui est à la base des ma-

1. Maurice Leblanc (né le 2 mars 1857 à Paris et mort le 27 octobre 1923) est un ingénieur et un industriel français, concepteur de plusieurs appareils en électricité et en hydraulique. Outre une théorie complète du moteur d'induction on lui doit les circuits amortisseurs pour réduire l'influence des régimes transitoires des alternateurs.

chines asynchrones monophasées.

Il n'y a pas de sens de rotation privilégié, le système étant parfaitement symétrique.

2.6 Machine bipolaire équivalente

Si dans ce qui précède on pose :

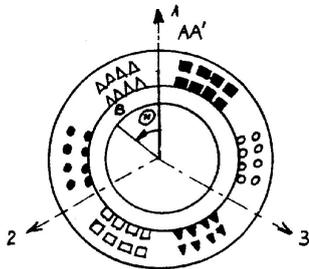
$$\theta = p\Theta$$

Les expressions des inductions s'écrivent :

$$b = A \cos(\omega t - \theta)$$

C'est l'induction qui serait engendrée par une armature *bipolaire*, soit *tournante*, de vitesse $\omega = p\Omega_s$ et alimentée en courant continu, soit *fixe* et alimentée à la pulsation ω en triphasé.

Les inductions tournantes et les vecteurs de Fresnel tournent alors à la même vitesse ω et on pourra donc superposer les diagrammes (voir paragraphe 2.5.2.3).



Par exemple, l'inducteur tétrapolaire du paragraphe 2.5.2.1 peut être représenté par un inducteur bipolaire équivalent, comportant le même nombre de conducteurs avec :

$$\theta = p\Theta$$

$$\omega = p\Omega_s$$

θ et ω sont les angles et vitesses « électriques ». Toute machine peut donc être étudiée sur ce modèle équivalent.

2.7 Explication microscopique du fonctionnement

Les pages suivantes expliquent le fonctionnement d'une machine électrique (moteur et génératrice) d'un point de vue microscopique. Ces pages sont extraites de l'album « Pour quelques ampères de plus » des aventures d'Anselme Lanturlu ayant pour auteur Jean-Pierre Petit. Monsieur Jean-Pierre Petit m'a aimablement autorisé à publier ces pages dans ce cours. Les bandes dessinées de vulgarisation scientifique des aventures d'Anselme Lanturlu sont téléchargeable gratuitement au format PDF sur le site <http://www.savoir-sans-frontieres.com/>



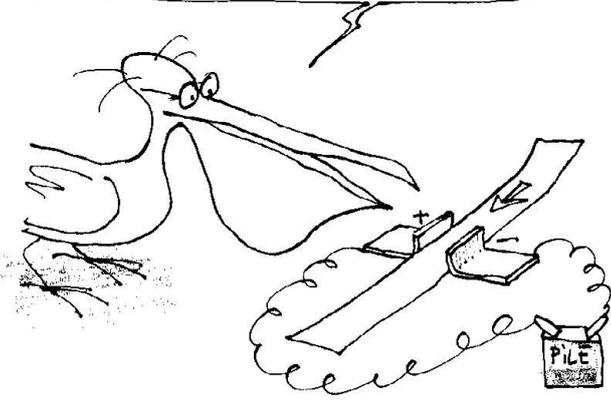
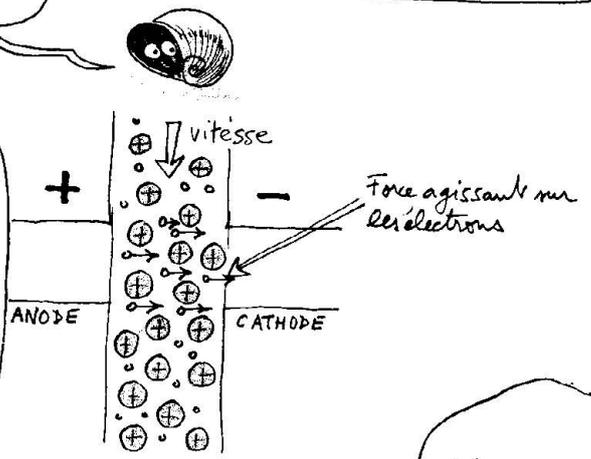
FIGURE 2.18 – Explication microscopique du fonctionnement d'une machine électrique.



FIGURE 2.19 – Explication microscopique du fonctionnement d'une machine électrique.

Voici donc, au niveau microscopique, l'explication du fait qu'il est nécessaire d'exercer une force, de fournir un **TRAVAIL** pour produire de l'énergie électrique.

Otez-moi d'un doute. Oublions le champ magnétique. Est-ce que je n'obtiendrais pas un freinage identique en provoquant cette dérivation latérale du flux d'électrons en direction des électrodes, mais à l'aide, cette fois, d'un champ électrique créé par un générateur?



Non, Léon, cela serait fondamentalement différent.

Quand tu agis sur une charge électrique, noyée au milieu d'un flot d'atomes se déplaçant à une vitesse \vec{V}_0 , à l'aide d'une force électrique créée par un générateur, tu lui communique une composante transverse de vitesse \vec{V}_T . Mais la composante axiale \vec{V}_0 n'est pas modifiée. Un générateur communique donc de l'énergie aux charges électriques.

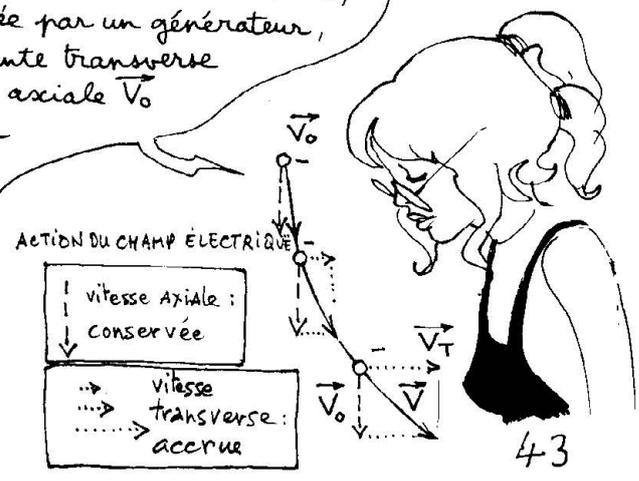


FIGURE 2.20 – Explication microscopique du fonctionnement d'une machine électrique.

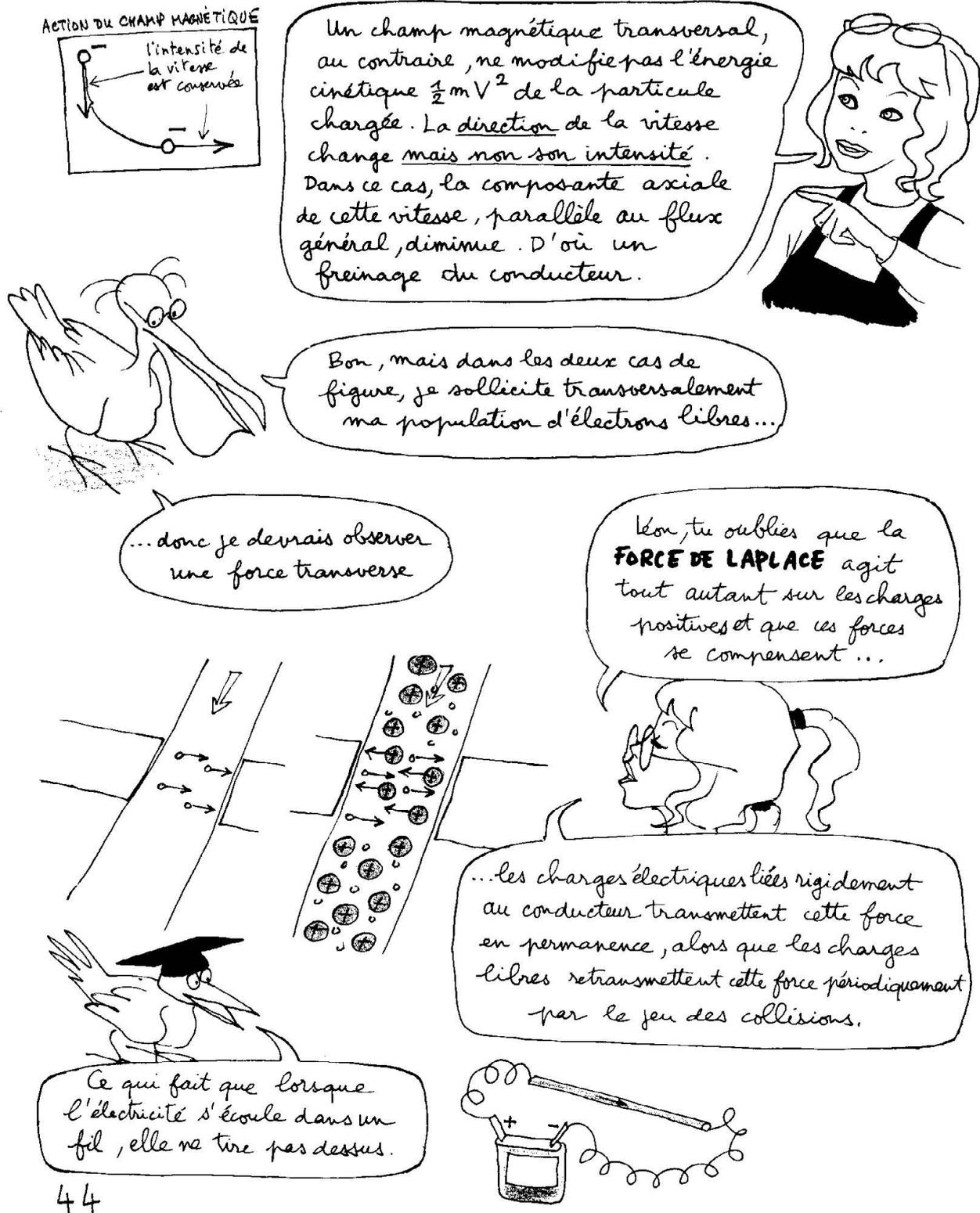


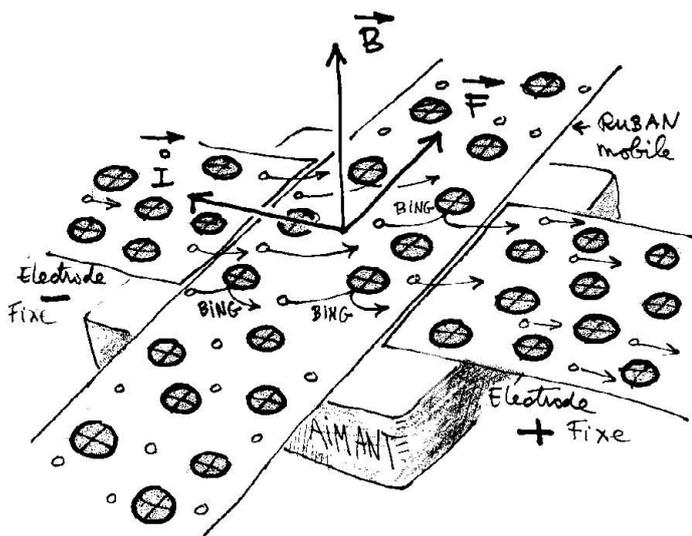
FIGURE 2.21 – Explication microscopique du fonctionnement d'une machine électrique.

LE MOTEUR ÉLECTRIQUE



Tout cela me donne une idée. En faisant circuler un courant transversalement au ruban conducteur, je ne crée pas de force, c'est entendu, mais que se passe-t-il si je combine les deux effets : le passage du courant grâce au générateur et la rotation du vecteur vitesse due à l'effet d'un champ magnétique perpendiculaire à la vitesse de déplacement des charges ?

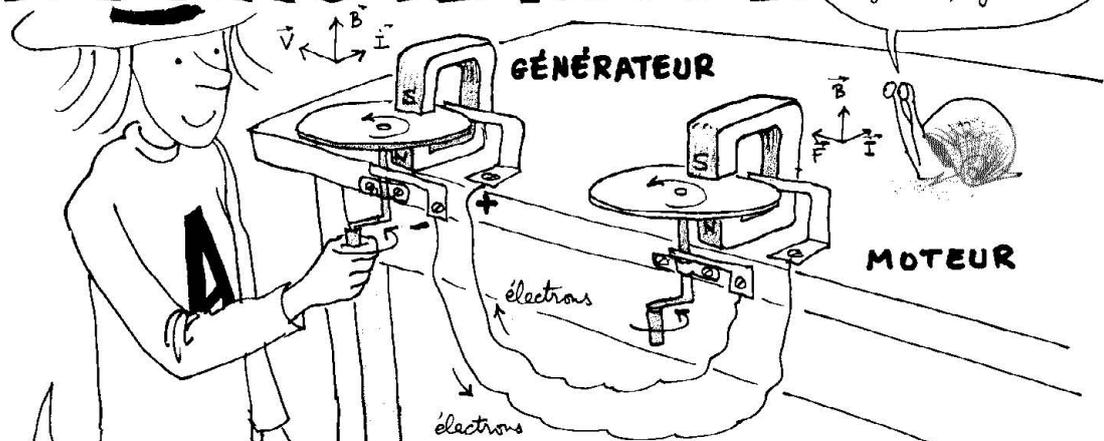
Le générateur va mettre en mouvement les électrons, qui vont tendre à traverser le ruban en passant de la cathode à l'anode. Mais le champ magnétique, en incurvant leur trajectoire, transmettra une partie de l'impulsion acquise selon l'axe de la bande, laquelle subira ainsi une force.



L'analyse du comportement microscopique, à l'échelle de l'atome, permet de déduire le comportement macroscopique, à l'échelle de la manip.



RÉVERSIBILITÉ



C'est tout à fait étonnant. La même machine peut être utilisée comme générateur de courant, ou comme moteur.

46 (*) Voir LE MUR DU SILENCE

FIGURE 2.23 – Explication microscopique du fonctionnement d'une machine électrique.

Chapitre 3

Machines à courant continu

Les dynamos à courant continu ont été les premiers convertisseurs électromécaniques utilisés. Leur usage est en régression très nette en particulier en tant que générateurs de courant. On utilise de préférence des redresseurs à semi-conducteurs alimentés par des alternateurs.

Les moteurs à courant continu restent très utilisés dans le domaine de l'automobile (ventilateurs, lève-vitre, etc.) ainsi qu'en tant que « moteur universel » dans l'électroménager et l'outillage. Dans le domaine des puissance supérieure au mégawatt, les sous-marins seront les seuls utilisateurs de machines à courant continu afin d'assurer leur propulsion. En effet, pour éviter de « rayonner » du 50 ou du 60 Hertz qui les rendrait facilement détectables, les sous-marins utilisent des circuits de distribution de l'énergie électrique à tensions continues.

La fabrication de machine à courant continu de puissance supérieure à 10MW se heurte à une frontière technologique infranchissable. En effet, les problèmes d'injection de courant par les contacts balais - collecteur posent des problèmes insolubles au dessus de ce seuil de puissance.

3.1 Symboles

Voici les différents symboles employés pour représenter la machine à courant continu, selon qu'elle fonctionne en génératrice (dynamo) ou en moteur et selon le type d'excitation employée.

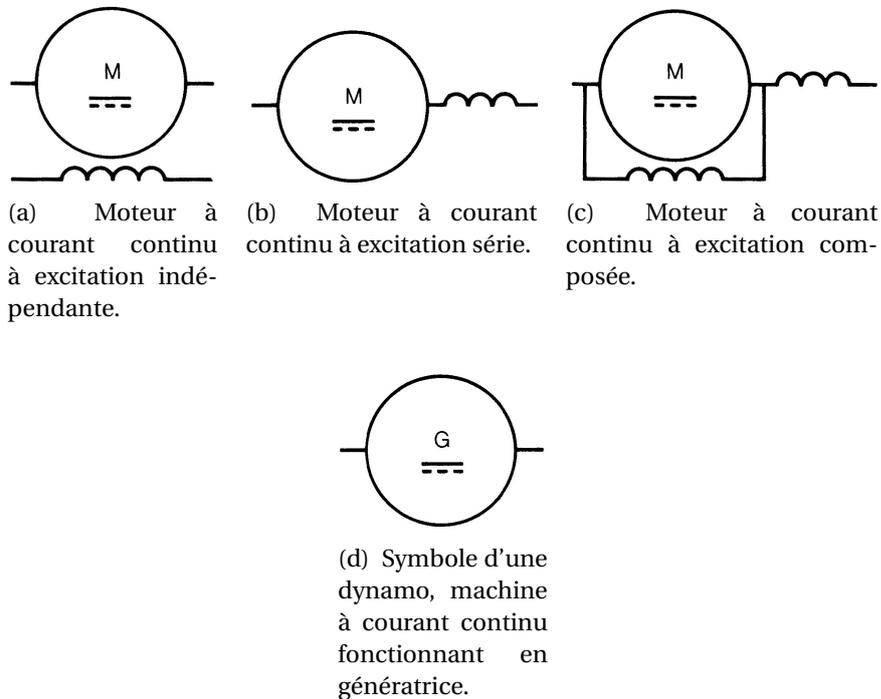


FIGURE 3.1 – Symboles de la machine à courant continu.

3.2 Constitution d'une machine à courant continu

Une machine à courant continu comprend quatre parties principales :

- l'inducteur ;
- l'induit ;
- le collecteur ;
- les balais également appelés charbons.

3.2.1 L'inducteur

Le bobinage inducteur, traversé par le courant inducteur I_e , produit le flux magnétique dans la machine. Il est constitué d'un électro-aimant qui engendre la force magnétomotrice (F.M.M.) nécessaire à la production du flux. Dans les machines bipolaires (à deux pôles), deux bobines excitatrices sont portées par deux pièces polaires montées à l'intérieur d'une culasse. La culasse est généralement en fonte d'acier, tandis que les pièces polaires sont formées de tôles d'acier doux, voir figure 3.3 et 3.4.

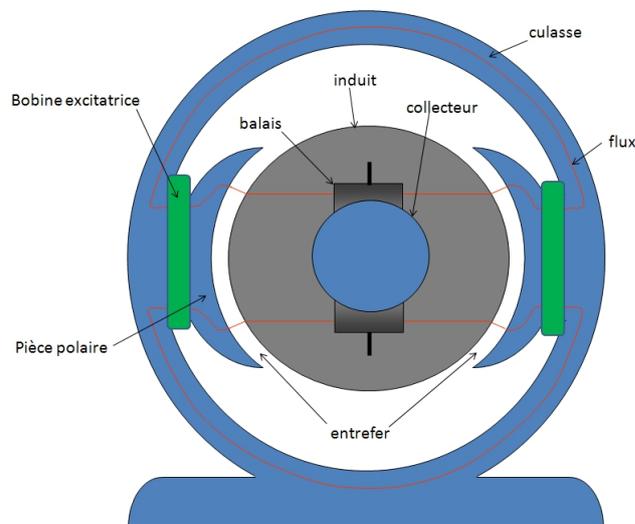


FIGURE 3.2 – Constitution d'une machine à courant continu.

Les bobines excitatrices sont alimentées en courant continu, et le courant qui les traverse porte le nom de courant d'excitation (I_e). Ces bobines sont composées de plusieurs centaines de spires et sont traversées par un courant relativement faible. Dans certaines machines, les bobines et les pièces polaires sont remplacées par des aimants permanents.

Le champ magnétique créé par la F.M.M. des bobines traverse les pièces polaires, la culasse, l'induit et l'entrefer. L'entrefer est l'espace d'air séparant la surface de l'induit de celle des pièces polaires : il est de l'ordre de 1,5 à 5 mm pour les machines de faible et moyenne puissance.

Comme l'induit et l'inducteur sont construits avec des matériaux de faible réluctance, la majeure partie de la F.M.M. sert à « pousser » le flux à travers l'entrefer. Celui-ci doit donc être aussi peu long que possible.

Le nombre de pôles que porte l'inducteur d'une machine à courant continu dépend surtout de la grosseur de la machine. Plus une machine est puissante et plus sa vitesse est basse, plus grand sera le nombre de pôles.

Les bobines excitatrices d'un inducteur multipolaire sont connectés de façon à ce que les pôles adjacents soient de polarités magnétiques opposées.

3.2.2 L'induit

L'induit est composé d'un ensemble de bobines identiques réparties uniformément autour d'un noyau cylindrique. Il est monté sur un arbre et tourne



FIGURE 3.3 – Culasse, circuit magnétique statorique d'une machine à courant continu.

entre les pôles de l'inducteur. L'induit constitue un ensemble de conducteurs qui coupent les lignes de champ magnétique. Les bobines sont disposées de telle façon que leurs deux côtés coupent respectivement le flux provenant d'un pôle nord et d'un pôle sud de l'inducteur.

Le noyau est formé d'un assemblage de tôles en fer doux. Ces tôles sont isolées électriquement les unes des autres et portent des encoches destinées à recevoir les bobines, voir figure 3.6.

Les conducteurs de l'induit sont parcourus par le courant absorbé ou débité par la machine. Ils sont isolés du noyau par des couches de feuilles isolantes, voir figure 3.8. Pour résister aux forces centrifuges, ils sont maintenus solidement en place dans les encoches au moyen de cales en fibre de verre. Si le courant est inférieur à une cinquantaine d'ampères, on emploie des conducteurs ronds. Au delà de 50 A, les conducteurs sont rectangulaires, ce qui permet une meilleure utilisation du volume de l'encoche.



FIGURE 3.4 – Culasse, circuit magnétique statorique d'une machine à courant continu.

3.2.3 Collecteurs et balais

Le collecteur est un ensemble cylindrique de lames de cuivre isolées les unes des autres par des feuilles de mica. Le collecteur est monté sur l'arbre de la machine, mais isolé de celui-ci. Les deux fils sortant de chaque bobine de l'induit sont successivement et symétriquement soudés aux lames du collecteur.

Dans une machine bipolaire, deux balais fixes et diamétralement opposés appuient sur le collecteur. Ainsi, ils assurent le contact électrique entre l'induit et le circuit extérieur. La construction du collecteur relève de la mécanique de précision, voir figure 3.12. Les machines multipolaires ont autant de balais que de pôles.

Les balais permettent l'injection ou la collecte du courant sur le collecteur. Lors de la construction des premières machines à courant continu, les balais étaient constitués de fils de cuivre disposés comme la paille de riz ou les branches sur les balais pour nettoyer, d'où le nom de balais (voir figure 3.13). Les balais (aussi appelés « charbon ») sont en carbone (on choisit souvent du graphite). D'une part, ce matériaux possède une bonne conductivité d'autre part, le frottement du couple cuivre/carbone est faible et ainsi, le collecteur ne s'use pas prématurément. La pression des balais sur le collecteur peut être réglée par des



FIGURE 3.5 – mise en place des bobines sur le circuit magnétique statorique d'une machine à courant continu.



FIGURE 3.6 – Encoche sur l'induit destinée à recevoir les conducteurs dits actifs.



FIGURE 3.7 – Mise en place des conducteurs d'induit dans les encoche et soudure de ceux-ci sur le collecteur.



FIGURE 3.8 – Mise en place des conducteurs d'induit dans les encoche et soudure de ceux-ci sur le collecteur.

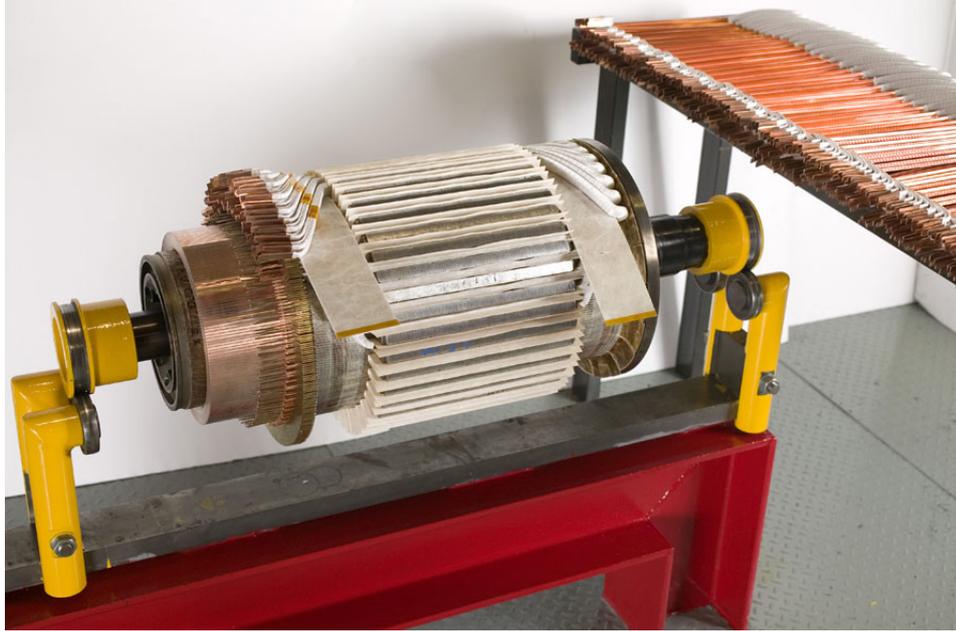


FIGURE 3.9 – Mise en place des conducteurs d'induit dans les encoche et soudure de ceux-ci sur le collecteur.

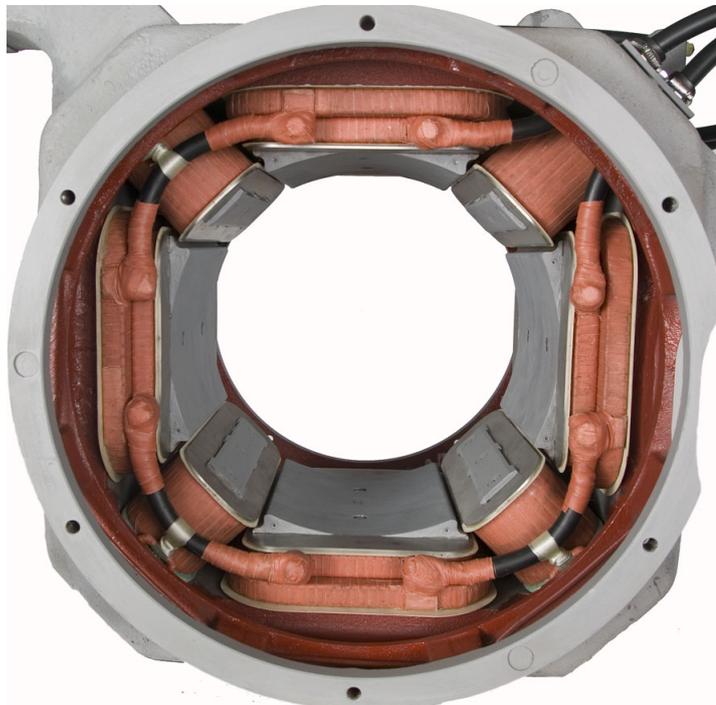


FIGURE 3.10 – Inducteur complet d'une machine à courant continu.



FIGURE 3.11 – Collecteur d’une machine à courant continu de faible puissance.

ressorts ajustables. Pour les intensités très importantes, on utilise plusieurs balais connectés en parallèle, voir figure 3.14.

3.3 Équation générale

3.3.1 Force électromotrice à vide

Nous avons vu au chapitre précédent qu’il était possible d’obtenir une f.é.m. continue en mettant en série les conducteurs de l’induit et en recueillant cette f.é.m. par deux balais fixes par rapport à l’inducteur et placés sur la ligne neutre. La « ligne neutre » est l’axe de symétrie d’une machine bipolaire, perpendiculaire à une ligne joignant les pôles.

3.3.1.1 f.é.m. réellement obtenue

Prenons par exemple un induit comportant 8 conducteurs comme le montre la figure 3.15 ($n = 8$) et étudions la tension obtenue.

Le nombre de conducteurs étant fini, la tension obtenue entre B et B’ ne sera pas rigoureusement constante. Les schémas de la figure 3.15 représentent le circuit de l’induit et les f.é.m. des conducteurs. Les f.é.m. 1-1’, 2-2’, ... ont respectivement même module.



FIGURE 3.12 – Collecteur d'une machine à courant continu de forte puissance.

À l'instant t , les conducteurs 1 et 1', par exemple, sont en contact avec les balais. Pendant le passage des conducteurs sous les balais, la tension varie : elle est maximale quand 1 et 1' sont sur la ligne neutre. Quand 1 et 1' quittent les balais, 4' et 4 les remplacent à $t + \Delta t$; les noms des conducteurs changent mais la répartition des f.é.m. reste identique.

On obtient une tension ondulée comme le montre la figure 3.16. L'ondulation est d'autant plus faible que le nombre n de conducteurs est élevé (Δt petit). La tension maximale est sensiblement égale à $nN\Phi$ et on peut en général négliger l'ondulation qui ne représente que quelques pour cents de la tension.

3.3.1.2 Bobinage de l'induit ; collecteur

Il existe de nombreux procédés de mise en série des conducteurs de l'induit. D'autre part, les balais ne frotteront pas directement sur les conducteurs mais sur des lames de cuivre reliées aux conducteurs et constituant le *collecteur*.

EXEMPLE DE RÉALISATION :

Les connexions sont effectuées à l'avant et à l'arrière de l'induit et, à la figure 3.17 on représente la surface latérale du rotor.

Les flèches indiquent le sens des f.é.m. à l'instant t . On réalise en fait la mise



FIGURE 3.13 – Balais des premières machines à courant continu.

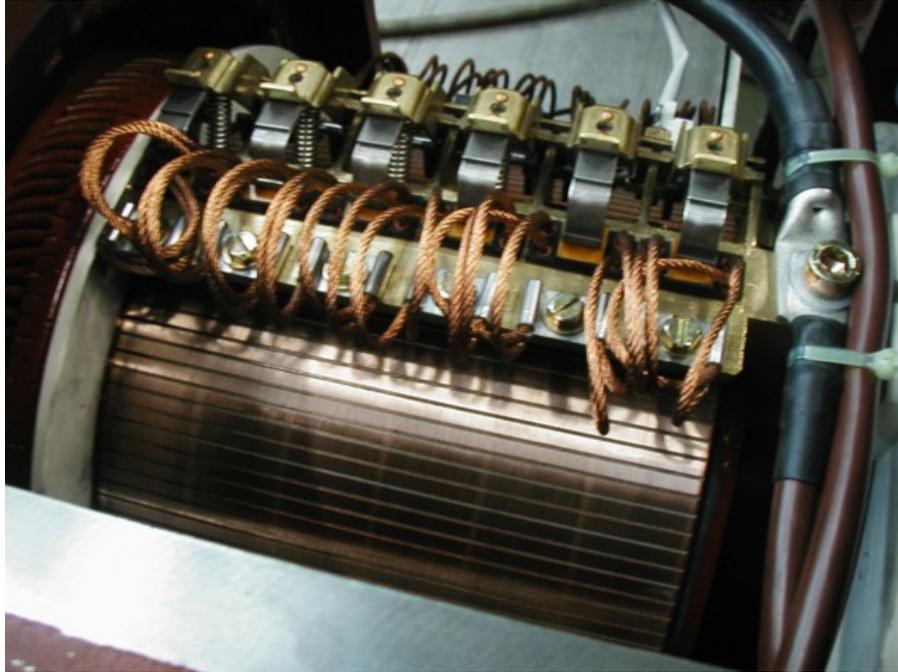


FIGURE 3.14 – Détails de la ligne des balais d'une machine à courant continu de forte puissance.

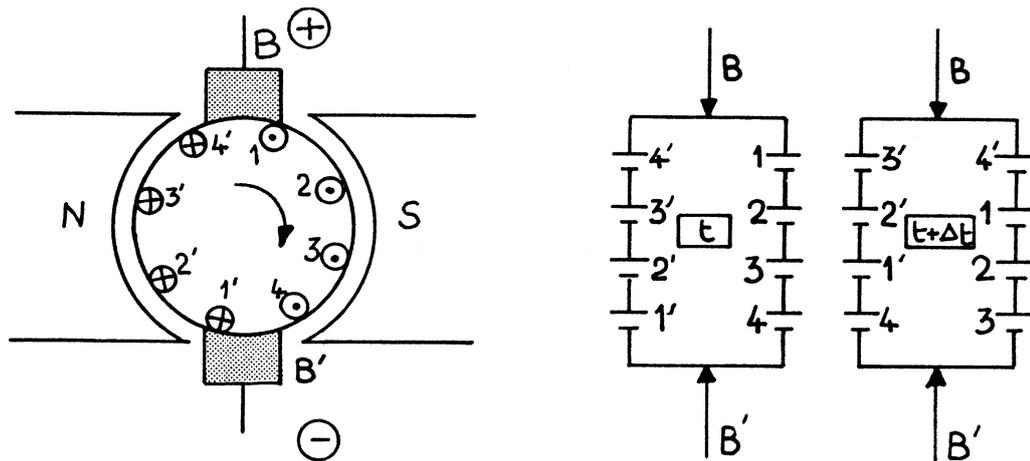


FIGURE 3.15 – F.é.m. produite dans une machine à courant continu.

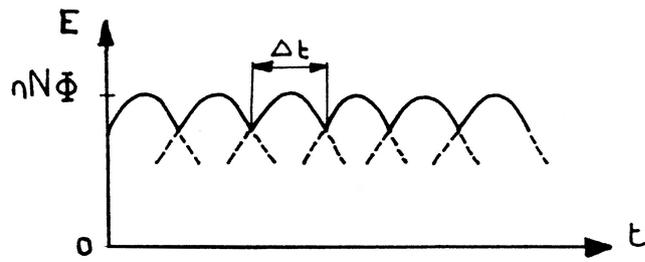


FIGURE 3.16 – Tension ondulée produite par une machine à courant continu.

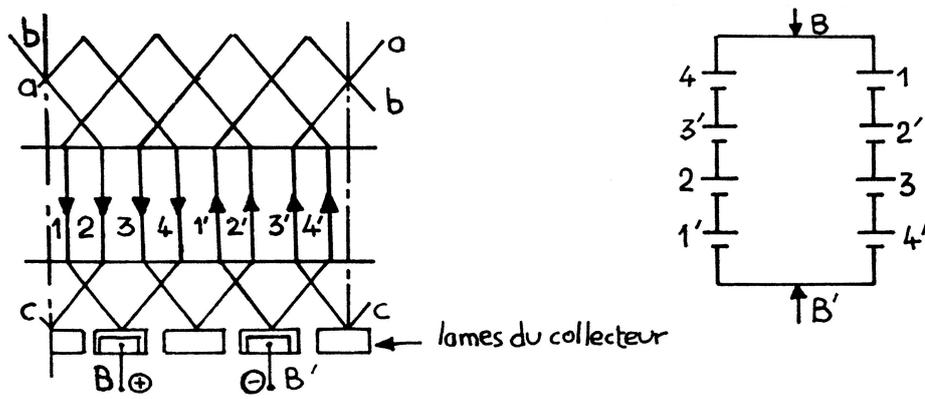


FIGURE 3.17 – Exemple de bobinage de l'induit d'une machine à courant continu.

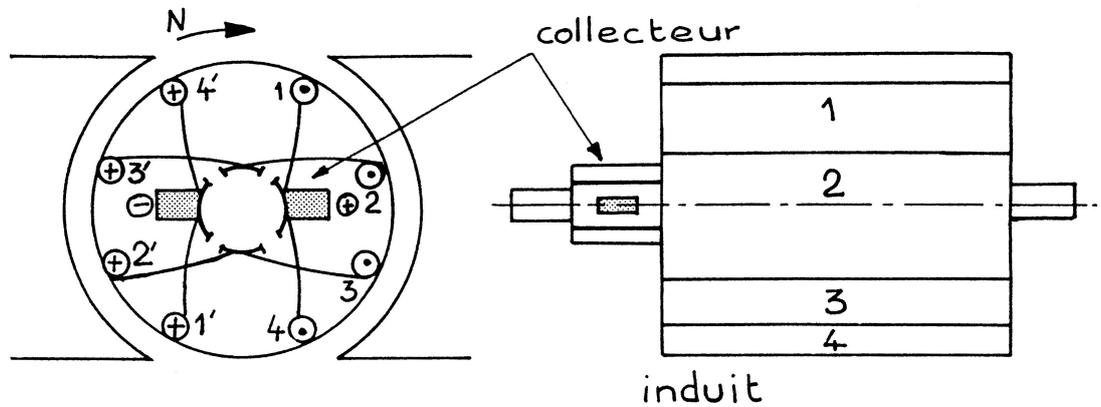


FIGURE 3.18 – Position des balais par rapport à l'induit d'une machine à courant continu.

en série représentée sur la figure 3.17, mais comme $1 = 1'$, $2 = 2'$, $3 = 3'$, $4 = 4'$ la tension entre les balais B et B' est la même que précédemment.

REMARQUE : Bien que reliés aux conducteurs situés le plus près de la ligne neutre, les balais, du fait du bobinage et du collecteur, sont placés dans l'axe des pôles inducteurs comme l'indique la figure 3.18.

3.3.1.3 Formule générale de la force électromotrice

On a donc : $E = nN\Phi$

Si l'inducteur comporte $2p$ pôles, il revient au même de considérer une machine bipolaire avec un induit qui tourne p fois plus vite que dans la machine à $2p$ pôles, soit $N \Rightarrow pN$

Nous avons vu d'autre part qu'entre les balais, 2 trajets ou « voies d'enroulement » existent pour le courant. Certains enroulement d'induit permettent de répartir les n conducteurs en $2a$ voies soit : $n \Rightarrow \frac{n}{a}$

D'où la formule générale :

$$E = \frac{p}{a} nN\Phi(I_e)$$

où p , a , n , sont des paramètres fixés par construction, et on écrira plus simplement :

$$E = kN\Phi(I_e)$$

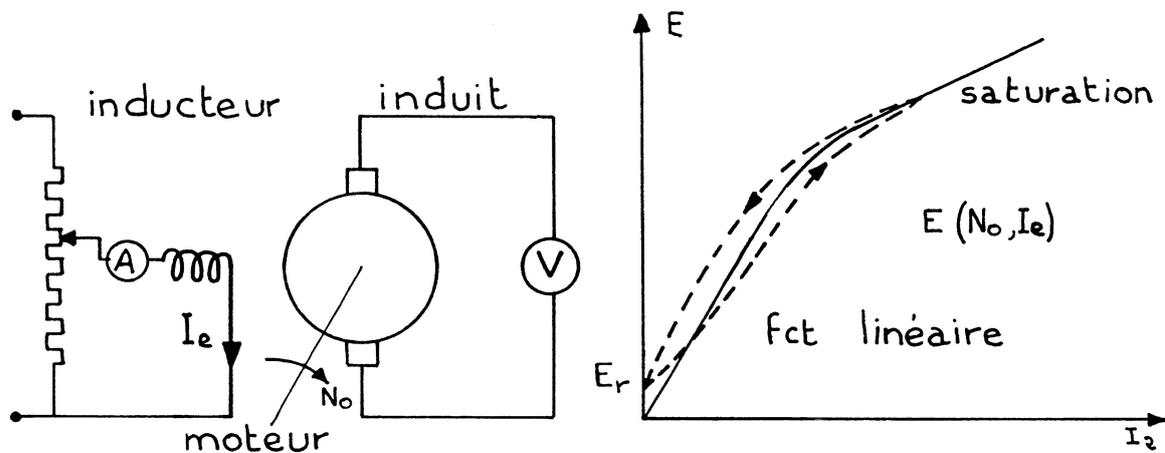


FIGURE 3.19 – Essai à vide et caractéristique à vide d'une machine à courant continu.

La relation entre le flux et le courant d'excitation I_e n'étant pas, en général, mesurable directement, on utilise la courbe expérimentale donnant, à vitesse constante N_0 , la f.é.m. E en fonction du courant d'excitation I_e : c'est la *caractéristique à vide* de la machine, obtenue par l'essai à vide. Dans cet essai, la machine est entraînée à vitesse constante N_0 par un moteur auxiliaire ; on fait varier I_e et on mesure E .

Pour les faibles valeurs de I_e , le fonctionnement est à peu près linéaire et on peut poser :

$$E = k' N_0 I_e$$

Lorsque I_e augmente, le circuit magnétique se sature et la f.é.m. augmente moins fortement. Enfin, l'hystérésis introduit un dédoublement des courbes, fonction des cycles effectués. Il subsiste généralement une f.é.m. rémanente E_r en l'absence du courant d'excitation I_e .

3.3.2 Étude en charge

3.3.2.1 Couple électromagnétique

Lorsqu'un courant I circule dans l'induit, il apparaît un couple électromagnétique C_e créé par les forces de Laplace qui s'exercent sur les conducteurs de l'induit.

$$C_e = \Sigma F_e \times r \text{ avec } r \text{ rayon de l'induit.}$$

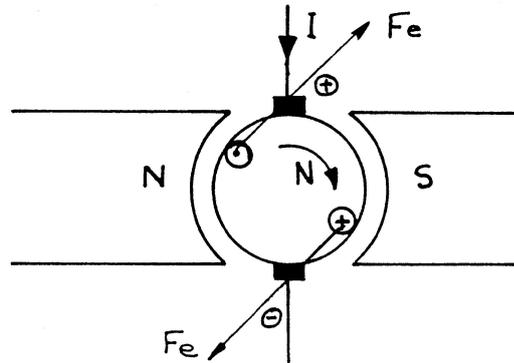


FIGURE 3.20 – Forces de Laplace s'exerçant sur l'induit d'une machine à courant continu.

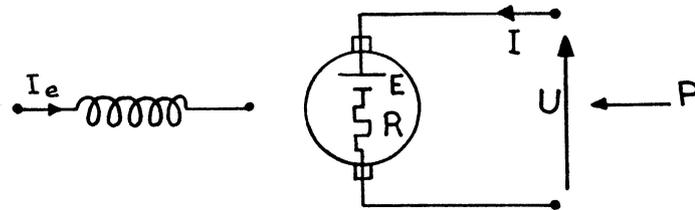


FIGURE 3.21 – Schéma équivalent de Thévenin d'une machine à courant continu.

Ce couple ne dépend que de I et de l'induction B ou du flux Φ . On pourrait en faire le calcul direct en utilisant l'expression précédente ; il est plus simple d'effectuer un bilan de puissance.

En vertu du théorème de Thévenin, le circuit d'induit, entre les deux balais, présente une f.é.m. E et une résistance R égale à la résistance mesurée aux bornes lorsque E est nulle, c'est à dire à l'arrêt de la machine. On considérera uniquement les régimes permanents où tensions d'alimentation et courants absorbés sont constants, ainsi on ne prendra pas en compte l'inductance de l'induit.

Le schéma équivalent est celui de la figure 3.21.

Supposons que le courant I est absorbé par l'induit sous la tension U (convention récepteur). La puissance P absorbée par l'induit peut s'écrire :

$$P = UI = (E + RI)I = EI + RI^2$$

RI^2 représente l'échauffement par pertes Joule de l'induit et des balais.

EI représente la puissance qui disparaît de la forme électrique pour réapparaître sous la forme mécanique. C'est la puissance électromagnétique P_e qui présente deux écritures :

$$P = EI = C_e \Omega = C_e 2\pi N$$

Soit : $C_e = \frac{EI}{2\pi N}$

ou en remplaçant E :

$$C_e = \frac{k}{2\pi} I \Phi(I_e)$$

Le couple ne dépend que des courants. Son signe dépend du sens du courant. Ici, la convention choisie correspond à la fourniture de puissance mécanique (C_e et N de même sens) c'est à dire moteur.

3.3.2.2 Réaction d'induit

La circulation des courants dans l'induit s'accompagne de phénomènes parasites :

- Résistance de l'induit et des contacts balais/collecteur : Cette résistance R , rencontrée au paragraphe précédent, est la résistance équivalente aux $2a$ voies d'enroulement mises en parallèle, en série avec la résistance des contacts balais/collecteur. Le phénomène est cependant plus complexe car le contact balais/collecteur se présente comme une résistance non linéaire (fonction du courant I). La chute de tension dans les contacts balais/collecteur restant faible, on négligera ce phénomène et on mesurera R pour des courants proches du courant nominal.
- Réaction magnétique de l'induit : Le passage du courant I produit une force magnétomotrice perpendiculaire à l'axe des pôles qui modifie la topographie des lignes d'induction. En fonctionnement *moteur*, on a les sens de courants indiqués sur la figure 3.22. L'induit constitue une bobine qui crée le flux de réaction d'induit Φ_r . La ligne neutre est décalée en sens inverse de la rotation et les balais ne recueillent plus la f.é.m. maximale : la réaction magnétique de l'induit entraîne donc une réduction de f.é.m. en charge. Pour rendre cet effet négligeable devant la chute ohmique, on utilise des *pôles auxiliaires*, excités par le courant de l'induit et qui créent une force magnétomotrice opposée à celle de l'induit comme le montre la figure 3.23.

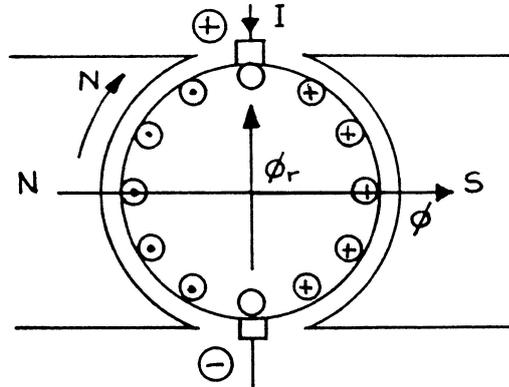


FIGURE 3.22 – Réaction magnétique de l'induit d'une machine à courant continu.

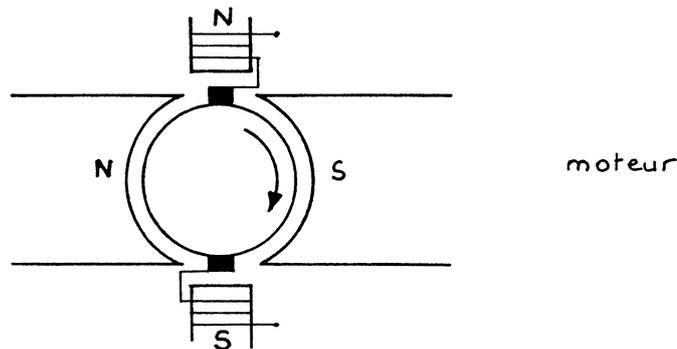


FIGURE 3.23 – Pôles auxiliaires d'une machine à courant continu.

- Commutation : Lorsque le balai passe d'une lame du collecteur à la suivante, il y a court-circuit momentané d'une section du bobinage induit et, pendant ce temps, le courant doit changer de sens dans les conducteurs en commutation ; l'inductance de la section s'oppose à cette inversion et conduit à l'apparition d'étincelles (arcs) de commutation. Les pôles auxiliaires favorisent la commutation.

3.3.2.3 Formules pratiques

Les formules pratiques utilisent la *caractéristique à vide* $E(N_0, I_e)$ relevée expérimentalement.

On en déduit la f.é.m. à la vitesse N pour le même courant I_e :

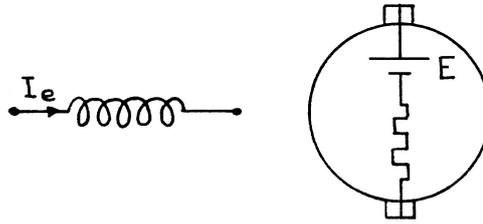


FIGURE 3.24 – Schéma équivalent d'une machine à courant continu.

$$E(N, I_e) = \frac{N}{N_0} E(N_0, I_e)$$

On obtient de même une expression *quantitative* du couple en fonction de I_e et de I :

$$C_e = \frac{E(N, I_e)}{2\pi N} I = \frac{E(N_0, I_e)}{2\pi N_0} I$$

On considérera que le schéma équivalent d'une machine à courant continu en régime permanent est celui donné à la figure 3.24.

3.4 Moteur à courant continu

L'utilisateur d'un moteur s'intéresse en premier lieu à la *caractéristique mécanique* $C_e = f(N)$ qui donne le couple produit en fonction de la vitesse. Il faut par ailleurs connaître le courant absorbé en fonction du couple demandé : c'est la *caractéristique électromécanique* $C_e = f(I)$. On utilise aussi la *caractéristique de vitesse* $N = f(I)$.

Ces courbes sont généralement tracées avec pour paramètres la tension d'alimentation U ; les propriétés obtenues dépendent du mode d'excitation.

3.4.1 Démarrage d'un moteur

Si, lorsque la vitesse du moteur est nulle, on applique une tension U aux bornes de l'induit, le courant circulant dans l'induit est alors : $I_D = \frac{U}{R}$ puisque la f.é.m. est nulle ($N = 0$).

Ce courant est très supérieur au courant nominal (10 à 100 fois), ce qui entraînerait :

- un échauffement instantané de l'induit très élevé ;

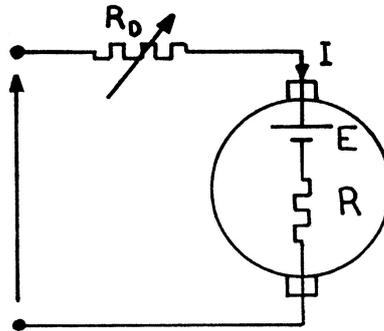


FIGURE 3.25 – Rhéostat de démarrage d'une machine à courant continu.

- une chute de tension inadmissible sur le réseau d'alimentation ;
- un couple de démarrage lui aussi très supérieur au couple nominal et risquant de rompre l'accouplement.

Aussi faut-il limiter le courant d'induit en plaçant, lors du démarrage, une résistance R_D en série avec l'induit. Ce *rhéostat de démarrage* est court-circuité progressivement tandis que le moteur prend sa vitesse et que la f.é.m. augmente.

$$I_D = \frac{U}{R + R_D}$$

On calcule R_D afin que I_D soit de 1 à 2 fois le courant nominal I_n . Pour que le démarrage soit rapide, il faut que le couple soit élevé donc que le flux soit alors maximum (I_e maximum).

NOTA : On peut aussi limiter le courant en utilisant un limiteur électronique; d'autre part, si le démarrage s'opère sous tension variable U , il suffira de faire croître U progressivement.

3.4.2 Moteur à excitation séparée (ou dérivée)

On alimente en parallèle sous la tension continue U l'induit et l'inducteur comme le montre la figure 3.26

On étudiera les caractéristiques pour $U = cte$ et $I_e = cte$. On charge le moteur en lui opposant un couple résistant et on étudie : $C_e = f(I)$; $N = f(I)$; $C_e = f(N)$.

COUPLE :

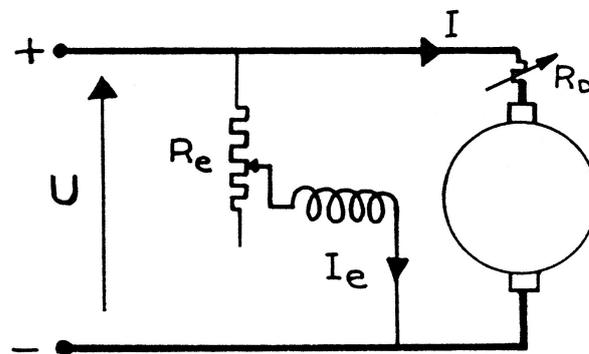


FIGURE 3.26 – Machine à courant continu à excitation séparée.

$$C_e = \frac{k}{2\pi} I \Phi(I_e) = \frac{E(N_0, I_e)}{2\pi N_0} I$$

Pour chaque valeur de I_e , le couple est donc proportionnel au courant d'induit I . La formule ci-dessus permet, en utilisant la caractéristique à vide, de calculer la pente de cette droite. On remarque que le courant ne dépend que du couple.

On peut remarquer qu'au démarrage : $C_D = \frac{k}{2\pi} I_D \Phi(I_e) = \frac{E(N_0, I_e)}{2\pi N_0} I_D$

VITESSE :

La loi d'Ohm appliquée à l'induit s'écrit :

$$U = E + RI \text{ ou } E = U - RI = kN\Phi(I_e)$$

D'où :

$$N = \frac{U - RI}{k\Phi(I_e)}$$

ou, en reprenant la caractéristique à vide (formule quantitative) :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{E(N, I_e)}{E(N_0, I_e)} = \frac{U - RI}{E(N_0, I_e)}$$

Pour chaque valeur de I_e , le dénominateur est constant et N est donc fonction linéaire du courant I . Pour un courant nul (donc pour un couple nul), on obtient la vitesse à vide N_V :

$$N_V = N_0 \frac{U}{E(N_0, I_e)}$$

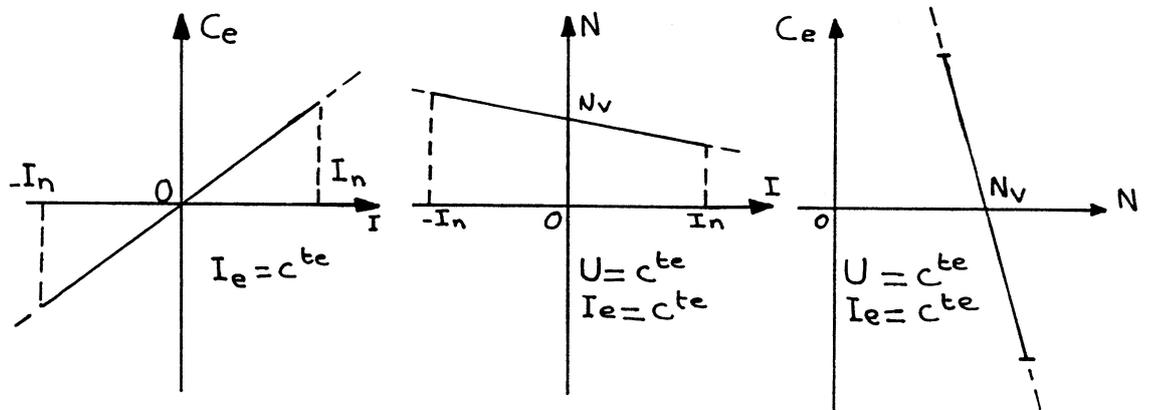


FIGURE 3.27 – Caractéristique mécanique d'une machine à courant continu à excitation séparée.

En charge, la vitesse diminue légèrement, car, en pratique, on aura $RI \leq RI_n \ll U$.

CARACTÉRISTIQUE MÉCANIQUE :

On élimine le courant entre les expressions précédentes :

$$N = \frac{U}{k\Phi(I_e)} - \left[\frac{R}{k\Phi(I_e)} \frac{2\pi}{k\Phi(I_e)} \right] C_e$$

Pour chaque valeur de I_e , la vitesse est une fonction linéaire du couple.

Le fonctionnement *moteur* correspond à C_e et N de même sens.

Lorsque C_e et I sont ici négatifs, il s'agit d'un freinage : la charge est alors motrice (ou entraînée) et le courant est envoyé vers le réseau.

REMARQUES :

- Si I_e *augmente* le flux augmente, la vitesse *diminue*.
- Si I_e diminue au contraire, la vitesse augmente et si I_e tend vers zéro, la vitesse à vide tend vers l'infini : *en l'absence d'excitation, le moteur s'em-balle*. Il ne faut donc jamais couper ce circuit.
- Si la tension U *augmente*, la vitesse *augmente* proportionnellement.

3.4.3 Moteur à excitation série

On utilise un moteur dont l'inducteur, réalisé en conducteur de forte section, peut-être mis en série avec l'induit (voir figure 3.28). On impose donc :

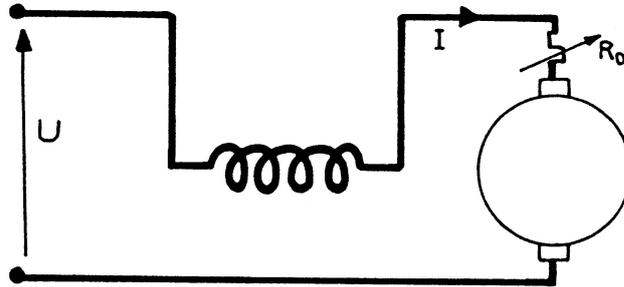


FIGURE 3.28 – Schéma d'une machine à courant continu à excitation série.

$I = I_e$, ce qui modifie les propriétés du moteur. On étudiera les caractéristiques sous tension constante U .

COUPLE :

$$C_e = \frac{k}{2\pi} I \Phi(I) = \frac{E(N_0, I)}{2\pi N_0} I$$

Pour les faibles valeurs de I , le flux est proportionnel à I et le couple est donc proportionnel au carré du courant d'induit ; en posant : $E(N_0, I) = k' N_0 I$, on a en effet :

$$C_e = \frac{k'}{2\pi} I^2$$

Lorsque I augmente, le circuit magnétique se sature, le flux croît moins fortement, de même que le couple. On trace la courbe point par point à partir des valeurs de la caractéristique à vide. On remarque ici encore que le courant d'induit est lié au couple.

NOTA : Au démarrage : $C_{eD} = \frac{k}{2\pi} I_D \Phi(I_D) = \frac{E(N_0, I_D)}{2\pi N_0} I_D$ Ce couple pourra donc être très élevé ($I_D > I_n$).

VITESSE : En notant R_s la résistance de l'inducteur série, la loi d'Ohm s'écrit :

$$E = U - (R + R_s)I = kN\Phi(I)$$

$$\text{D'où : } N = \frac{U - (R + R_s)I}{k\Phi(I)}$$

ou, en reprenant la caractéristique à vide :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{E(N, I)}{E(N_0, I)} = \frac{U - (R + R_s)I}{E(N_0, I)}$$

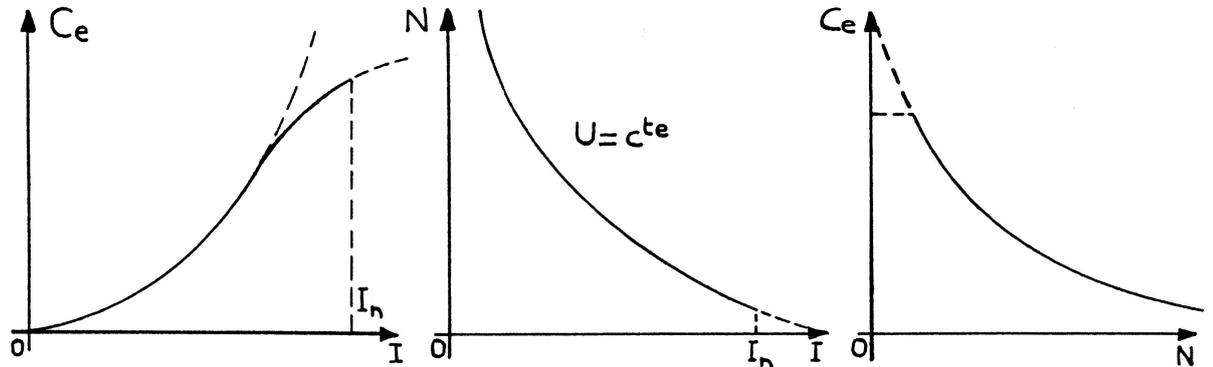


FIGURE 3.29 – Caractéristiques mécaniques d'une machine à courant continu à excitation série.

Le dénominateur dépend fortement de I . En particulier pour les faibles valeurs de I , on peut poser :

$$E(N_0, I) = k' N_0 I$$

Soit :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{U - (R + R_s)I}{k' N_0 I}$$

Lorsque I tend vers zéro (fonctionnement à vide, $C_e = 0$) la vitesse tend vers l'infini : il y a *emballement à vide*. La courbe présente une allure hyperbolique et la vitesse est nulle pour un courant $I = \frac{U}{R+R_s} I_n$, voir figure 3.29.

CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES : Il faut éliminer I entre les expressions du couple et de la vitesse. Comme I intervient dans la f.é.m., il faut procéder point par point. Pour un couple nul, on trouve un courant nul et une vitesse infinie ; l'allure de la courbe est hyperbolique. On n'envisage pas $C_e < 0$ car il faut passer par $N = \infty$ pour atteindre ce domaine, voir figure 3.29.

REMARQUES :

1. Si U augmente, le couple reste inchangé et la vitesse augmente proportionnellement à U .
2. Le moteur série peut être utilisé en courant alternatif car le couple est proportionnel au carré du courant, donc toujours de même signe. Le circuit magnétique doit être entièrement feuilleté pour réduire les pertes fer et le moteur utilisable en alternatif ou en continu porte le nom de *moteur universel*. Il est très utilisé pour les petites puissances car sa vitesse n'est pas liée à la fréquence du réseau.

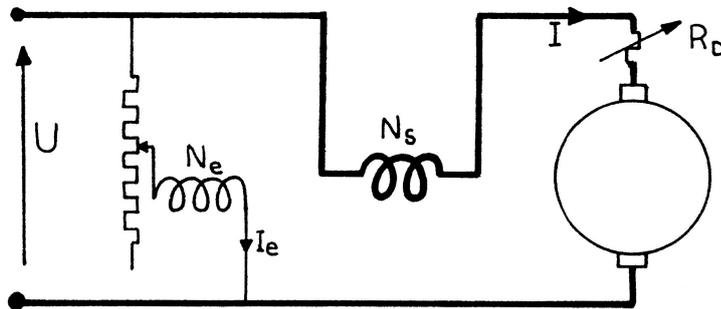


FIGURE 3.30 – Schéma d'une machine à courant continu à excitation composée.

3.4.4 Moteur à excitation composée

Le moteur à excitation séparée ne s'emballé pas à vide et répercute sur le courant I tout accroissement de couple ; le moteur série s'emballé, mais réduit les appels de courant lors d'une augmentation de couple $I \sim \sqrt{C}$. Pour concilier les avantages, on utilise un moteur comportant sur les pôles deux inducteurs :

- l'un *dérivé*, comportant N_e spires, branché en parallèle et parcouru par le courant I_e ;
- l'autre *série*, comportant N_s spires, branché en série, parcouru par le courant I .

La force magnétomotrice est donc $N_e I_e \pm N_s I$, le signe dépendant des sens relatifs des enroulements : \oplus montage *additif* \ominus montage *soustractif*.

Il est commode de considérer un courant fictif I'_e , qui, circulant *seul* dans l'inducteur *dérivé* produirait le même flux :

$$N_e I'_e = N_e I_e \pm N_s I$$

soit :

$$I'_e = I_e \pm \alpha I$$

ou α est le rapport d'équivalence.

Ce courant équivalent permet de toujours se ramener à la caractéristique à vide tracée en excitation séparée en fonction de I_e seul. On obtient le schéma équivalent de la figure 3.31, dans laquelle on inclut dans R' la résistance R_s de l'inducteur série :

$$R' = R_s + R$$

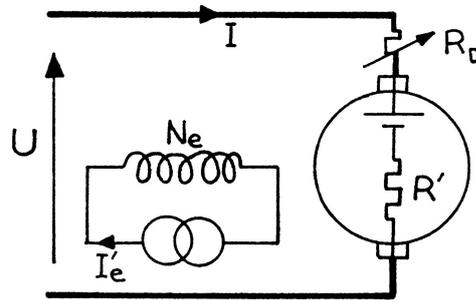


FIGURE 3.31 – Schéma équivalent d'une machine à courant continu à excitation composée.

On étudie les courbes pour $U = cste$; $I_e = cste$.

COUPLE :

$$C_e = \frac{k}{2\pi} I \Phi(I'_e) = \frac{E(N_0, I'_e)}{2\pi N_0} I$$

On trace point par point la courbe de couple : si le montage est additif, I'_e augmente avec I et le couple est supérieur à celui obtenu en excitation séparée seule.

VITESSE :

$$E = U - R' I = k N \Phi(I'_e)$$

et

$$\frac{N}{N_0} = \frac{U - R' I}{E(N_0, I'_e)}$$

A vide, le couple et I sont nuls : $I'_e = I_e$. On retrouve la même vitesse N_v qu'en excitation séparée (l'enroulement série est sans effet).

Si le montage est additif, le flux étant accru par le courant I , la vitesse est plus faible qu'en excitation séparée.

Si le montage est soustractif, la réduction de flux due au courant entraîne un accroissement de la vitesse en charge pouvant conduire à l'emballement : le montage soustractif est à proscrire ($N \rightarrow \infty$ si $I'_e \rightarrow 0$).

CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES :

On l'obtient en éliminant graphiquement I entre les courbes précédentes, voir figure 3.32.

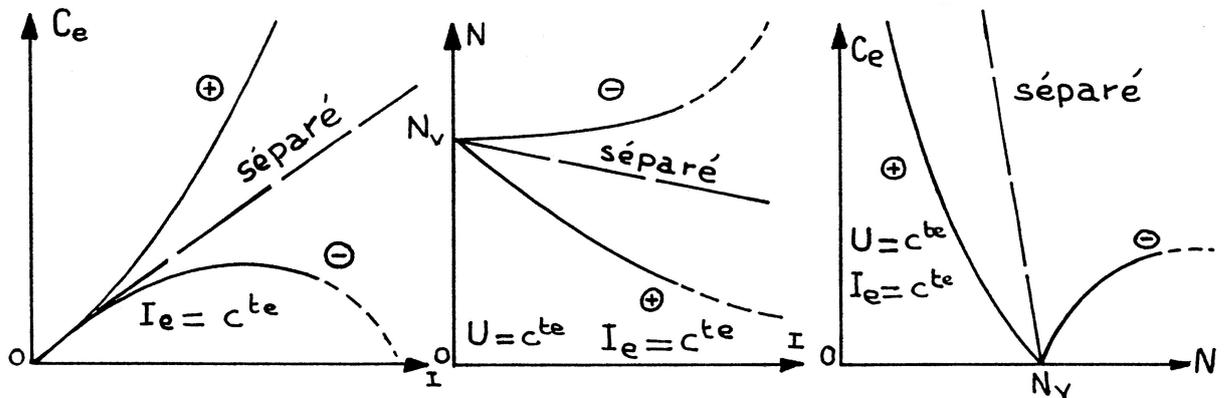


FIGURE 3.32 – Caractéristiques mécaniques d'une machine à courant continu à excitation composée.

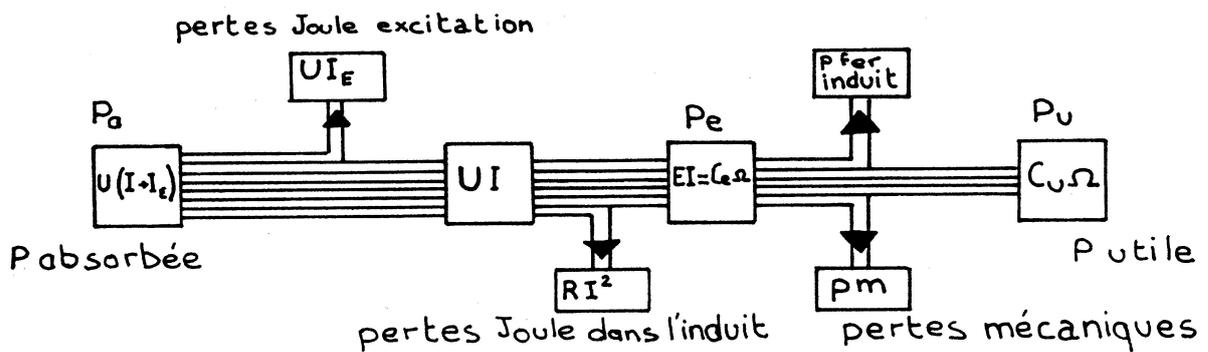


FIGURE 3.33 – Diagramme des pertes d'une machine à courant continu à excitation séparée.

Comme, en pratique, α est faible, il est inutile de comparer ces courbes à celles du même moteur en excitation séparée seule. On voit que la courbe $C_e = f(N)$ du montage additif se rapproche de celle du moteur série sans en présenter l'inconvénient de l'emballement à vide. On bénéficie en outre du réglage de la vitesse à vide N_v par action sur I_e .

3.4.5 Rendement d'un moteur - couple utile

On peut localiser sur un diagramme les diverses pertes de puissances survenant dans un moteur. Par exemple, pour un moteur à excitation dérivée, on aura le diagramme de la figure 3.33.

Le rendement s'écrira :

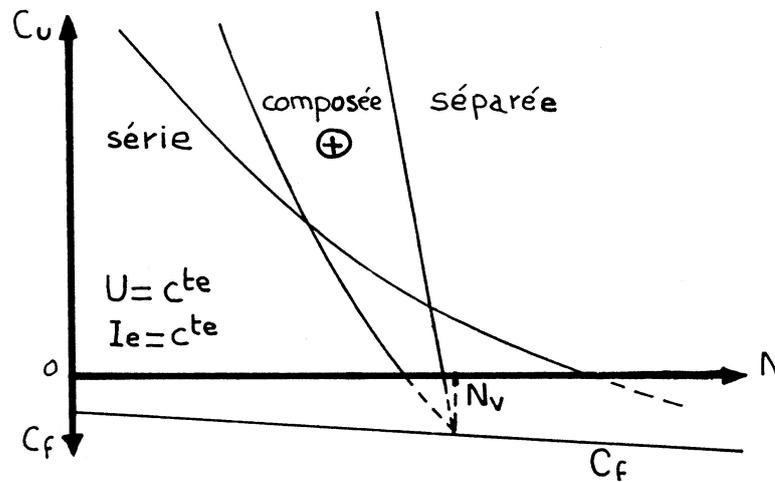


FIGURE 3.34 – Couple utile d'une machine à courant continu en fonction du mode d'excitation.

$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{absorbée}}} = \frac{P_u}{P_u + \text{pertes}}$$

On remarque en particulier que :

$$P_u = C_u \Omega = P_e - p_f - p_m = C_e \Omega - p_f - p_m$$

soit : $C_u = C_e - \frac{p_f - p_m}{\Omega} = C_e - C_f$ où C_f est le couple de frottement du moteur ; il croît légèrement avec la vitesse de rotation.

En partant des caractéristiques mécaniques, on obtient le couple utile en retranchant le couple de frottement. La figure 3.34 donne les couples utiles dans les trois modes d'excitation. L'importance du couple de frottement a été exagérée sur la figure.

3.4.6 Mise en œuvre des moteurs

3.4.6.1 Vitesse de rotation

La vitesse de rotation obtenue dépend des courbes couple-vitesse du moteur et de la charge entraînée : le régime permanent ($N = cste$) est obtenu lorsque le couple utile est égal au couple résistant.

On trace sur un même graphe les deux caractéristiques mécaniques et on lit la vitesse obtenue à l'intersection ; par exemple à la figure 3.35, treuil, hélice

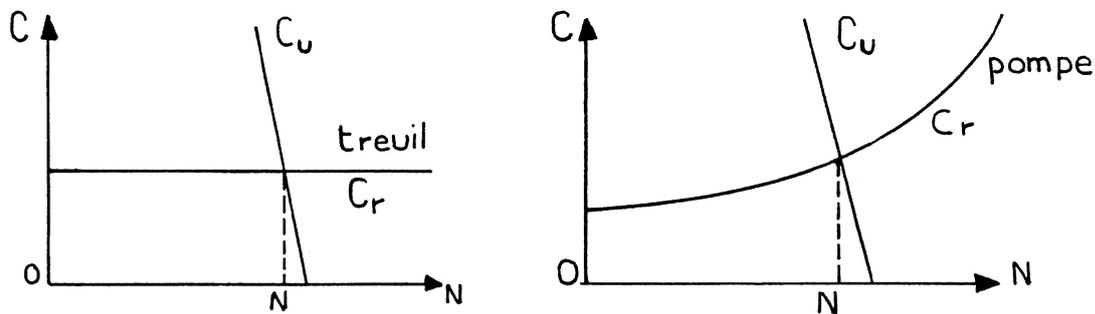


FIGURE 3.35 – Vitesse de rotation d'une machine à courant continu lue sur les caractéristiques mécaniques.

ou pompe, entraînés par un moteur à excitation dérivée.

3.4.6.2 Modes de fonctionnement

Comme l'étude générale l'a montré, le fonctionnement des machines est réversible. Les variables mécaniques sont le couple utile C_u et la vitesse de rotation N . On distingue quatre quadrants de fonctionnements comme le montre la figure 3.36.

Dans les quadrants 1 et 3, le couple et la vitesse sont de même sens : la puissance électrique est transformée en puissance mécanique fournie à la charge. Le quadrant 1 correspond au fonctionnement moteur en marche avant, tandis que le 3 correspond à un fonctionnement moteur en marche arrière.

Dans les quadrants 2 et 4, le couple est opposé à la vitesse. La puissance mécanique est fournie par la charge qui est alors entraînée, le moteur se comporte en frein convertissant la puissance mécanique en puissance électrique qui sera soit renvoyée vers l'alimentation (récupération) soit dissipée dans des résistances (freinage rhéostatique).

On n'obtient pas toujours tous les quadrants de fonctionnement en raison :

- du type de moteur (séparé ou série) ;
- du mode de réglage (action sur I_e ou sur U) ;
- du type d'alimentation (réversible ou non).

Une alimentation *réversible* en courant peut fournir ou absorber du courant, donc de la puissance. Si l'alimentation n'est pas réversible en courant, le courant est toujours de même sens et aucune puissance ne peut être reçue par l'alimentation ce qui interdit tout freinage avec récupération. C'est le cas des génératrices entraînée par moteur thermique ou par des montages redresseurs à diodes.

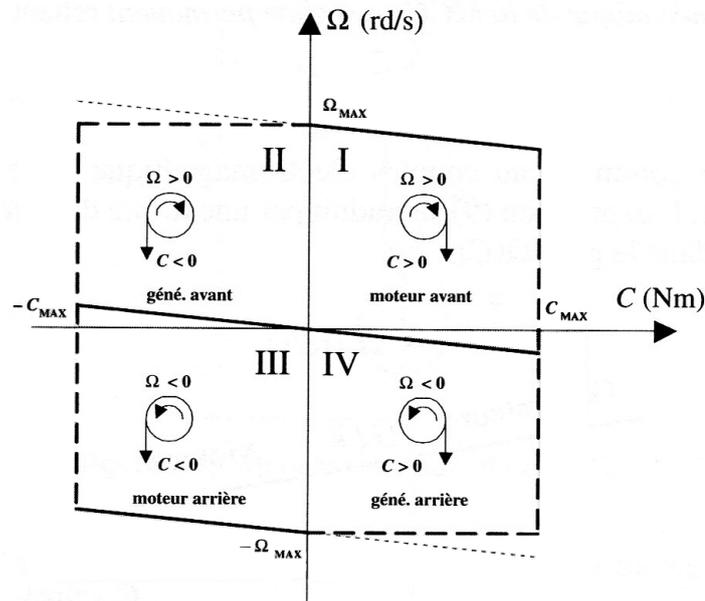


FIGURE 3.36 – Les quatre quadrants de fonctionnement d'une machine électrique tournante.

Si l'on souhaite obtenir une grande précision sur la vitesse, on associera aux montages un asservissement de vitesse.

3.4.6.3 Moteur à excitation séparée

ACTION SUR LE COURANT D'EXCITATION I_e

Si I_e décroît, la vitesse augmente, mais le couple diminue. La puissance nécessaire à l'excitation étant faible devant la puissance utile, ce réglage est simple à réaliser (rhéostat par exemple). La gamme de variation de vitesse obtenue reste limitée : l'accroissement de I_e devient sans effet lorsque la saturation apparaît et une réduction de I_e conduit, compte tenu du courant d'induit nominal, à une réduction prohibitive du couple admissible (quadrant 1).

Si l'alimentation est réversible en courant, le couple peut changer de sens et on aura freinage par récupération (quadrants 1 et 4 de la figure 3.37).

En inversant les connexions de l'induit, on passe au quadrant 3 (inversion du sens de marche) et si l'alimentation est réversible aux quadrants 3 et 2 de la figure 3.37).

ACTION SUR LA TENSION D'ALIMENTATION U

La vitesse, à couple constant, est liée linéairement à U .

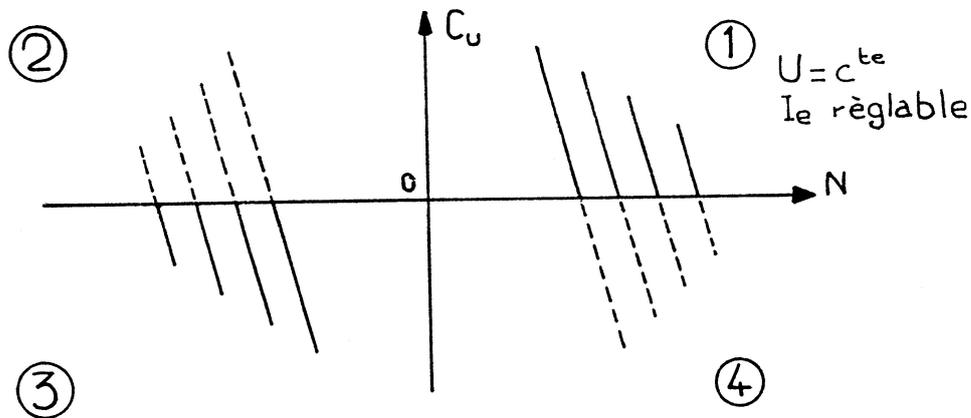


FIGURE 3.37 – Action sur le courant d'excitation d'une machine à courant continu à excitation séparée.

Si U est positive, on obtiendra le quadrant 1 et, si l'alimentation est réversible, le quadrant 4, voir la figure 3.38. Si U change de signe, sans que l'alimentation ne soit réversible, on obtient les quadrants 1 et 2 de de la figure 3.38. Par changement de sens du courant dans l'induit, on aura respectivement les quadrants 3, 3-2, 3-4.

Le fonctionnement $U = 0$ correspond à un fonctionnement en génératrice à excitation séparée en court-circuit ; c'est un cas particulier de freinage rhéostatique.

Si l'alimentation est réversible en tension et courant, on pourra obtenir les quatre quadrants.

Exemples d'alimentation à tension variable :

Ward Léonard : On alimente le moteur par une dynamo génératrice entraînée à vitesse constante N_0 par un moteur asynchrone ou synchrone. En faisant varier l'excitation I_e de la génératrice, on règle la tension U aux bornes du moteur comme on peut le voir sur la figure 3.39.

Le moteur est excité par un courant constant. En négligeant les chutes de tension dans les induits et la saturation, on peut écrire, E_G et E_M étant les f.é.m. dans les deux machines : $E_G = E_M$ $E_G = kI_e$ $E_M = k'N$

Soit : $N = \frac{k}{k'} I_e$ La vitesse est proportionnelle au courant d'excitation de la génératrice.

Le montage est parfaitement réversible et fonctionne dans les quatre quadrants. La génératrice joue le rôle d'amplificateur de puissance. Ce montage, très souple, était utilisé pour les variations de vitesse dans le cas de puissance très élevée malgré son mauvais rendement (70 %).

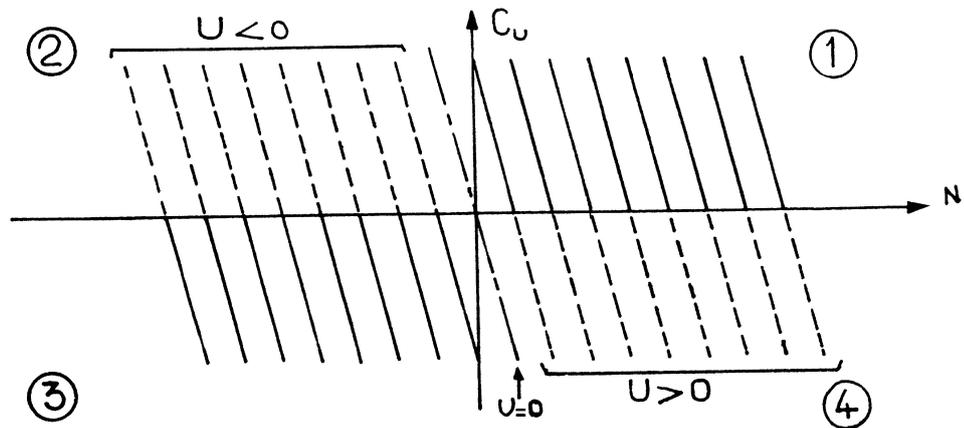


FIGURE 3.38 – Action sur la tension d'alimentation d'une machine à courant continu à excitation séparée.

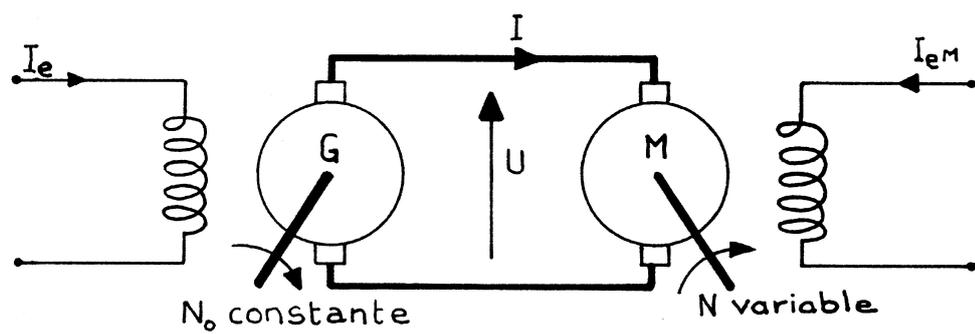


FIGURE 3.39 – Schéma de principe du Ward Léonard.

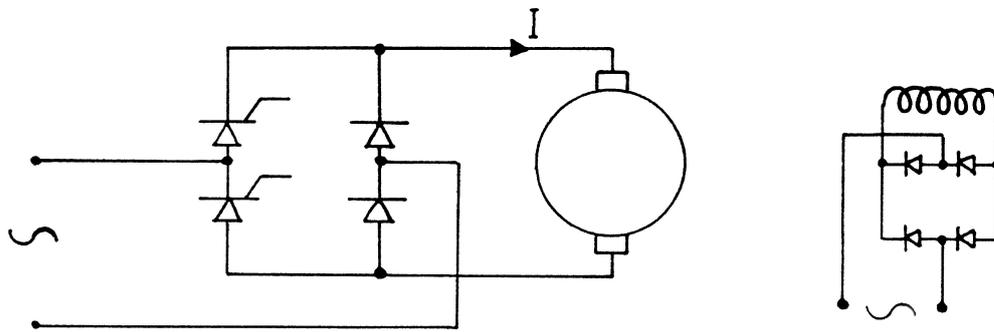


FIGURE 3.40 – Pont mixte alimentant une machine à courant continu à excitation séparée.

Montage à pont redresseur :

L'inducteur est alimenté sous tension constante par un pont de diodes. L'induit est alimenté par un pont redresseur comportant des thyristors qui permettent de régler la tension moyenne d'alimentation. Le courant ne pouvant s'inverser, il ne peut y avoir de freinage du quadrant moteur. Si l'on souhaite un fonctionnement dans les quatre quadrants, on a recourt à un autre pont « tête bêche » ou à un inverseur de courant à quatre contacteurs. Dans le cas de la figure 3.40, le pont mixte n'autorise qu'un seul quadrant de fonctionnement.

Moteurs de faibles puissances :

Pour les moteurs utilisés dans certains asservissements (puissance inférieure au kW), on peut envisager :

- d'utiliser une excitation fixe, souvent par des aimants permanents, l'induit étant alors directement alimenté sous tension variable par un amplificateur de puissance à transistors ;
- d'alimenter l'induit par un courant constant, produit par une alimentation électronique à courant constant. On commande alors le couple par le courant d'excitation comme le montre la figure 3.41. Si le circuit n'est pas saturé, le couple est proportionnel à I_e .

3.4.6.4 Moteur à excitation série

On peut agir sur l'excitation en shuntant l'inducteur par une faible résistance. On réduit le flux et on augmente la vitesse. Comme pour le moteur à excitation séparée, l'amplitude de réglage est limitée. Par action sur la tension d'alimentation U on agit, à couple constant, linéairement sur la vitesse.

On n'envisage que les fonctionnements des quadrants 1 et 3, le passage de

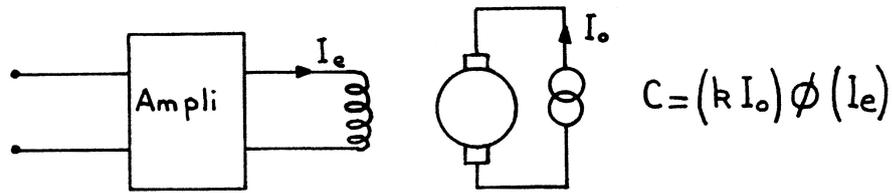


FIGURE 3.41 – Asservissement : commande de l'induit du moteur à courant continu par courant constant.

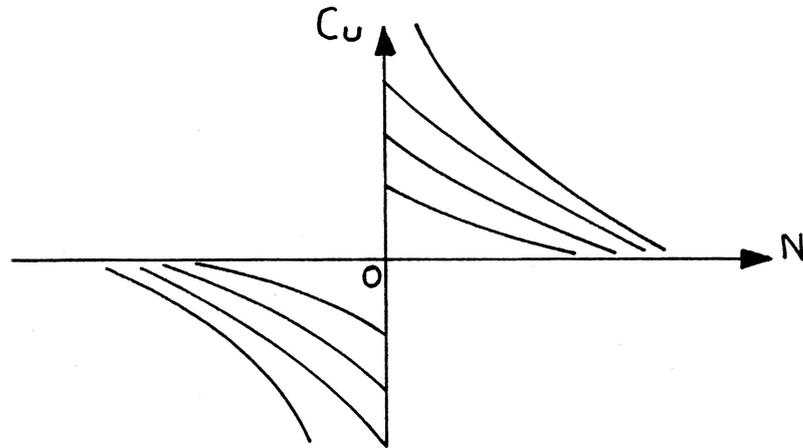


FIGURE 3.42 – Caractéristiques mécaniques du moteur à courant continu à excitation série, quadrant 1 et 3.

l'un à l'autre s'effectuant par commutation. Il est en effet exclu de freiner en récupération car, lorsque le couple s'annule avant de changer de signe, la vitesse doit passer par l'infini! (voir figure 3.42)

Dans ce cas aussi, on peut démarrer le moteur sans rhéostat de démarrage en réduisant la tension U . La variation de tension s'obtiendra en général en utilisant un pont redresseur à thyristors.

REMARQUES :

1. Lorsque plusieurs moteurs série sont mécaniquement accouplés à une même charge, on peut connecter en série ou en parallèle leurs circuits électriques et obtenir par ces couplages diverses gammes de vitesses.
2. Pour freiner en récupérant la puissance, on branche momentanément le moteur en excitation séparée en alimentant son inducteur par une source auxiliaire. On retrouve alors le fonctionnement du paragraphe précédent (quadrants 2 et 4).

3.5 Génératrices à courant continu

Ces génératrices sont de moins en moins utilisées pour produire des tensions continues. On les rencontre encore cependant comme étage de puissance réversible dans le Ward Léonard par exemple.

Nous avons d'autre part déjà observé qu'un moteur se comportait en génératrice lors des freinages avec récupération (quadrants 2 et 4) et il est inutile de reprendre ces études. Il reste cependant deux points importants :

- le freinage rhéostatique ;
- la mesure de vitesse.

3.5.1 Freinage rhéostatique

L'induit du moteur est déconnecté du réseau et refermé sur une résistance R_C . Le moteur est entraîné par sa charge à la vitesse N et sa f.é.m. fait circuler un courant I , négatif, dans R_C .

On aura :

$$E + (R + R_C)I = 0$$

$$E = kN\Phi(I_e) \quad C = \frac{k}{2\pi} I\Phi(I_e)$$

En éliminant E et I en fonction de N et C , il vient :

$$C = -\frac{k^2}{2\pi} \frac{(\Phi(I_e))^2}{R + R_C} N$$

On peut régler ce couple de freinage (opposé à N) en agissant sur R_C et sur I_e , voir la figure 3.44. Toute la puissance provenant du freinage est dissipée dans R et R_C . On ne peut obtenir le blocage ($N = 0 = C$) et il faut éventuellement, pour caler l'arbre, un frein mécanique.

Afin d'obtenir un freinage même en l'absence de distribution électrique (problème de sécurité), il est souvent préférable d'utiliser un montage auto-excité de la dynamo (dynamo dérivée).

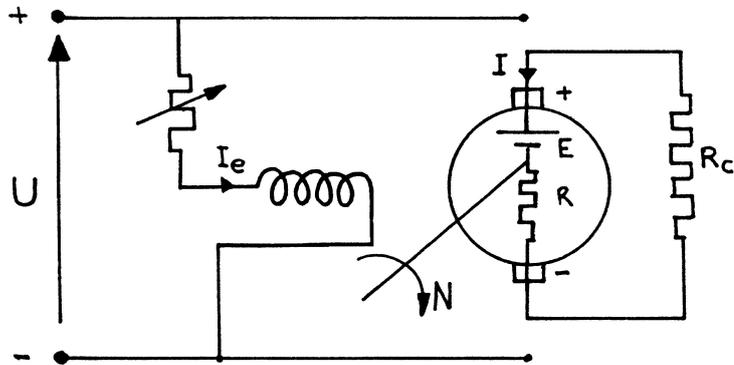


FIGURE 3.43 – Freinage rhéostatique d'un moteur à courant continu, schéma de principe.

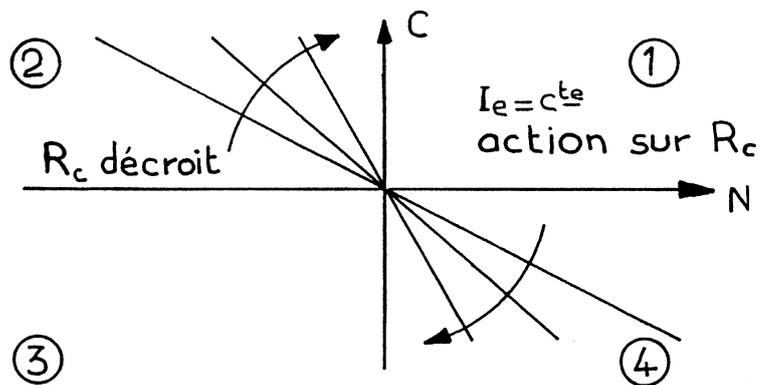


FIGURE 3.44 – Freinage rhéostatique d'un moteur à courant continu, action sur la résistance R_c .

3.5.2 Génératrice tachymétrique

On peut utiliser une dynamo pour mesurer la vitesse de rotation. La f.é.m. produite proportionnelle à la vitesse est ensuite introduite dans les chaînes d'asservissements.

Comme on recherche en général une grande précision, on utilise une machine spéciale comportant des aimants permanents comme inducteur, et qui ne doit débiter qu'un courant négligeable de telle sorte que la tension obtenue soit sensiblement égale à la f.é.m. . La construction en est particulièrement soignée pour que la f.é.m. soit exempte de bruits et de fluctuations.

3.5.3 Annexe : génératrices auto-excitées

Pour exciter une génératrice, il faut lui fournir un courant d'excitation I_e . On peut utiliser une source auxiliaire de courant continu (génératrice, ou moteur, à excitation séparée). la génératrice elle même peut fournir son propre courant d'excitation : la génératrice est dite « auto-excitée » et se trouve totalement autonome. Le courant d'excitation sera alors lié à la tension ou au courant délivré et les performances de la machine seront modifiées.

3.5.3.1 Génératrice à excitation dérivée

L'inducteur, en série avec un rhéostat d'excitation, est alimenté par la tension U , voir la figure 3.45. Si R_e est la résistance du circuit d'excitation :

$$U = R_e I_e$$

En appelant I' le courant débité :

$$U = E(N, I_e) - R(I' + I_e)$$

La dynamo étant entraînée à vitesse constante, on peut, connaissant la caractéristique à vide, résoudre graphiquement ce système d'équations et trouver la tension U en fonction de I' .

La chute de tension est importante : si I' augmente, U diminue à cause de la chute de tension dans R ; par suite I_e décroît ainsi que E ce qui renforce la diminution de U . On obtient par calcul, ou expérimentalement la courbe de la figure 3.46.

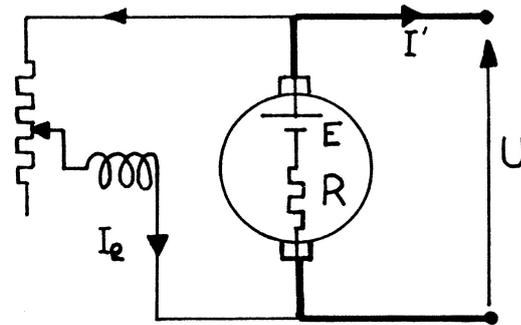


FIGURE 3.45 – Génératrice à excitation dérivée.

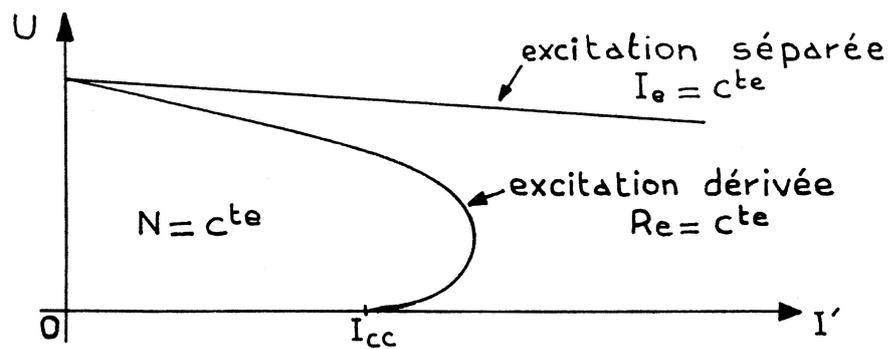


FIGURE 3.46 – Courbe tension/courant d'une génératrice à excitation dérivée.

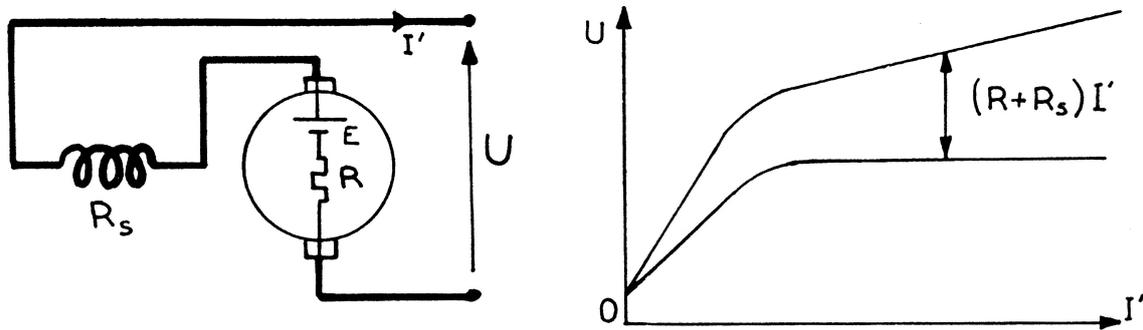


FIGURE 3.47 – Génératrice à excitation série.

En court-circuit, $U = 0$ ainsi que I_e ; la f.é.m. due au flux rémanent, engendre le courant de court-circuit. La caractéristique obtenue montre que ce générateur n'est pas « linéaire ».

3.5.3.2 Génératrice à excitation série

L'inducteur est parcouru par le courant débité I' , voir figure 3.47. Si R_s est sa résistance, on a :

$$U = E(N, I') - (R + R_s)I'$$

Ce montage est peu utilisé.

REMARQUE : On a longtemps construit des génératrices à excitation composée à deux ou trois enroulements permettant de produire des tensions ou des courants sensiblement constants; ces machines ne sont plus guère rencontrées. On préfère utiliser des régulations électroniques, soit associées à des redresseurs, soit éventuellement à des génératrices ordinaires.

3.5.3.3 Amorçage d'une génératrice auto-excitée

La dynamo fournissant elle-même son courant d'excitation, une tension ne peut apparaître que s'il subsiste un flux rémanent; sinon, pas de f.é.m. et pas de courant inducteur. Le flux rémanent engendre une f.é.m. rémanente qui fait circuler un petit courant inducteur. Suivant le sens de rotation de la dynamo et le sens des connexions de l'inducteur, deux cas sont possibles :

- le courant inducteur engendre un flux qui s'ajoute au flux rémanent : la

f.é.m. croît, donc le courant inducteur et le flux croissent ; la tension s'établit (amorçage) ;

- le courant inducteur engendre un flux opposé au flux rémanent : la f.é.m. décroît et il ne peut y avoir amorçage. Il faut soit inverser les connexions de l'inducteur, soit changer le sens de rotation. Il faut enfin que la résistance du circuit inducteur ne soit pas trop élevée.

3.6 Exercices et problèmes sur la machine à courant continu

3.6.1 Machine à excitation indépendante entraînant un treuil

L'énergie d'un treuil est fournie par un moteur à courant continu à excitation indépendante dont l'induit et l'inducteur sont alimentés sous une tension $U = 230\text{ V}$. En charge, le treuil soulevant verticalement une charge à la vitesse de 4 m/s , le moteur tourne à une vitesse de 1200 tr/min et son induit absorbe une puissance électrique de $17,25\text{ kW}$. La résistance de l'induit est de $0,1\ \Omega$; celle de l'inducteur de $46\ \Omega$; les pertes constantes ont pour valeur 1 kW ; l'accélération de la pesanteur sera prise égale à $g = 10\text{ m/s}^2$; le rendement du treuil est de $0,75$.

1. Calculer les courants absorbés par l'induit et l'inducteur.
2. Calculer la force électromotrice du moteur.
3. Calculer la puissance utile du moteur.
4. Calculer le couple utile du moteur.
5. Calculer le rendement du moteur.
6. Calculer le rendement global de l'équipement.
7. Calculer la masse soulevée par le treuil.

Voir le corrigé page [132](#)

3.6.2 Machine à excitation dérivée

Un moteur à excitation dérivée est alimenté sous une tension constante de 200 V . Il absorbe un courant $I = 22\text{ A}$. La résistance de l'inducteur est $R_e = 100\ \Omega$, celle de l'induit $R_a = 0,5\ \Omega$. Les pertes constantes sont de 200 W .

1. Calculer les courants d'excitation et d'induit.

3.6. EXERCICES ET PROBLÈMES SUR LA MACHINE À COURANT CONTINU 129

2. Calculer la force contre-électromotrice.
3. Calculer les pertes par effet Joule dans l'inducteur et dans l'induit.
4. Calculer la puissance absorbée, la puissance utile et le rendement global.
5. On veut limiter à 30 A l'intensité dans l'induit au démarrage. Calculer la valeur de la résistance du rhéostat de démarrage.
6. On équipe le moteur d'un rhéostat de champ. Indiquer son rôle. Dans quelle position doit se trouver le rhéostat de champ au démarrage? Justifier votre réponse.

Voir la correction page [132](#).

3.6.3 Treuil entraîné par machine à courant continu : montée et descente

Un moteur à courant continu à excitation indépendante entraîne un treuil soulevant verticalement une charge de masse M kg suspendue à l'extrémité d'un filin enroulé sur le tambour du treuil, de rayon supposé constant égal à 0,1 m. La vitesse de rotation du tambour est égale au vingtième de la vitesse de rotation du moteur. L'induit du moteur de résistance intérieure $0,5 \Omega$ est connecté aux bornes d'une source d'énergie fournissant une tension réglable de $U = 0V$ à $U_n = 240V$ = tension nominale du moteur.

On donne : $g = 10 \text{ m/s}^2$. On adoptera les hypothèses simplificatrices suivantes :

- rendement du treuil = 1 ;
- négliger toutes les pertes du moteur sauf celle par effet Joule dans l'induit ou dans la résistance de démarrage ;
- négliger la réaction d'induit et la saturation des circuits magnétiques.

1. Le courant inducteur est réglé à sa valeur maximum admissible $I_e = 5A$. On constate alors que le treuil hisse la charge $M = \frac{4800}{\pi}$ kg à la vitesse $v = \frac{11 \cdot \pi}{60}$ m/s alors que la puissance absorbée par l'induit est de 9,6 kW et que la tension appliquée à l'induit est égale à la tension nominale.

- 1.1. Calculer l'intensité du courant absorbé par l'induit du moteur.
- 1.2. Calculer la force contre-électromotrice du moteur.
- 1.3. Calculer la puissance utile du treuil.
- 1.4. Calculer le couple utile du moteur.
- 1.5. Calculer la vitesse de rotation du moteur.

2. La charge M et le courant d'excitation gardant les valeurs définies précédemment.
 - 2.1. Calculer l'intensité absorbée par l'induit lorsque, alimenté sous la tension U_c , celui-ci développe un couple moteur permettant de maintenir la charge M décollée et immobile.
 - 2.2. Calculer la valeur de la tension U_c précédente.
 - 2.3. Calculer la valeur de la tension U_d de démarrage que l'on peut appliquer brusquement à l'induit pour décoller la charge M et lui communiquer une vitesse constante sans que la pointe de courant dans l'induit dépasse 60 A.
 - 2.4. Calculer la vitesse stabilisée du moteur à la fin de la première phase du démarrage définie précédemment.
 - 2.5. Calculer la valeur de la résistance de démarrage qu'il serait nécessaire de monter en série avec l'induit du moteur pour limiter à 60 A la pointe de courant dans l'induit lorsque la tension fournie par la source n'est plus réglable mais garde la valeur maximum de 240 V.
3. La charge hissée n'étant plus que les 4/5 de la charge précédente, à quelles valeurs faut-il régler simultanément la tension appliquée à l'induit, sans résistance de démarrage d'une part, et le courant inducteur d'autre part, de telle façon que la vitesse de hissage soit la plus élevée possible sans qu'en régime établi l'intensité du courant dans l'induit excède 40 A ? Calculer cette vitesse.

Voir la correction page 133.

3.6.4 Variation de vitesse d'une machine à courant continu

Soit une machine à courant continu à excitation indépendante parfaitement compensée. Sa résistance d'induit est : $R_a = 0,3 \Omega$. Les pertes constantes seront supposées nulles. On donne à 1200 tr/min :

$I_{excitation}$ (A)	0,5	1	1,5	2	2,5
E (V)	156	258	308	328	338

1. La machine étant à vide et le courant d'excitation étant de 1,5 A, on alimente le rotor par une source de tension, supposée idéale, de 400 V.
 - 1.1. Calculer la vitesse du rotor en tr/min.
2. La machine absorbe un courant de 40 A, le courant inducteur est maintenant de 2,5 A et la tension d'alimentation de 300 V.

3.6. EXERCICES ET PROBLÈMES SUR LA MACHINE À COURANT CONTINU 131

- 2.1. Calculer la vitesse du rotor en tr/min .
3. Le rotor est entraîné par un moteur thermique à la vitesse de 1000 tr/min, le courant d'excitation est de 2 A.
 - 3.1. Calculer la f.é.m. de la machine n° 1 à vide.
4. La machine débite sur une machine à courant continu n° 2 parfaitement identique et elle aussi excitée par un courant de 2 A. Cette seconde machine fonctionne à vide.

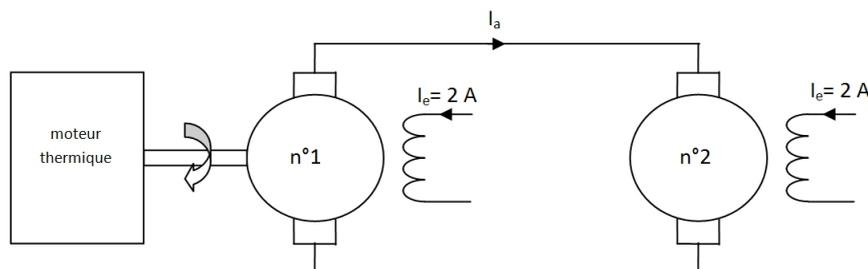


FIGURE 3.48 – Dispositif de l'exercice 3.6.4.

- 4.1. Calculer le courant débité par la machine n° 1 .
- 4.2. Calculer la vitesse de la machine n° 2.
5. On réduit le courant d'excitation à 1 A sur la machine n° 2.
 - 5.1. Calculer la nouvelle vitesse du rotor.
6. Le courant d'excitation des machines 1 et 2 est à nouveau réglé à 2 A. La machine n° 2 entraîne une pompe et ce faisant absorbe une puissance de 2 kW. On admettra l'hypothèse simplificatrice selon laquelle le rendement des deux machines est de 1.
 - 6.1. Calculer le couple résistant opposé par la machine n° 1 au moteur thermique dont la vitesse est toujours de 1000 tr/min.
 - 6.2. Calculer le courant débité par la machine n° 1.
 - 6.3. Calculer la vitesse de rotation de la machine n° 2.

Voir la correction page 135.

3.6.5 Entraînement d'un treuil par une machine à courant continu : montée et descente

Un moteur à excitation indépendante à aimants permanents actionne un monte-charge. Il soulève une masse de deux tonnes à la vitesse d'un mètre par seconde. Le moteur est alimenté sous 1500 V, sa résistance d'induit est $R_a = 1,6\Omega$. Le rendement de l'ensemble du système est de 70 %. La machine est supposée être parfaitement compensée. On prendra $g \approx 10\text{ m/s}^2$.

1. Calculer la puissance absorbée par le moteur et le courant appelé lors de la montée.
2. Dans la phase de descente on veut limiter la vitesse à 1 m/s.
 - 2.1. Calculer le courant débité par la machine et la résistance X dans laquelle elle doit débiter.
3. L'induit est à présent court-circuité.
 - 3.1. Calculer la valeur du courant circulant dans l'induit.
 - 3.2. Calculer la vitesse de descente de la masse de deux tonnes.
 - 3.3. Calculer la valeur de E.
 - 3.4. Calculer la puissance dégagée dans le rotor.

Voir la correction page 137.

3.6.6 corrigé de l'exercice 3.6.1, page 128

Il faut commencer par dessiner le modèle électrique de la machine, induit et inducteur en régime permanent.

1. $I_a = \frac{P_a}{U} = \frac{17,25 \cdot 10^3}{230} = 75 \text{ A}$, $I_e = \frac{230}{46} = 5 \text{ A}$;
2. L'équation de maille de l'induit permet d'écrire : $E = U - R_a \cdot I_a = 230 - 0,1 \times 75 = 222,5 \text{ V}$;
3. $P_u = P_e - P_{cte} = E \cdot I_a - P_{cte} = 222,5 \times 75 - 1 \cdot 10^3 \simeq 15,7 \text{ kW}$;
4. $C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{15,7 \cdot 10^3}{\frac{1200}{60} \times 2\pi} \simeq 125 \text{ Nm}$;
5. $\eta = \frac{P_u}{P_{induit} + P_{inducteur}} = \frac{15,7 \cdot 10^3}{17,25 \cdot 10^3 + 230 \times 5} \simeq 0,85$;
6. $\eta_{global} = \eta_{MCC} \times \eta_{réducteur} = 0,85 \times 0,75 \simeq 0,64$;
7. $P_{treuil} = M \cdot g \cdot v \Rightarrow M = \frac{P_{treuil}}{g \cdot v} = \frac{P_{MCC} \times \eta_{réducteur}}{g \cdot v} = \frac{15,7 \cdot 10^3 \times 0,75}{10 \times 4} \simeq 300 \text{ kg}$.

3.6.7 corrigé de l'exercice 3.6.2, page 128

1. Courant inducteur : $I_e = \frac{200}{100} = 2 \text{ A}$, la loi des nœud donne le courant d'induit : $I_a = I_{total} - I_e = 22 - 2 = 20 \text{ A}$.
2. $E = U - R_a \cdot I_a = 200 - 0,5 \times 20 = 190 \text{ V}$.
3. $P_{Jinducteur} = R_e \cdot I_e^2 = 100 \times 2^2 = 400 \text{ W}$, $P_{Jinduit} = R_a \cdot I_a^2 = 0,5 \times 20^2 = 200 \text{ W}$.
4. $P_{abs} = U \cdot I = 200 \times 22 = 4400 \text{ W}$, $P_u = P_e - P_{cte} = E \cdot I_a - P_{cte} = 190 \times 20 - 200 = 3600 \text{ W}$, $\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{3600}{4400} \simeq 0,82$.

3.6. EXERCICES ET PROBLÈMES SUR LA MACHINE À COURANT CONTINU 133

5. Lors du démarrage, le rotor ne tourne pas et l'induit n'est donc le siège d'aucune force contre électromotrice. Seule sa faible résistance limite le courant. Afin de limiter le courant à 30 A, il faut donc ajouter une résistance (rhéostat de démarrage) égale à : $U = (R_a + R_h) \times I_{\text{dém}} \Rightarrow R_h = \frac{U}{I_{\text{dém}}} - R_a = \frac{200}{30} - 0,5 = 6,16 \Omega$.

Un démarrage sans rhéostat conduirait à une intensité de démarrage égale à : $I_{\text{dém}} = \frac{U}{R_a} = \frac{200}{0,5} = 400 \text{ A}$. Cette intensité entraînerait des pertes Joule dans l'induit égale à : $P_J = R_a \cdot I_{\text{dém}}^2 = 0,5 \times 400^2 = 80 \text{ kW}$. Ces pertes Joule échaufferait énormément la machine qui risquerait d'être détruite (les vernis isolant recouvrant les conducteurs ne supportent guère plus de 150 °C).

D'autre part, le couple mécanique fourni par la machine est proportionnel à l'intensité absorbée par l'induit. La très forte intensité absorbée au démarrage en l'absence de rhéostat conduirait à un couple trop important qui risquerait d'endommager voire de rompre l'accouplement mécanique entre le moteur et la charge qu'il entraîne.

6. Le rhéostat de champ se place en série avec l'inducteur. Son but est de faire varier le courant inducteur afin de faire varier le champ inducteur et donc de faire varier la vitesse de la machine comme l'indique la relation :

$$N = \frac{U - R_a \cdot I_a}{k \cdot \phi(I_e)}$$

Cette méthode particulièrement simple de variation de vitesse rencontre cependant des limites dans la plage de vitesses possibles. En effet, selon la charge entraînée, le couple nécessaire croît comme le carré ou le cube de la vitesse de rotation. Donc le courant absorbé par l'induit va croître d'autant plus vite que le flux inducteur a été diminué pour augmenter la vitesse et atteindre d'autant plus rapidement sa limite maximum que le flux inducteur aura été fortement diminué :

$$C_e = \frac{k \cdot \phi(I_e)}{2\pi} \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{2\pi \cdot C}{k \cdot \phi(I_e)}$$

Au démarrage, on souhaite un couple important et donc un flux élevé. Le rhéostat de champ est réglé de tel sorte que sa résistance soit minimum afin que le courant inducteur et donc le flux soit élevé.

3.6.8 corrigé de l'exercice 3.6.3, page 129

1. 1.1. $I_a = \frac{P}{U} = \frac{9600}{240} = 40 \text{ A}$.

$$1.2. E = U - R_a \cdot I_a = 240 - 0,5 \times 40 = 220 \text{ V.}$$

$$1.3. P_u = F \cdot v = Mg \cdot v = \frac{4800}{\pi} \times 10 \times \frac{11 \cdot \pi}{60} = 8800 \text{ W.}$$

1.4. Afin de déterminer la vitesse de rotation du moteur, déterminons d'abord la vitesse de rotation du tambour du treuil. Lorsque la charge monte de V mètre en 1 seconde, le tambour du treuil tourne à une vitesse en radian par seconde égale à V divisé par le rayon du tambour $\Omega = \frac{v}{R} = \frac{\frac{11 \cdot \pi}{60}}{0,1} \approx 5,76 \text{ rad/s}$. Le moteur tourne 20 fois plus vite (le treuil est un réducteur de vitesse qui permet d'augmenter le couple, c'est l'analogie d'un transformateur abaisseur de tension avec la tension grandeur analogue de la vitesse et l'intensité grandeur analogue du couple). Donc le moteur tourne à : $\Omega_{moteur} = 20 \times 5,76 \approx 115,2 \text{ rad/s}$ (ou 1100 tr/min).

$$\text{Soit } C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{8800}{115,2} \approx 76,4 \text{ Nm.}$$

On aurait également pu calculer le couple résistant au niveau du tambour du treuil : $C_t = Mg \cdot R = \frac{4800}{\pi} \times 10 \times 0,1 \approx 1528 \text{ Nm}$. Le couple utile sur l'arbre moteur est 20 fois plus petit, soit 76,4 Nm.

1.5. Calcul fait à la question précédente : 1100 tr/min..

2. La charge M et le courant d'excitation gardant les valeurs définies précédemment.

2.1. Afin de maintenir la même charge que précédemment immobile et décollée, il faut que le moteur fournisse le même couple moteur (la masse est la même, la gravité n'a pas changé, le rayon du tambour du treuil non plus). Le moteur appelle donc la même intensité de 40 A. On peut néanmoins effectuer le calcul du couple à l'aide de la formule : $C_e = \frac{k \cdot \phi}{2\pi} \cdot I_a$.

$$\text{Déterminons } K \cdot \phi : E = K \cdot \phi \cdot N \Rightarrow k \cdot \phi = \frac{E}{N} = \frac{220}{1100/60} = 12 \text{ SI.}$$

$$\text{Ainsi : } C_e = \frac{k \cdot \phi}{2\pi} \cdot I_a = \frac{12}{2\pi} \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{2\pi C_e}{12} = \frac{2\pi}{12} \cdot \left(\frac{4800}{\pi} \cdot \frac{10 \cdot 0,1}{20} \right) = 40 \text{ A.}$$

2.2. Le moteur ne tourne pas, donc : $E = 0 \text{ V}$. Donc $U = R_a \times I_a = 0,5 \times 40 = 20 \text{ V}$.

2.3. On limite l'intensité de démarrage à 60 A. Il faut donc que la f.é.m. U devienne égale à : $U = R_a \cdot I_a = 0,5 \times 60 = 30 \text{ V}$.

2.4. Le couple moteur va augmenter, devenir supérieur au couple résistant. Ainsi, d'après la relation fondamentale de la dynamique pour les systèmes en rotation : $C_{mot} - C_{résistant} = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$. L'accélération angulaire passe de 0 à une valeur positive, le moteur se met à tourner. Ce faisant, la f.é.m. E croît ce qui entraîne une diminution de l'intensité dans l'induit. Lorsque l'intensité a baissé de 60 à 40 A, la

3.6. EXERCICES ET PROBLÈMES SUR LA MACHINE À COURANT CONTINU 135

vitesse du moteur est à nouveau constante. Cette nouvelle vitesse dépend de la f.é.m. U appliquée aux bornes de l'induit. On a :

$$\frac{E_1}{N_1} = k\phi = \frac{E_2}{N_2} \Rightarrow N_2 = N_1 \times \frac{E_2}{E_1} = 1100 \times \frac{(30 - 40 \times 0,5)}{220} = 50 \text{ tr/min}$$

2.5.

$$(R_h + R_a) = \frac{U}{I_a} \Rightarrow R_h = \frac{240}{60} - 0,5 = 3,5 \Omega$$

La puissance dissipée par effet Joule, au moment du démarrage, dans ce rhéostat est de $3,5 \times 60^2 = 12,6 \text{ kW}$! Le rhéostat doit donc être d'une taille certaine pour ne pas être volatilisé par le dégagement d'énergie.

3. Afin d'obtenir une vitesse maximum, il faut que la tension d'alimentation de l'induit soit maximum $N = \frac{U - R_a \cdot I_a}{k \cdot \phi}$. On choisira donc $U = 240 \text{ V}$. La masse étant réduite de $4/5$, le couple que doit fournir le moteur en régime permanent (vitesse constante) est lui aussi réduit de $4/5$. Si l'on désire imposer $I_a = 40 \text{ A}$, il faut que ϕ soit réduit de $4/5$ afin que le couple soit lui-même réduit de $4/5$.

On supposera que l'inducteur fonctionne dans la zone linéaire (le flux est proportionnel au courant inducteur). Donc : $\phi = k' \times I_e$. Pour réduire le flux de $4/5$ par rapport au flux créé précédemment, il faut un nouveau courant inducteur dont la valeur sera de : $I'_e = \frac{4}{5} \times 5 = 4 \text{ A}$.

La nouvelle constante $k' \cdot \phi$ de la machine devient donc : $k' \cdot \phi = \frac{4}{5} \cdot k \cdot \phi = \frac{4}{5} \times 12 = 9,6 \text{ SI}$.

La nouvelle vitesse de rotation est donc : $N' = \frac{E}{k' \cdot \phi} = \frac{240 - 0,5 \times 40}{9,6} = 22,9167 \text{ tr/s} = 1375 \text{ tr/min}$.

3.6.9 corrigé de l'exercice 3.6.4, page 130

- $I_e = 1,5 \text{ A} \Rightarrow E = 308 \text{ V}$ à $1200 \text{ tr/min} \Rightarrow k \cdot \phi = \frac{308}{1200}$.
À vide, $I_a = 0 \text{ A} \Rightarrow U = E \Rightarrow N = \frac{U}{k \cdot \phi} = \frac{400}{\frac{308}{1200}} \simeq 1560 \text{ tr/min}$.
- $I_e = 2,5 \text{ A} \Rightarrow E = 338 \text{ V}$ à $1200 \text{ tr/min} \Rightarrow k \cdot \phi = \frac{338}{1200}$.
 $E = U - R_a \cdot I_a = 300 - 0,3 \times 40 = 288 \text{ V} \Rightarrow N = \frac{E}{k \cdot \phi} = \frac{288}{\frac{338}{1200}} \simeq 1022 \text{ tr/min}$.
- $I_e = 2 \text{ A} \Rightarrow E = 328 \text{ V}$ à $1200 \text{ tr/min} \Rightarrow k \cdot \phi = \frac{328}{1200}$.
Comme le courant d'induit est nul, la f.é.m. à vide est :

$$U = E = k \cdot \phi \cdot N = \frac{328}{1200} \times 1000 \simeq 273 \text{ V}$$

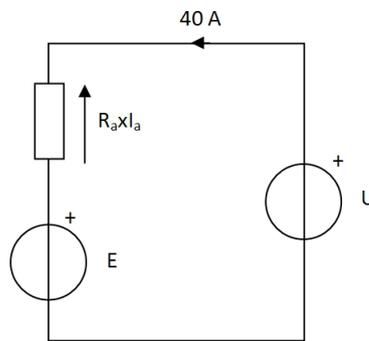


FIGURE 3.49 – Schéma équivalent pour la question 2.1 de l'exercice 3.6.4.

4. 4.1. La seconde machine est à vide, comme les pertes constantes supposées nulles, la puissance électromagnétique est nulle elle aussi. Donc aucun courant ne circule entre les deux machines : $I_{a1} = I_{a2} = 0$.

4.2. Pour la machine n° 2, on a donc :

$$N_2 = \frac{E_2}{k \cdot \phi} = \frac{U_1}{k \cdot \phi} = \frac{E_1}{k \cdot \phi} = 1000 \text{ tr/min}$$

5. L'excitation de la machine n° 2 étant réduite à un ampère, on a pour cette machine : $k \cdot \phi = \frac{258}{1200}$. La f.é.m. aux bornes n'a pas changé et est toujours imposée par la machine n° 1, soit 273 V. La vitesse de la machine n° 2 sera donc :

$$N_2 = \frac{E_2 = E_1}{k \cdot \phi} = \frac{273}{\frac{258}{1200}} \approx 1060 \text{ tr/min}$$

6. 6.1. Le rendement étant de 1, la machine n° 1 doit fournir 2 kW à la machine n° 2. Le couple résistant qu'oppose la machine n° 1 au moteur thermique est donc :

$$C_r = \frac{P}{\Omega} = \frac{2000}{(2\pi \times 1000/60)} = 19 \text{ Nm}$$

6.2.

$$C_e = \frac{k \cdot \phi}{2\pi} \times I_a \Rightarrow I_a = \frac{2\pi \times C_e}{k \cdot \phi} = \frac{2\pi \times 19}{16,4} = 7,28 \text{ A}$$

Ce courant est débité par la machine n° 1 (génératrice) est reçu la machine n° 2 qui est réceptrice, voir la figure 4.59.

- 6.3. Calculons E_1 : $I_e = 2 \text{ A} \Rightarrow E = 328 \text{ V}$ à 1200 tr/min $\Rightarrow k \cdot \phi = \frac{328}{1200} \text{ SI}$
 $\Rightarrow E_1 = \frac{328}{1200} \times 1000 \approx 273,3 \text{ V}$.

Une équation de maille nous donne : $E_2 = E_1 - 2 \times R_a \cdot I_a = 273,3 - 2 \times 0,3 \times 7,28 = 269 \text{ V}$.

3.6. EXERCICES ET PROBLÈMES SUR LA MACHINE À COURANT CONTINU 137

On aura donc : $N_2 = \frac{E_2}{k \cdot \phi} = \frac{269}{\frac{328}{1200}} = 984 \text{ tr/min.}$

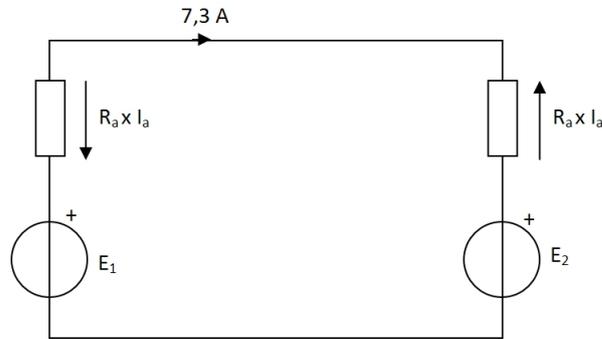


FIGURE 3.50 – Schéma équivalent pour la question 4.1 de l'exercice 3.6.4.

3.6.10 corrigé de l'exercice 3.6.5, page 131

1. Puissance utile fournie par le moteur : $P_u = M \cdot g \times v = 2 \cdot 10^3 \times 10 \times 1 = 20 \text{ kW.}$

Puissance absorbée par le moteur : $P_{abs} = \frac{P_u}{0,7} \approx 28,6 \text{ kW.}$

$$P_{abs} = U \cdot I_a \Rightarrow I_a = \frac{P_{abs}}{U} = \frac{28,6 \cdot 10^3}{1500} = 19 \text{ A}$$

2. La charge fournit une puissance : $P_u = 2 \cdot 10^3 \times 10 \times 1 = 20 \text{ kW.}$ La puissance électrique fournie par la machine est $0,7 \times P_u$, car on considère que le rendement est identique à la montée et à la descente. $P_e = 20 \cdot 10^3 \times 0,7 = 14 \text{ kW.}$ Cette puissance est dissipée dans la résistance de l'induit et dans la résistance X : $P_e = (R_a + X) \cdot I_a^2.$

Or, le couple étant identique à la montée et à la descente et l'excitation étant constante (aimants permanents) le courant dans l'induit ne change pas, on a en effet : $I_a = \frac{2\pi \times C_e}{k \cdot \phi}.$ Donc $I_a = \text{cte} = 19 \text{ A.}$

Il en résulte : $X = \frac{P_e}{I_a^2} - R_a = \frac{14 \cdot 10^3}{19^2} - 1,6 \approx 37,2 \Omega.$ Le moteur à courant continu à excitation indépendante et constante entraîné à couple constant est un *générateur idéal de courant*, cette remarque est la clé permettant de résoudre la suite de ce problème.

3. 3.1. La masse de deux tonnes n'a pas changé, pas plus que la gravité ou l'excitation de la machine. On peut donc en déduire, comme précédemment, que le courant débité vaut toujours 19 A.
- 3.2. La puissance mécanique fournie à la machine est convertie en pertes Joule dissipées dans la résistance de l'induit : $M \cdot g \times v \times \eta = R_a \cdot I_a^2 \Rightarrow v = \frac{R_a \cdot I_a^2}{M \cdot g \times \eta} = \frac{1,6 \times 19^2}{2000 \times 10 \times 0,7} = 0,041 \text{ m/s.}$

3.3. $E \cdot I_a = R_a \cdot I_a^2 \Rightarrow E = R_a \times I_a = 1,6 \times 19 = 30,4 \text{ V}$.

3.4. La puissance dissipée dans le rotor est égal à la puissance fournie par la charge au rendement près, elle même égale aux pertes Joule dans la résistance de l'induit : $M \cdot g \times v \times \eta = R_a \cdot I_a^2 = 1,6 \times 19^2 = 577 \text{ W}$.

C'est le court-circuit qui permet le freinage maximum. En effet, si l'on insérait une résistance très grande, à la limite infinie (circuit ouvert), le courant induit serait nul ainsi que les forces de Laplace de freinage. La charge tomberait alors en chute libre (aux frottements du dispositif près).

Chapitre 4

Machines synchrones

La machine synchrone est le plus souvent utilisée en générateur, on l'appelle alors *alternateur*. Les centrales de production d'énergie électrique sont équipées d'alternateurs triphasés. De l'alternateur de bicyclette délivrant seulement quelques watt à l'alternateur de centrale nucléaire fournissant 1,6 GW le principe de fonctionnement et les modélisations classiques sont relativement semblables.

Comme toutes les machines électriques tournantes, la machine synchrone est réversible et peut également fonctionner en moteur synchrone. Dans une première partie l'alternateur sera présenté de façon très simple. Les particularités du fonctionnement en moteur seront vues à la fin du chapitre.

4.1 Symboles

Les différents symboles utilisés pour représenter la machine synchrone, qu'elle fonctionne en moteur ou en génératrice (alternateur) sont donnés à la figure 4.1 page 140.

4.2 Construction - Principe

Quelque soit sa constitution et son nombre de pôles, une machine synchrone est constituée de deux circuits indépendants :

- **Le bobinage d'excitation** : il est constitué d'un bobinage enroulé sur le rotor et traversé par le courant continu « d'excitation » : I_e . C'est lui qui permet la création des pôles magnétiques dits « rotoriques » et l'instaura-

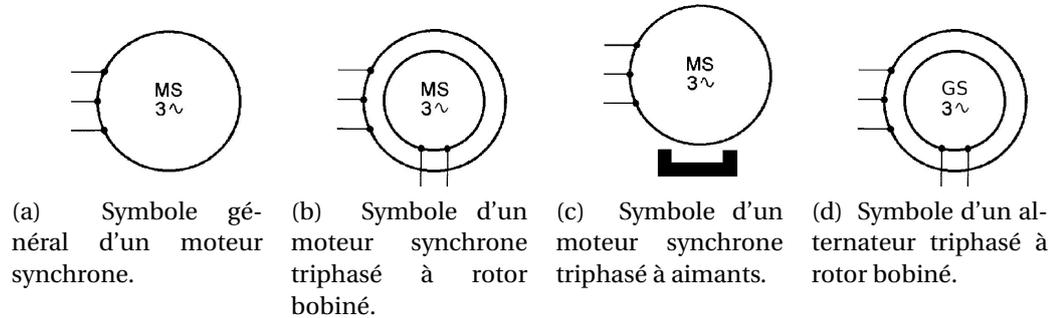


FIGURE 4.1 – Symboles de la machine synchrone.

tion d'un flux donné dans le circuit magnétique. Ce bobinage est parfois remplacé par des aimants permanents surtout dans le domaine des petites et moyennes puissances.

- **Le circuit d'induit** : il est constitué des trois bobinages triphasés, de constitution symétrique, pratiqué sur le stator de façon répartie, et par lesquels transite la puissance électrique de la machine.

Il est à noter que, si les enroulements statoriques sont fixes, celui de l'excitation est tournant.

4.2.1 Force électromotrice

Au chapitre 2 page 61 nous avons vu que l'on peut produire une tension sinusoïdale à l'aide d'un inducteur fixe et d'un induit mobile. Cette tension a pour valeur :

$$e = nN\phi \sin\theta_0 \cos\omega t$$

Cette tension est recueillie par des contacts glissants (bagues). Seul le déplacement relatif de l'induit par rapport à l'inducteur importe : on peut donc obtenir le même résultat en prenant un *induit fixe* et un *inducteur mobile*. la réalisation sera plus simple : seul le courant continu d'excitation de l'inducteur traversera des contacts glissants. L'induit pourra être plus complexe (induit triphasé) et parcouru par des courants plus élevés.

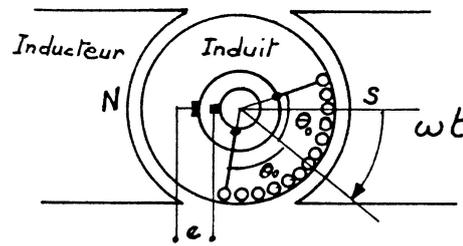


FIGURE 4.2 – Constitution d'une machine synchrone : induit tournant, inducteur fixe.

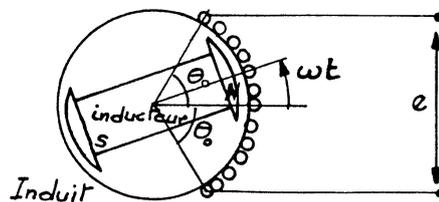


FIGURE 4.3 – Constitution d'une machine synchrone : induit fixe, inducteur tournant.

4.2.1.1 Exemple d'enroulement d'induit

On remarque que deux conducteurs de l'induit diamétralement opposés ont des forces électromotrices de même module, en opposition de phase. On réalisera donc un enroulement analogue à celui d'une dynamo à courant continu : la figure 4.4 montre un exemple pour 10 conducteurs.

On remarque que la f.é.m. est maximale quand les pôles sont perpendiculaires à l'axe de la bobine ainsi constituée.

NOTA : Le bobinage de l'inducteur ne présente aucune difficulté de principe : on dispose un certain nombre de spires autour des pôles du rotor. Cet inducteur sera alimenté en courant continu d'excitation par l'intermédiaire de deux bagues conductrices.

On peut utiliser un inducteur à pôles lisses (dont l'entrefer est constant) : les spires sont disposées dans des encoches comme le montre la figure 4.5, ou une machine à pôles saillants (dont l'entrefer est variables) comme le montre la figure 4.7.

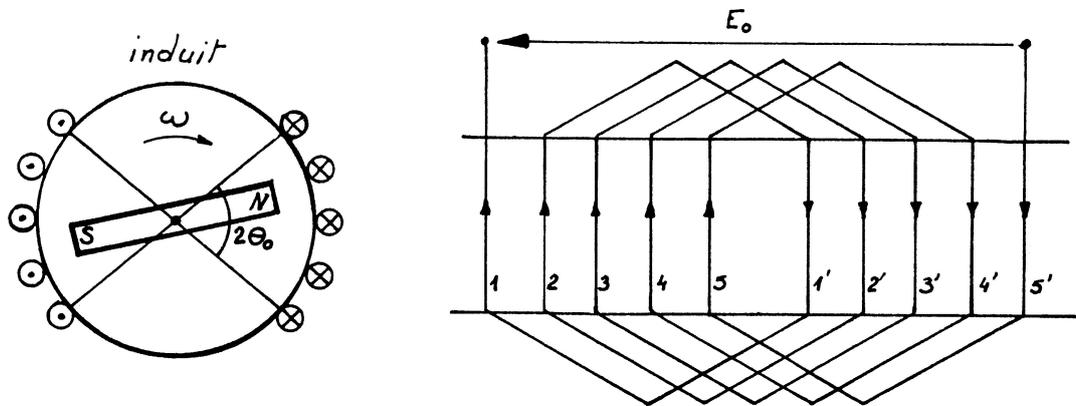


FIGURE 4.4 – Induit d'une machine synchrone à 10 conducteurs.

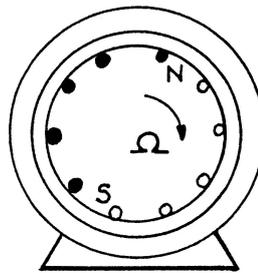


FIGURE 4.5 – Inducteur d'une machine synchrone à pôles lisses.

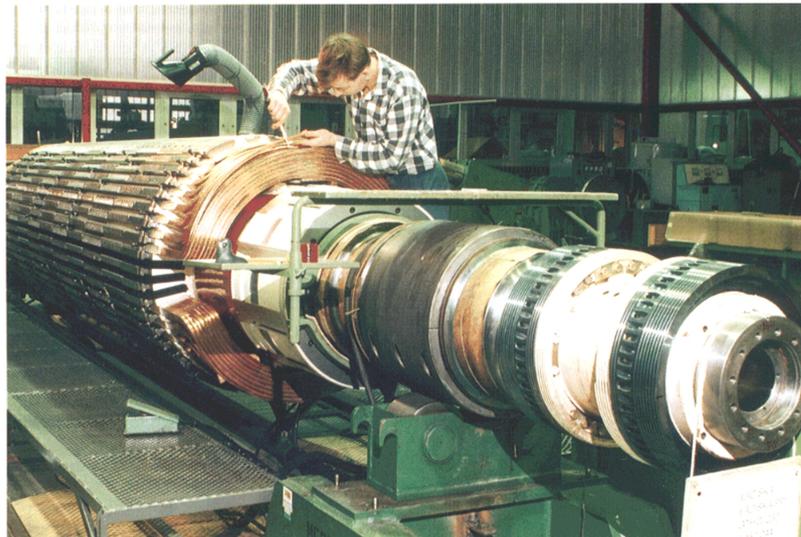


FIGURE 4.6 – rotor d'une machine synchrone à pôles lisses.

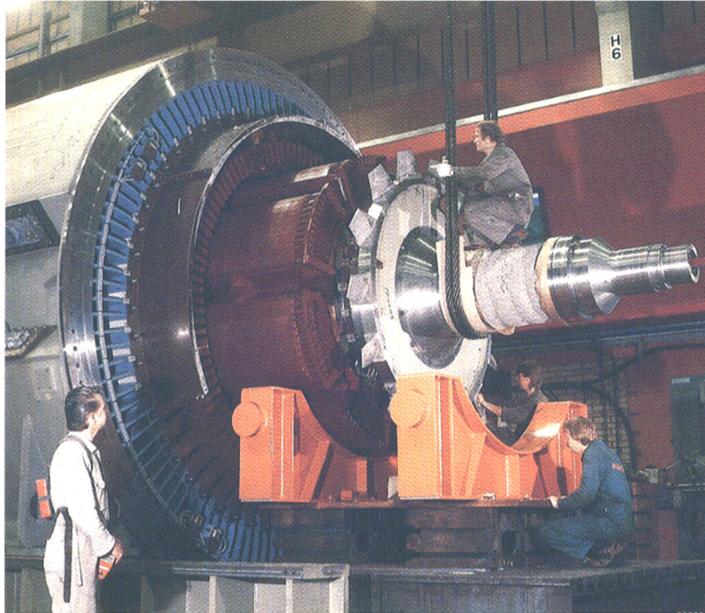


FIGURE 4.7 – rotor d'une machine synchrone à pôles saillants.

4.2.1.2 f.é.m.

Soit n_1 le nombre total de conducteurs mis en série (il est différent du nombre total n de conducteurs disposés sur l'induit) (dans l'exemple de la figure 4.4 $n_1 = 10$), on a :

$$n_1 = n \frac{4\theta_0}{2\pi} \text{ soit } n = \frac{\pi}{2\theta_0} n_1$$

La force électromotrice obtenue est d'autre part doublée par l'utilisation des conducteurs diamétralement opposés, soit finalement, en notant N_S la vitesse de rotation :

$$e = \frac{\pi n_1}{2\theta_0} \times 2 \times N_S \phi \sin \theta_0 \cos \omega t$$

$$e = \frac{\pi \sin \theta_0}{\theta_0} N_S n_1 \phi \cos \omega t$$

Cas général : alternateur à $2p$ pôles L'inducteur comporte $2p$ pôles, et l'induit comporte p fois le bobinage précédent : par exemple $p = 2$; $n_1 = 20$, voir la figure 4.8.

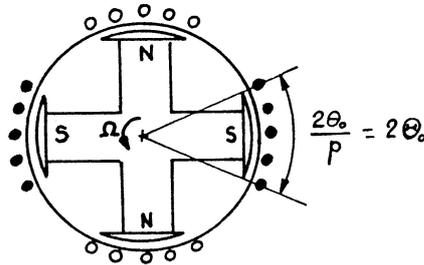


FIGURE 4.8 – Exemple de bobinage d'une machine synchrone à 2 paires de pôles et 20 conducteurs sur l'induit.

Cette machine est équivalente à une machine bipolaire pour laquelle : $\begin{cases} \omega = p\Omega_S \\ \theta = p\Theta \end{cases}$
 et comportant le même nombre n_1 de conducteurs. N_S devenant pN_S , la force électromotrice s'écrit donc :

$$e = \frac{\pi \sin \theta_0}{\theta_0} \times n_1 \times p \times N_S \times \phi \times \cos \omega t$$

avec $\theta_0 = p\Theta_0$

Sa valeur efficace E est telle que :

$$E = \left(\frac{\pi \sin \theta_0}{\sqrt{2}\theta_0} \right) \times n_1 \times p \times N_S \times \phi(I_e)$$

Le facteur entre parenthèses, appelé coefficient de Kapp, tient compte en particulier de la répartition des conducteurs à la périphérie du stator et donc des déphasages existant entre les f.é.m. qui y sont induites.

En introduisant un coefficient k lié à la construction, on aura finalement :

$$E = kN_S\phi(I_e)$$

avec : $e = E\sqrt{2}\cos \omega t$

$$\omega = p\Omega \text{ ou } f = pN_S$$

Cette dernière formule qui relie la fréquence, le nombre de pôles et la vitesse de rotation, est identique à la formule de Ferraris sur les inductions tournantes.

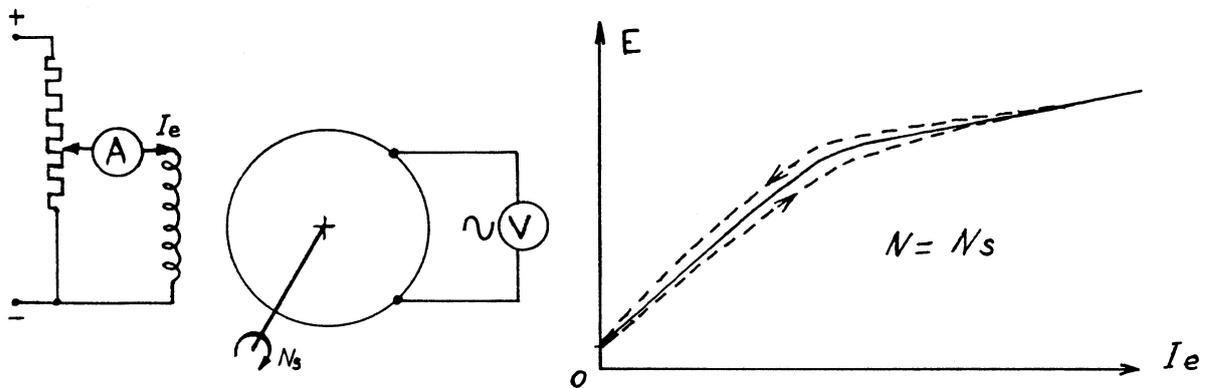


FIGURE 4.9 – Caractéristique à vide d'une machine synchrone.

4.2.1.3 Caractéristique à vide

La f.é.m. est proportionnelle à la vitesse de rotation et au flux magnétique. La fréquence étant en général imposée, on devra entraîner l'alternateur à vitesse constante N_s .

On relève expérimentalement la f.é.m. E en faisant varier le courant continu d'excitation I_e et on trace la caractéristique à vide, qui, à un facteur près, est la courbe d'aimantation du circuit magnétique comme le montre la figure 4.9.

4.2.1.4 Alternateur triphasé

Le coefficient de Kapp est maximal pour $\theta_0 = 0$ (et vaut 2,22) ; il décroît si θ_0 augmente et ne vaut plus que 1,41 pour $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$. Comme les conducteurs, tous en série, ont les mêmes pertes Joule il est donc peu rentable de disposer les conducteurs sur toute la périphérie de l'induit. On peut prendre : $2\theta_0 = \frac{2\pi}{6}$. Le facteur de Kapp vaut encore 2,12 et la bobine ainsi constituée n'occupe que le tiers de l'induit.

On peut alors disposer deux autres enroulements identiques, électriquement indépendants comme le montre la figure 4.10.

Ces enroulements présenteront des f.é.m. de même valeur E , de même pulsation ω , mais déphasées de $\frac{2\pi}{3}$ en raison de leur disposition dans le stator :

$$\begin{cases} e_1 = E\sqrt{2} \cos(\omega t) \\ e_2 = E\sqrt{2} \left(\cos \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_3 = E\sqrt{2} \left(\cos \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

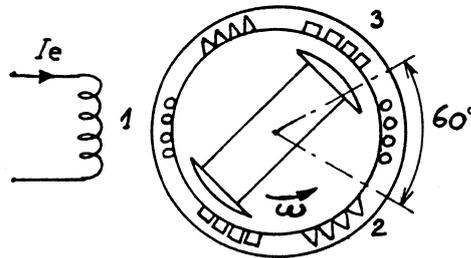


FIGURE 4.10 – Alternateur triphasé : répartition des trois enroulements de l'induit.

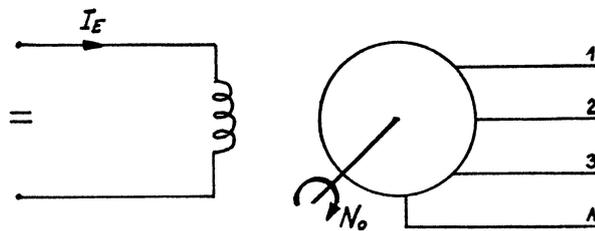


FIGURE 4.11 – Alternateur triphasé : schéma de principe.

On pourra ensuite coupler en étoile ou en triangle les trois enroulements. Tout le stator est utilisé. Dans la suite du cours, nous n'étudierons que des alternateurs triphasés en rapportant les grandeurs à une phase (en ramenant le montage en étoile si nécessaire par la transformation de Kennelly). Le schéma de principe d'un tel alternateur est donné à la figure 4.11.

4.2.1.5 Excitation de la machine synchrone

L'inducteur doit être alimenté en tension continue. on peut utiliser :

- Une génératrice à courant continu auto-excitée.
- Un petit alternateur dont on redresse la tension. On peut dans ce cas se passer de balais : l'alternateur d'excitation est à induit tournant ; sa tension, redressée par des diodes, excite l'inducteur tournant de l'alternateur principal comme le montre la figure 4.12. Le courant i_e est fourni par un régulateur électronique chargé de maintenir la tension de sortie constante, l'alternateur d'excitation sert en outre d'amplificateur de puissance.
- Des redresseurs, commandés ou non, utilisant une tension alternative. Dans le cas d'un fonctionnement en alternateur, on peut utiliser la tension alternative produite ; on obtient un montage auto-excité qui obéit

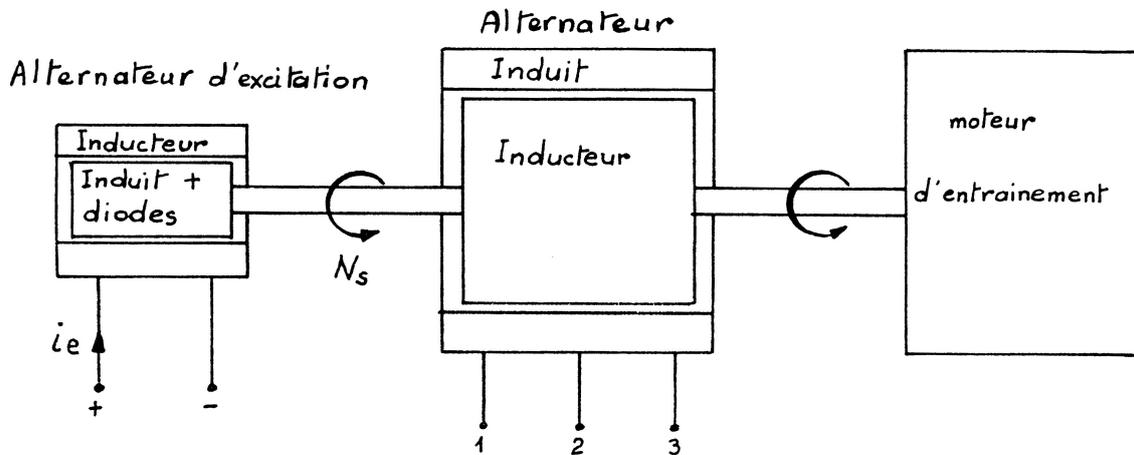


FIGURE 4.12 – Schéma de principe d'un alternateur triphasé sans bagues ni balais.

aux mêmes conditions d'amorçage que les génératrices à courant continu (présence de flux rémanent en particulier).

4.2.2 Fonctionnement en charge

Lorsque des courants triphasés équilibrés parcourent l'induit, ils engendrent (théorème de Ferraris) une induction tournante à p paires de pôles, dont la vitesse N_S est égale à celle du rotor.

On aura donc simultanément dans une machine synchrone deux inductions tournantes, à la vitesse N_S :

- l'induction B_R créée par l'inducteur tournant ;
- l'induction B_S engendrée par le stator.

Le décalage angulaire entre ces deux inductions dépend du déphasage entre la f.é.m. induite E et le courant d'induit I dans une phase.

Si E et I sont déphasés de Ψ , le décalage, en angle électrique, de B_R et B_S est $(\frac{\pi}{2} + \Psi)$.

En effet, nous avons vu que l'induction B_S était dans l'axe d'une bobine quand le courant y était maximum alors que la f.é.m. était maximale quand l'induction B_R était normale à l'axe (voir la figure 4.16).

Si la machine n'est pas saturée, on peut superposer les effets des deux inducteurs et l'étude est particulièrement simple : c'est la méthode de Behn-

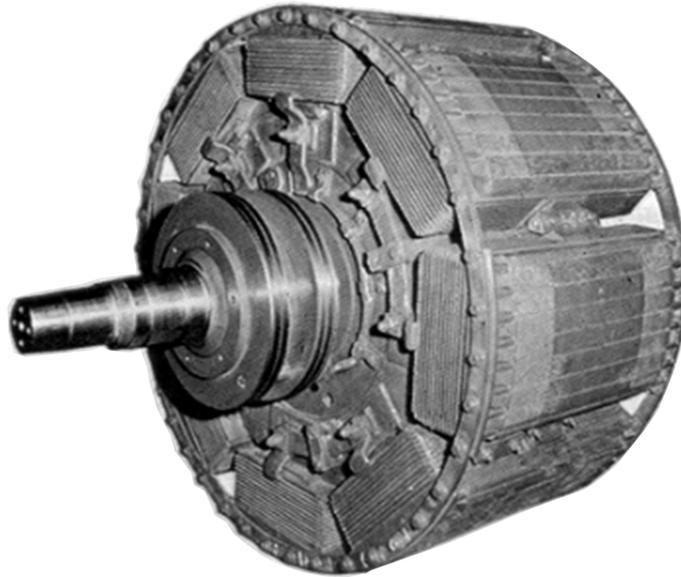


FIGURE 4.13 – rotor d'un moteur de locomotive BB 15055 de puissance 5,6 MW, on distingue les bagues permettant l'injection du courant continu.

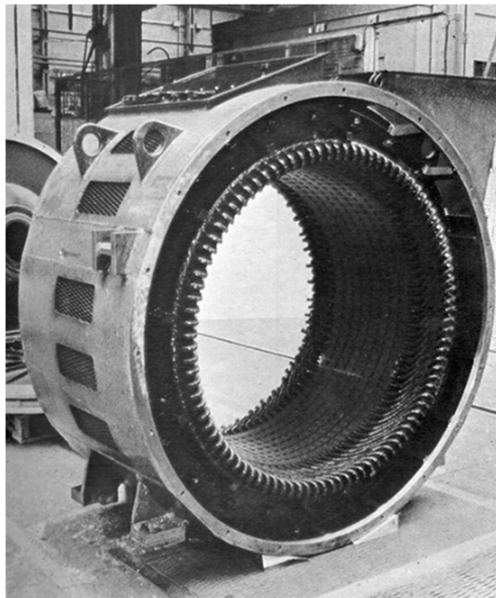


FIGURE 4.14 – stator d'un moteur de locomotive BB 15055 de puissance 5,6 MW.

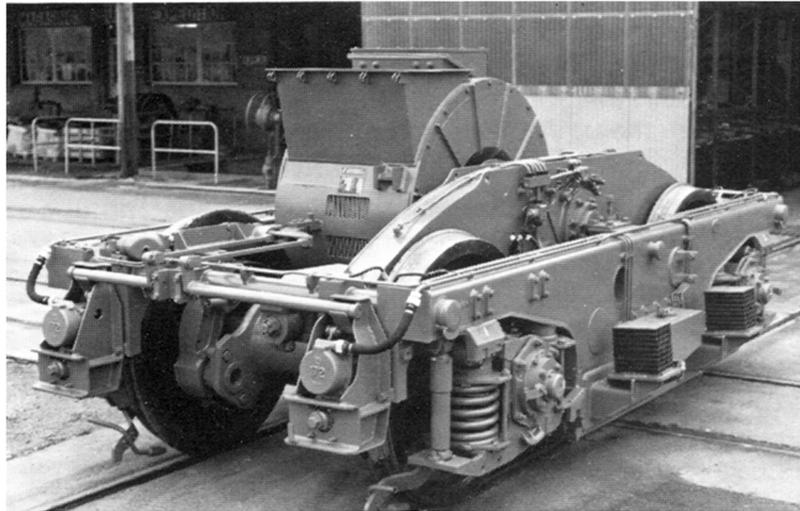


FIGURE 4.15 – moteur monté sur un bogie d'une locomotive BB 15055.

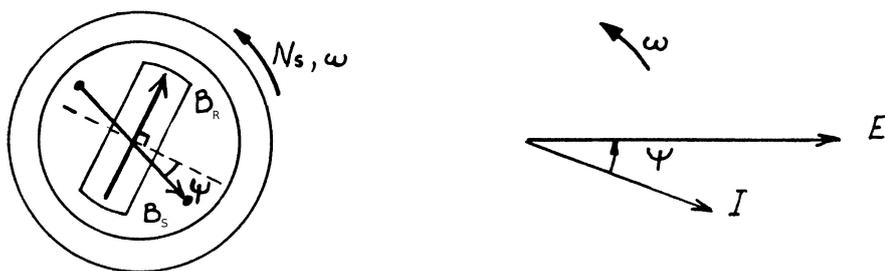


FIGURE 4.16 – Décalage des inductions statorique et rotorique.

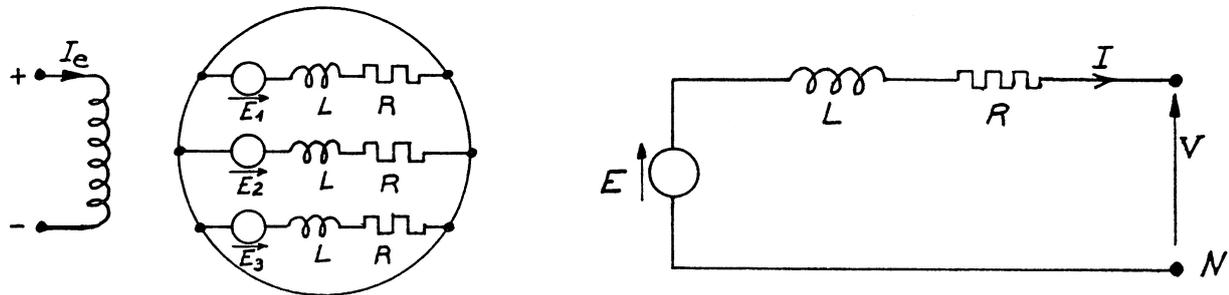


FIGURE 4.17 – Schéma équivalent de la machine synchrone.

Eschenburg¹ qui permet de définir le schéma équivalent et le couple.

4.2.2.1 Schéma équivalent

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, la création de l'induction B_S correspond à l'existence d'une inductance synchrone L par phase de l'induit.

D'autre part, chaque enroulement présente une résistance R . Le schéma équivalent est donc celui de la figure 4.17.

On aura, par phase, en supposant un courant débité I , avec un déphasage $\varphi = (\vec{V}, \vec{I})$:

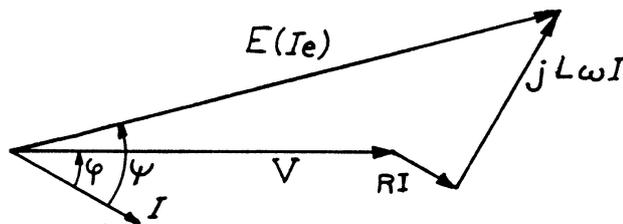


FIGURE 4.18 – Diagramme de Behn-Eschenburg de la machine synchrone.

$\underline{E}(I_e) = \underline{V} + R\underline{I} + jL\omega\underline{I}$: c'est l'équation de maille qui donne le diagramme de

1. Hans Behn-Eschenburg est né le 10 janvier 1864 à Obertrass (aujourd'hui Zurich), il meurt le 18 mai 1938 à Küsnacht. Il fait des études de mathématiques et de physique à Zurich et Berlin entre 1886 et 1890. Behn-Eschenburg travaille dès 1892 à la fabrique de machines Oerlikon, où il devient chef électricien (1897-1911), directeur (1911-1913), directeur technique général (1913-1928) et conseiller d'administration (1919-1938). Il se distingue dans la construction des moteurs monophasés à collecteur pour la traction. Il a donné son nom au diagramme à une réactance de la machine synchrone.

Behn-Eschenburg qui ressemble à celui de Kapp pour le transformateur. Mais ici, en raison de l'entrefer, nous aurons : $R \ll L\omega$.

Méthode de Potier Lorsque l'alternateur est saturé, on ne peut plus, en toute rigueur, utiliser la méthode précédente. Il faut composer les forces magnétomotrices tournantes dues à l'inducteur, au rotor, ξ_R , et à l'induit, au stator, ξ_S , déphasées, elles aussi, de $\frac{\pi}{2} + \Psi$.

On en déduit la force magnétomotrice résultante ξ_r qui, compte tenu de la caractéristique d'aimantation, conduit au flux et à la f.é.m. résultante E_r :

$$\underline{\xi_r} = \underline{\xi_R} + \underline{\xi_S}$$

En divisant cette expression par le nombre de spires de l'inducteur à courant continu, on fait apparaître :

- $I_e = \frac{\xi_R}{n}$ courant inducteur (continu) ;
- $I_{er} = \frac{\xi_r}{n}$ courant inducteur résultant de l'inducteur et de l'induit ;
- $\alpha I = \frac{\xi_S}{n}$ courant continu équivalent à l'induit.

$I_{er} = I_e + \alpha I$ avec α paramètre fixe.

La f.é.m. en charge E_r est donnée par la caractéristique à vide, pour la valeur I_{er} du courant d'excitation. L'induit présente en outre une inductance de fuites favorisée par l'entrefer, λ , constante.

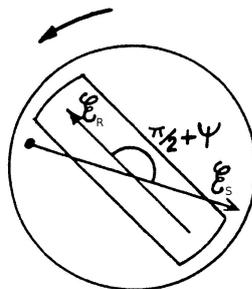


FIGURE 4.19 – Forces magnétomotrices pour l'établissement du diagramme de Potier de la machine synchrone.

Partant de V, I, φ , on construit E_r . On lit I_{er} sur la caractéristique à vide et on le porte avec 90° d'avance sur E_r (décalage des f.é.m. déjà étudié). On construit (αI) en phase avec I et on obtient I_e .

On peut compléter le diagramme en plaçant E , en retard de 90° sur I_e , ce qui fait apparaître l'angle Ψ .

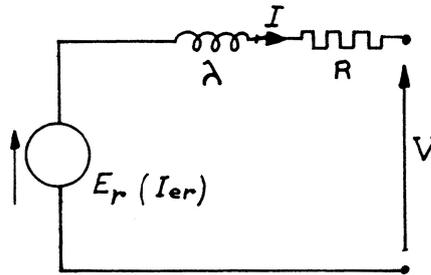


FIGURE 4.20 – Modèle de Potier de la machine synchrone.

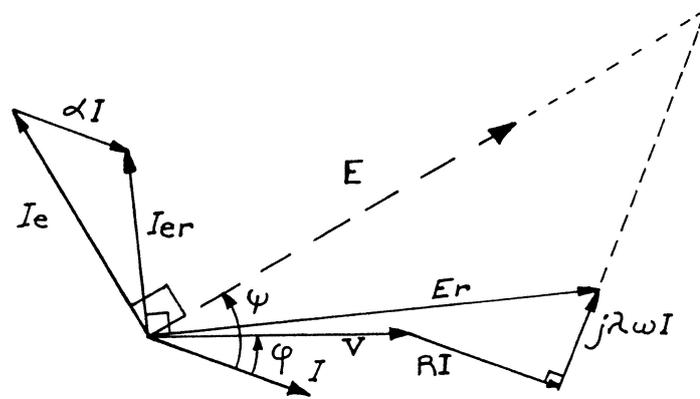


FIGURE 4.21 – Diagramme de Potier de la machine synchrone.

La méthode de Potier, plus rigoureuse quand les machines sont saturées, conduit à des calculs plus longs et plus difficiles à exploiter.

Dans le cadre de ce cours, nous en resterons à la méthode de Behn-Eschenburg. On notera que l'inductance de fuites λ est incluse dans l'inductance synchrone L .

4.2.2.2 Détermination des éléments du schéma équivalent

La f.é.m. $E(I_e)$ est connue par la caractéristique à vide. On mesure, en courant continu, la résistance R de chaque enroulement. On pourrait mesurer directement L ou $L\omega$ (mesure d'impédance) mais on préfère utiliser les méthodes suivantes :

Essai en court-circuit sous excitation réduite On mesure I_e et I_{cc} . On peut tracer la caractéristique $I_{cc}(I_e)$.

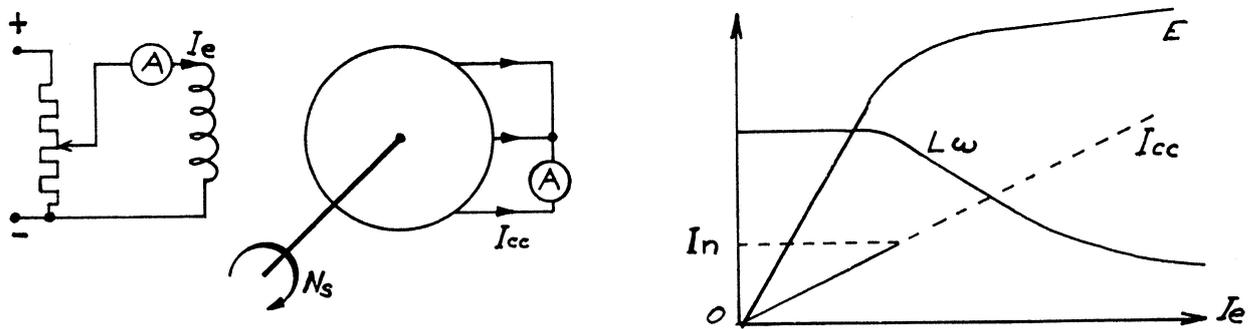


FIGURE 4.22 – Essai en court-circuit de la machine synchrone.

Le flux résultant étant très faible, la machine n'est pas saturée et la caractéristique en court-circuit est rectiligne. On obtient ainsi l'impédance interne d'une phase de l'alternateur :

$$|R + jL\omega| = \frac{E(I_e)}{I_{cc}(I_e)} \text{ puisque } V = 0; \underline{E} = (R + jL\omega) \underline{I}_{cc}$$

On en déduit $L\omega$. Par ce calcul, on voit que $L\omega$ est constant tant qu'il n'y a pas saturation (machine linéaire).

NOTA : On vient en fait d'appliquer le théorème de Thévenin à un générateur triphasé linéaire.

Essai sur inductance On fait débiter la machine sur des inductances pures. Le diagramme devient alors celui de la figure 4.24.

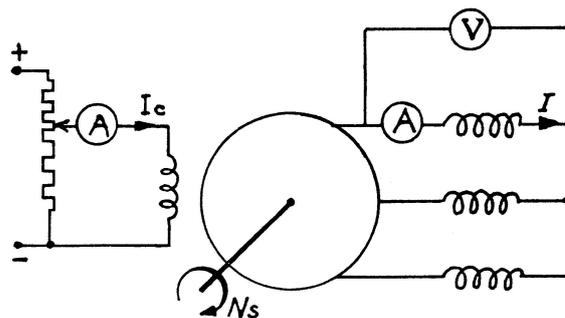


FIGURE 4.23 – Essai de la machine synchrone : débit sur des inductances pures.

Compte tenu des ordres de grandeur, on a : $L\omega I \simeq E - V$

On mesure donc $V(I_e)$ et par comparaison avec la courbe à vide, on a $(L\omega I)$ et $(L\omega)$. Cette méthode, plus coûteuse, car il faut des inductances importantes, donne de meilleurs résultats car $L\omega$ est mesuré dans des conditions de flux

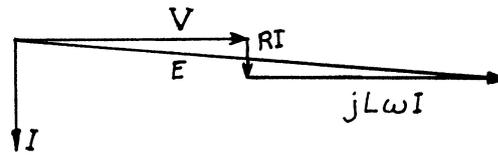


FIGURE 4.24 – Débit sur des inductances pures : diagramme de Kapp.

plus normales qu'en court-circuit. Cela revient, en fait, à tenir compte implicitement de la non linéarité en mesurant $L\omega$ au voisinage des conditions normales de fonctionnement (proches de la saturation). $L\omega$ est alors un paramètre, fonction de I_e , défini autour d'un point moyen, un peu comme les paramètres dynamiques en électronique (résistance d'une diode).

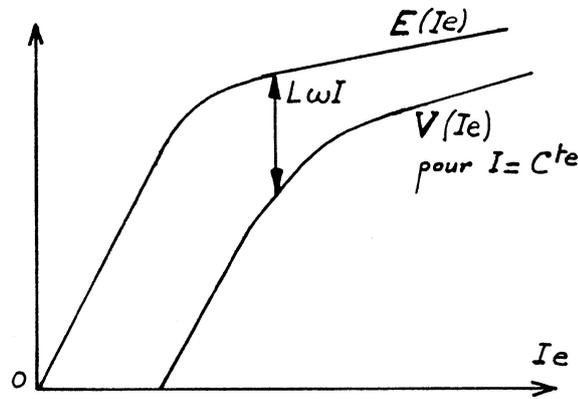


FIGURE 4.25 – Essai de la machine synchrone : débit sur des inductances pures.

4.2.2.3 Couple électromagnétique

L'interaction entre B_R et B_S engendre un couple électromagnétique C_e . Il est facile de calculer son expression à partir du schéma équivalent.

Si la machine fournit les courants triphasés I , sous les tensions simples V , avec un déphasage φ , on aura :

$$\text{Puissance électrique fournie : } P = 3VI \cos \varphi.$$

$$\text{Pertes Joule dans l'induit : } P_J = 3RI^2.$$

La somme de ces deux puissances provient du moteur d'entraînement qui fournit en outre les pertes mécaniques p_m : $P_{\text{méca fournie}} = P + P_J + p_m$.

La puissance électromagnétique P_e , correspondant au couple électromagnétique C_e s'écrit :

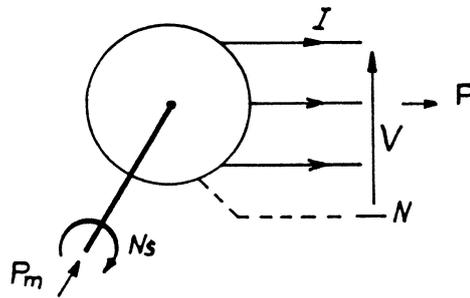


FIGURE 4.26 – Grandeurs servant au calcul du couple électromagnétique de la machine synchrone.

$$P_e = P + P_J = P_{\text{méca fournie}} - p_m = C_e \Omega_s$$

On obtient ainsi une expression précise du couple, mais peu utilisable pour un raisonnement général. Si on néglige les pertes (ce qui suppose un rendement égal à un), on aura :

$$P_e = C_e \Omega \simeq 3VI \cos \varphi$$

Dans cette hypothèse, le diagramme de Behn-Eschenburg se simplifie (RI est négligeable) comme on le voit sur la figure 4.27 :

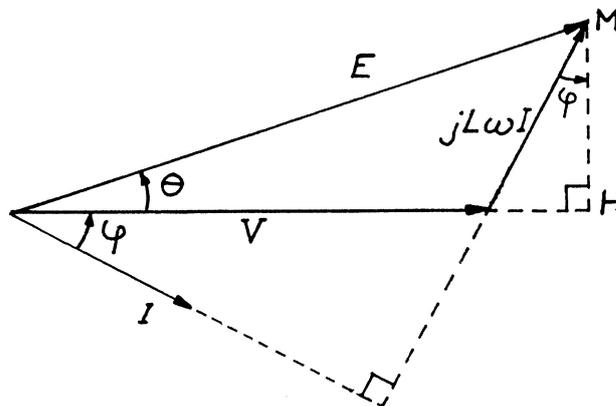


FIGURE 4.27 – Diagramme de Behn-Eschenburg simplifié pour le calcul du couple électromagnétique de la machine synchrone.

Or :

$$HM = L\omega I \cdot \cos \varphi = E \sin \theta$$

D'où :

$$P_e \simeq \frac{3V}{L\omega} \times \overline{HM}$$

et le couple peut s'écrire :

$$C_e = \frac{3V}{L\omega\Omega_s} \times \overline{HM}$$

Ou, enfin, compte tenu de $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$:

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega_s} \simeq \left(\frac{3p}{L\omega^2} \right) VE \sin\theta$$

Compte tenu des conventions de signes utilisées, il s'agit ici d'un couple *résistant* (opposé à N_s) que le moteur d'entraînement doit vaincre. Si θ se trouve être négatif, C_e est alors négatif et donc moteur.

4.3 Alternateur autonome

La machine synchrone, entraînée à N_s par un moteur (thermique en général), alimente un récepteur triphasé de facteur de puissance $\cos\varphi$. Si on veut assurer une tension U imposée, pour un débit I et un déphasage φ , on construit le diagramme de Behn-Eschenburg qui donne la f.é.m. E nécessaire et par suite le courant d'excitation I_e .

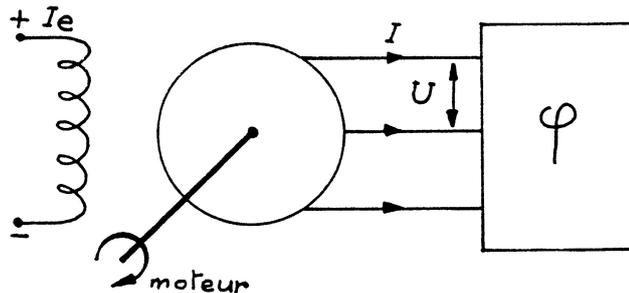


FIGURE 4.28 – Alternateur autonome.

Inversement, si I_e , donc E , est fixé, on peut calculer, par ce diagramme, la tension obtenue pour un débit I et un $\cos\varphi$ donnés :

$$\underline{E} = \underline{V} + R\underline{I} + jL\omega\underline{I}$$

On construit $R\underline{I}$ et $jL\omega\underline{I}$. On connaît φ et donc la direction de V : on connaît $|\underline{E}|$. On en déduit la solution graphique de la figure 4.29.

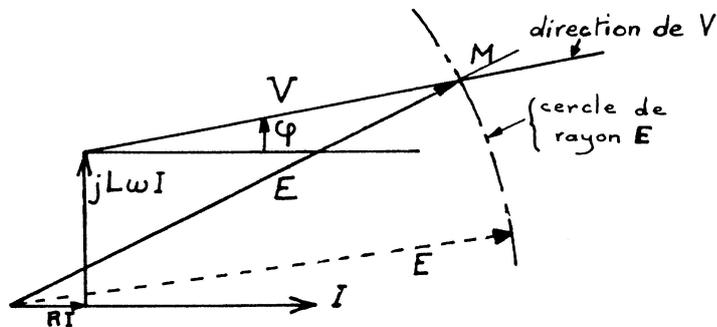


FIGURE 4.29 – Alternateur autonome : diagramme de Behn-Eschenburg pour le calcul de E .

Ces deux types d'études conduisent aux courbes suivantes :

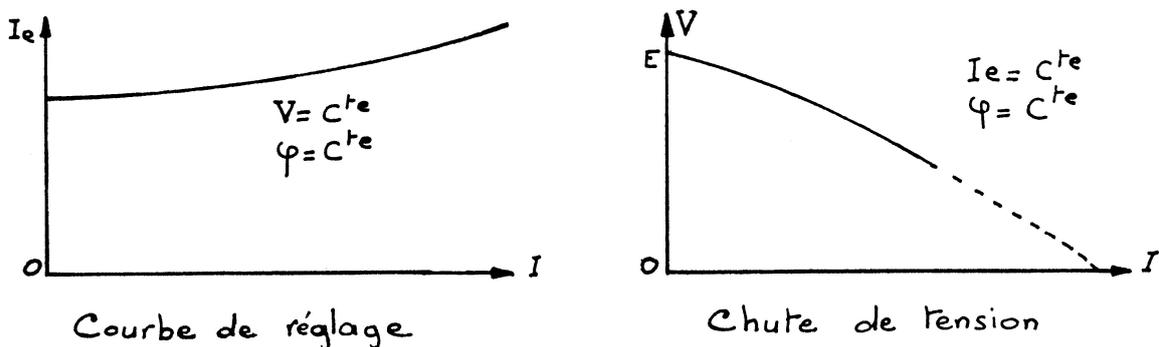


FIGURE 4.30 – Courbe de réglage et de la chute de tension de la machine synchrone en alternateur autonome.

4.3.1 Machine synchrone couplée au réseau

On couple une machine synchrone à un réseau triphasé afin, soit :

- de fournir une puissance supplémentaire à ce réseau : la machine synchrone se comporte alors en *alternateur* ;
- de produire de la puissance mécanique : la machine synchrone se comporte alors en *moteur synchrone*.

Ces fonctionnements sont parfaitement réversibles et nécessitent tous deux les mêmes opérations de *couplage*.

4.3.1.1 Couplage

On ne peut brancher directement le stator d'une machine synchrone sur un réseau : les courants seraient trop intenses (limités seulement par l'impédance interne $R + jL\omega$) et si la vitesse du rotor diffère de N_s , il ne pourrait y avoir de couple : les inductions B_R et B_S tournant à des vitesses différentes, le couple produit serait oscillatoire et de valeur moyenne nulle.

Pour réaliser un couplage optimal d'une machine synchrone, il faut :

- l'entraîner à une vitesse N proche de N_s par un moteur auxiliaire ;
- l'exciter pour produire des f.é.m. égales aux tensions du réseau ;
- coupler quand les f.é.m. et les tensions correspondantes du réseau sont en phase.

Il ne circule alors aucun courant dans l'induit. Le montage pratique est celui de la figure 4.31.

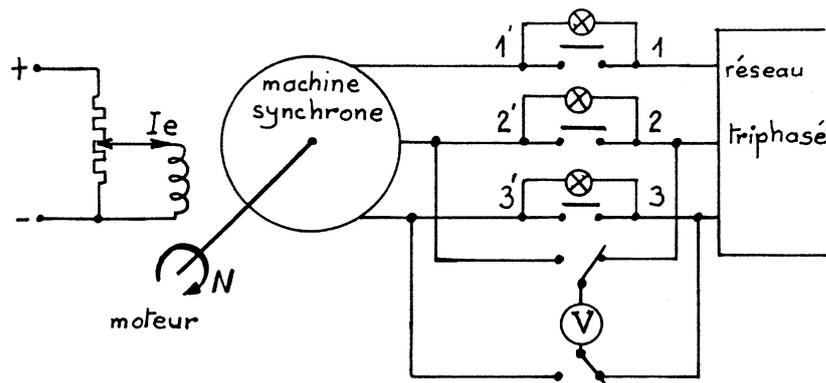


FIGURE 4.31 – Couplage d'une machine synchrone sur un réseau : montage pratique.

Pour vérifier :

- la vitesse : $N = N_s$;
- l'ordre de succession des phases (1, 2, 3 pour le réseau et 1', 2', 3' pour la machine synchrone) ;
- l'égalité des phases : $\arg \underline{E} = \arg \underline{V}$

On utilise des lampes de couplage qui sont placées en parallèle sur le disjoncteur de couplage. Ces lampes sont alimentées sous les tensions : $\underline{U}' = \underline{V} - \underline{E}$ comme le montre la figure 4.32.

En agissant sur I_e , on règle l'égalité $|E| = |V|$ à l'aide du voltmètre.

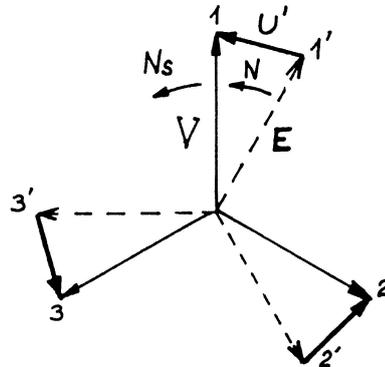


FIGURE 4.32 – Tensions du réseau et de la machine synchrone pendant le couplage.

Comme N est différent de N_s , les trois tensions U' varient à la fréquence $|N_s - N|$.

Si l'ordre des phases est correct les trois tensions U' varient simultanément et les trois lampes s'allument ou s'éteignent ensemble.

NOTA : Si l'ordre des phases est incorrect, on vérifiera que les lampes s'éteignent puis s'allument successivement : il faut alors intervertir deux phases.

On ajuste la vitesse N en agissant sur le régulateur du moteur d'entraînement (+ vite - vite) afin que l'éclat des lampes varie lentement et *on couple à l'extinction des lampes*. On a alors $\underline{E} = \underline{V}$.

NOTA : On peut utiliser un synchronoscope dont l'aiguille tourne à une vitesse égale à $|N_s - N|$ et passe par zéro quand \underline{V} et \underline{E} sont en phase.

4.3.1.2 Effet du couple appliqué à la machine synchrone

A l'issue du couplage, le courant est nul et si on néglige les pertes, le couple mécanique C_m fourni par le moteur d'entraînement est lui aussi négligeable. On a donc, pour une phase, le diagramme de la figure 4.33 où $\underline{V} = \underline{E}$.

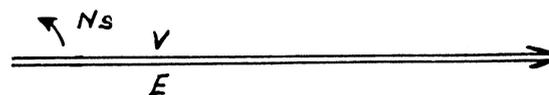


FIGURE 4.33 – Diagramme de Behn-Eschenburg de la machine synchrone juste après le couplage.

Si on augmente le couple C_m fourni par le moteur, le rotor accélère et les

f.é.m. se décalent en avance par rapport aux tensions V . Il apparaît alors des courants triphasés I tels que : $\underline{E} = \underline{V} + jL\omega I$ (en négligeant RI). Le diagramme est alors celui de la figure 4.34 et montre que la machine synchrone oppose alors un couple électromagnétique résistant C_e , proportionnel à $\sin\theta$. L'équilibre dynamique est atteint pour un angle θ tel que : $C_e = C_m$. θ devient fixe et on a alors : $N = N_s$. Le rotor tourne exactement à la vitesse du champ tournant. La puissance fournie par le moteur est transmise au réseau : la machine synchrone fonctionne en *alternateur*.

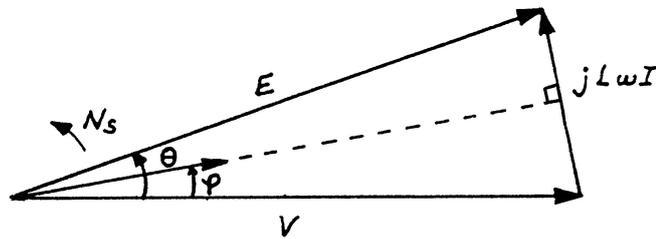


FIGURE 4.34 – Diagramme de Behn-Eschenburg de la machine synchrone : après le couplage et une augmentation du couple moteur.

Si le couple appliqué est négatif, c'est à dire si on remplace le moteur par une charge mécanique, le rotor ralentit et les f.é.m. se décalent en arrière. On obtient un fonctionnement symétrique : le couple de la machine synchrone change de signe, comme θ , et devient moteur. A l'équilibre on a : $C_e = C_m$ et $N = N_s$.

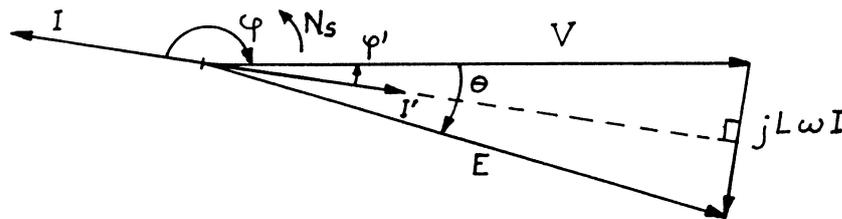


FIGURE 4.35 – Diagramme de Behn-Eschenburg de la machine synchrone en fonctionnement moteur.

La puissance reçue par la charge provient du réseau : la machine synchrone fonctionne en *moteur synchrone*.

Avec les conventions utilisées (I fourni), on voit que $\cos\varphi$ est négatif (puissance « fournie » négative). Il sera plus commode de considérer les courants absorbés I' par le moteur synchrone :

$$\underline{I}' = -\underline{I}$$

et de parler de la puissance *absorbée* : $P = 3VI' \cos \varphi$.

Le fonctionnement alternateur ou moteur dépend uniquement du sens du couple mécanique appliqué. En régime établi, la vitesse de rotation est égale à celle des inductions tournantes : $N = N_S$.

Le couple électromagnétique tend à maintenir le rotor à la vitesse des champs tournants : on l'appelle *couple synchronisant*.

REMARQUES :

- Les couples applicables sont limités car θ est solution de :

$$C_m = C_e = \left(\frac{3p}{L\omega^2} \right) VE \sin \theta$$

Ici, V et E ont même module et il n'y aura de solution que si : $|C_m| < \left(\frac{3p}{L\omega^2} \right) V^2$. Si C_m sort de ces limites, le couple délivré par la machine synchrone ne peut plus retenir le rotor : il y a *décrochage* du rotor. Les courants deviennent très intenses et comme N et N_S sont devenus très différents, il n'y a plus qu'un couple électromagnétique alternatif, nul en moyenne. Cet incident brutal et dangereux doit donc être évité.

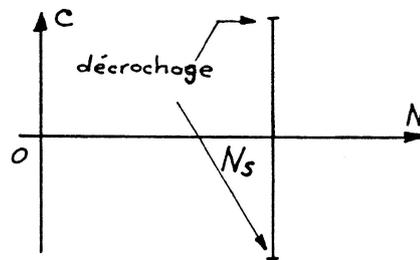


FIGURE 4.36 – Caractéristique mécanique de la machine synchrone, limites de décrochage.

- La vitesse du rotor est constante en régime établi, mais, lors de l'application d'un couple C_m , comme le rotor se *décale* d'un angle θ , sa vitesse instantanée doit fluctuer avant de reprendre la valeur N_S . On obtient en général une oscillation amortie de la vitesse :
- L'utilisation en moteur synchrone suppose l'emploi d'un moteur auxiliaire de petite puissance permettant le démarrage et le couplage à puissance nulle. Les dispositifs d'électronique de puissance permettent désormais de démarrer en alimentant le stator par des tensions de fréquence très faible.

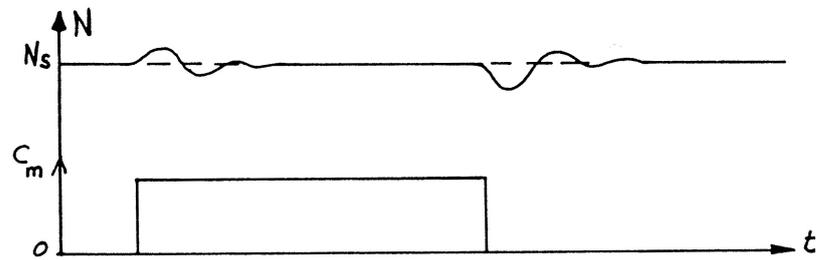


FIGURE 4.37 – Oscillation de vitesse lors de l'application brutale d'un couple résistant.

4.3.2 Diagramme de Blondel

4.3.2.1 Diagramme de Blondel

On suppose que le réseau est à tension V et fréquence constante. Pour étudier l'influence du couple et du courant d'excitation de la machine synchrone on utilise le diagramme de Behn-Eschenburg dans lequel le vecteur V est invariant. Pour simplifier l'étude, on négligera les pertes Joule : $RI \ll L\omega I$.

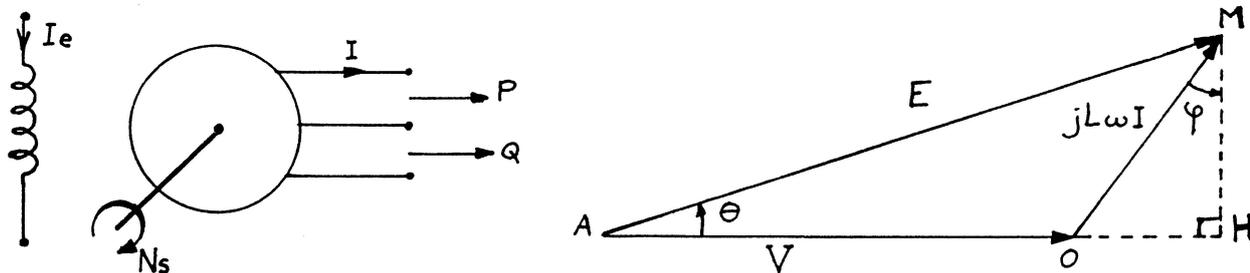


FIGURE 4.38 – Diagramme de Blondel de la machine synchrone.

Au paragraphe 4.2.2.3, nous avons vu que \overline{HM} est proportionnel à la puissance électrique fournie ($P \simeq P_e$) et au couple électromagnétique C_e , si V est constant.

$$\text{On a de même : } \overline{OH} = L\omega I \cdot \sin \varphi = L\omega \cdot \frac{Q}{3V}.$$

\overline{OH} et \overline{HM} mesurent les puissances active et réactive fournie au réseau : on peut donc lire directement ces puissances en mesurant les projections de \overline{OM} sur deux axes orthogonaux gradués en puissances actives et réactives avec :

$$P = \frac{3V}{L\omega} \times \overline{HM} = C_e \Omega_S$$

$$Q = \frac{3V}{L\omega} \times \overline{OM}$$

On lit directement l'angle φ : $\varphi = (OP; OM)$. Enfin OM est proportionnel au courant I .

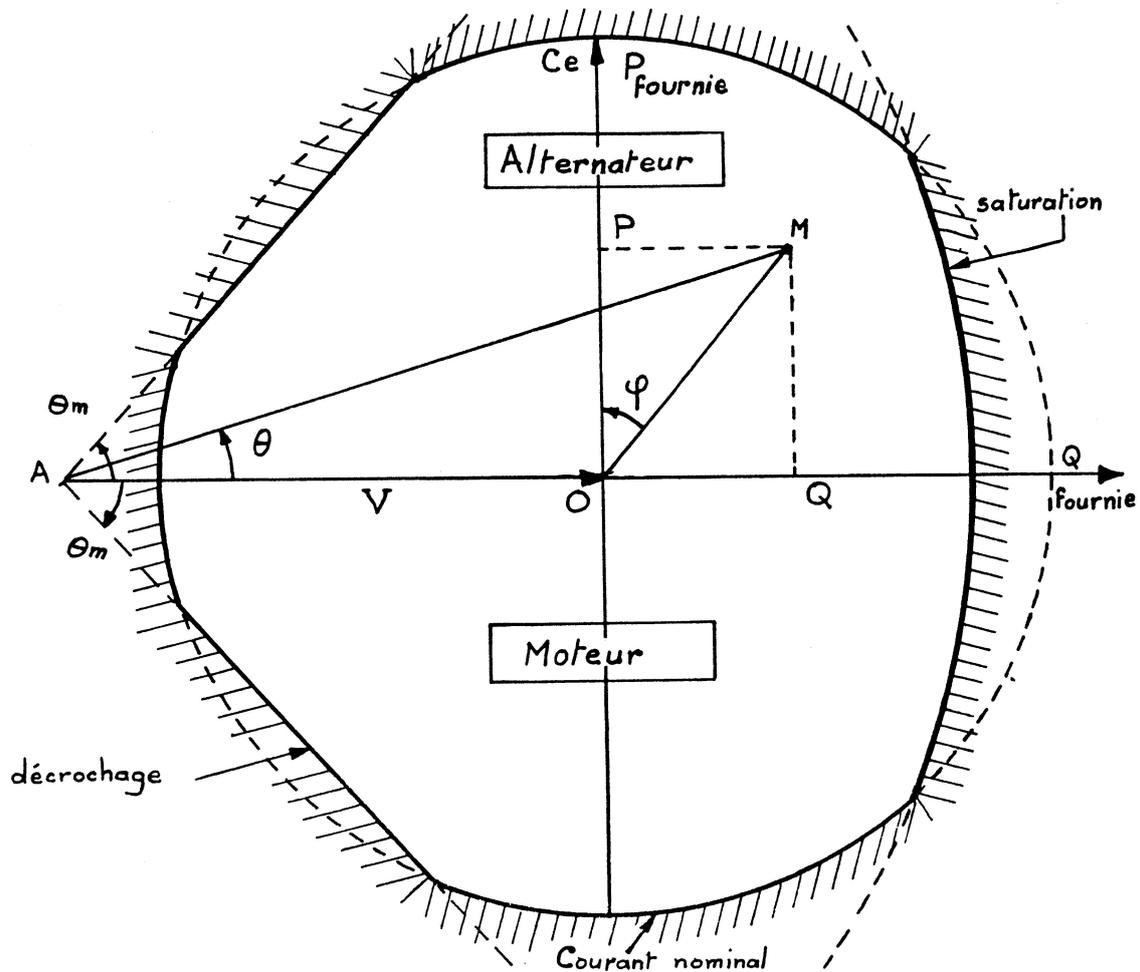


FIGURE 4.39 – Diagramme de Blondel de la machine synchrone, diverses limitations.

Si P est positive, le fonctionnement est alternateur, si P est négative, le fonctionnement est moteur.

On peut limiter ce diagramme à sa portion utile :

- la f.é.m. est limitée, par la saturation, à une valeur E_m : cercle centré en A et de rayon E_m ;
- le courant débité doit être inférieur ou égal à sa valeur nominale I_n : cercle centré en O et de rayon $L\omega I_n$;

- l'angle θ doit être inférieur à 90° . Pour conserver une marge de sécurité et éviter le décrochage, on fixe en général une limite inférieure : $|\theta| < \theta_m$.

REMARQUES :

- Dans ce diagramme, on suppose $L\omega$ constant ;
- si l'on tient compte de R , le diagramme de Blondel est plus compliqué mais obéit aux mêmes principes.

4.3.2.2 Utilisation du diagramme

Le diagramme comprend quatre quadrants. Lorsque le vecteur $jL\omega \vec{I}$ se situe au-dessus du vecteur \vec{V} , la machine fonctionne en alternateur comme le montre les figures 4.40 et 4.41. Lorsque le vecteur $jL\omega \vec{I}$ se situe en-dessous du vecteur $jL\omega \vec{I}$, la machine fonctionne en moteur comme le montre les figures 4.42, 4.43 et 4.44. La puissance change bien évidemment de signe lorsque la machine passe d'alternateur à moteur ou inversement, il en résulte que la projection du vecteur $jL\omega \vec{I}$ sur la verticale, donnant un segment de longueur proportionnel à la puissance active, change de signe elle aussi.

Selon la valeur de l'excitation, on peut avoir un alternateur qui fournit de la puissance réactive ou qui en absorbe ainsi qu'un moteur synchrone qui absorbe ou produit de la puissance réactive.

REMARQUE : La machine synchrone est la seule machine que l'on sache faire fonctionner en moteur à $\cos \varphi = 1$.

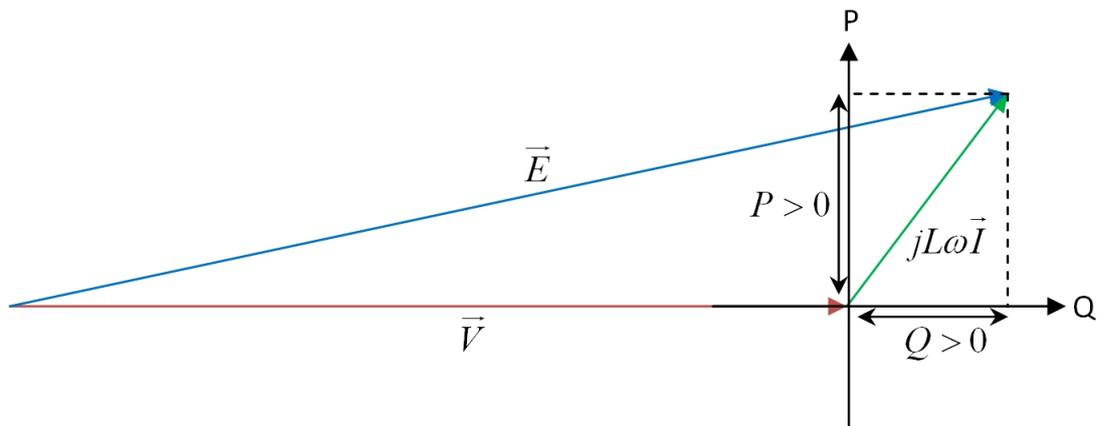


FIGURE 4.40 – Diagramme de Blondel de la machine synchrone fonctionnant en alternateur sur-excité fournissant à la fois de la puissance active et de la puissance réactive au réseau.

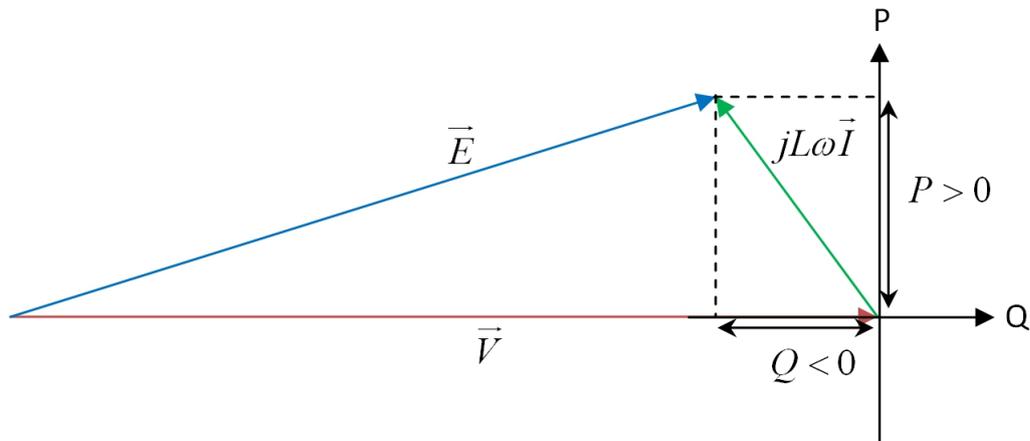


FIGURE 4.41 – Diagramme de Blondel de la machine synchrone fonctionnant en alternateur sous-excité fournissant la puissance active et de la puissance au réseau et absorbant de la puissance réactive sur ce même réseau.

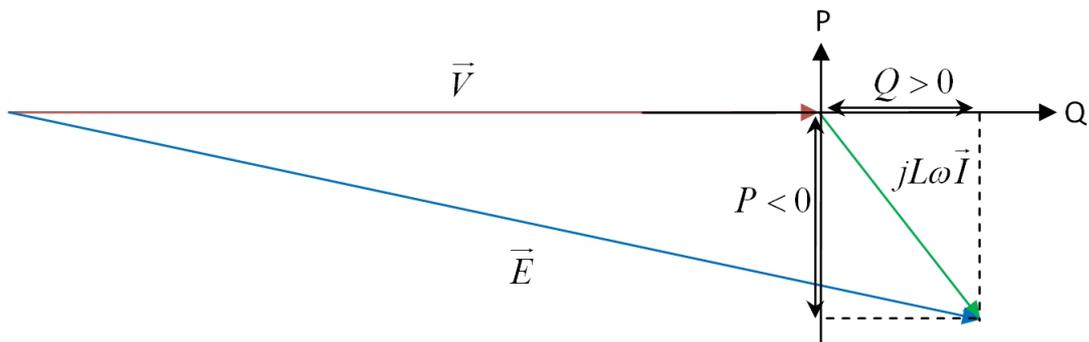


FIGURE 4.42 – Diagramme de Blondel de la machine synchrone fonctionnant en moteur sur-excité absorbant de la puissance active sur le réseau tout en lui fournissant de la puissance réactive.

Nous avons déjà vu l'influence du couple appliqué à la machine synchrone. Il reste à étudier l'influence de I_e .

Supposons que l'on applique, après le couplage, un couple mécanique moteur : la machine synchrone oppose, à l'équilibre, un couple C_e et fournit au réseau une puissance active P . Le point M vient en M_1 , d'ordonnée P .

Si on fait varier I_e , E varie. Si le couple appliqué reste constant, le point M se déplace sur la droite d'ordonnée P .

Si I_e augmente, E croît, le point se déplace vers la droite. On obtient par exemple M_2 : pour ce point, l'alternateur fournit de la puissance réactive au

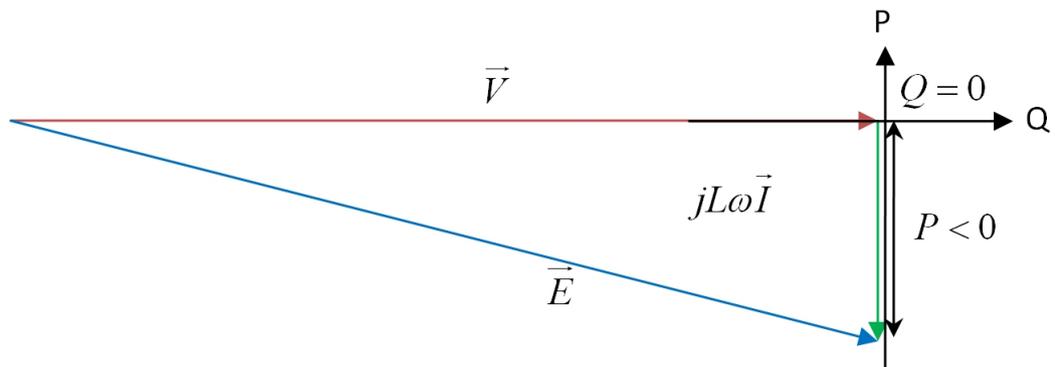


FIGURE 4.43 – Diagramme de Blondel de la machine synchrone à l'excitation « normale » fonctionnant en moteur n'absorbant que de la puissance active sur le réseau.

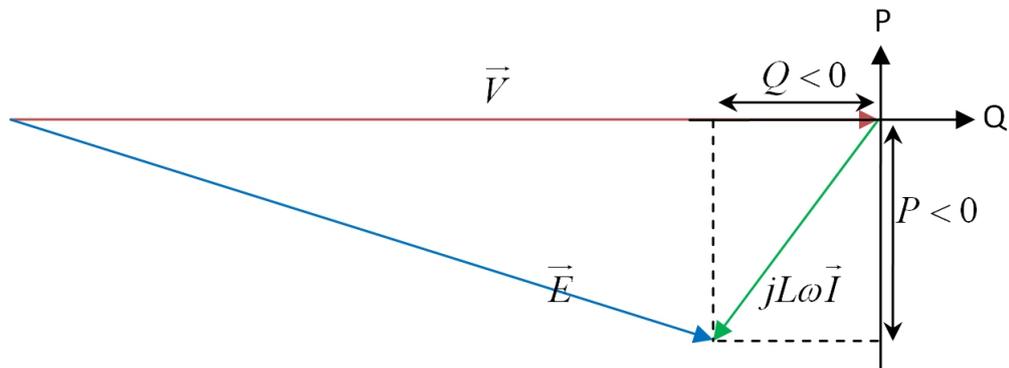


FIGURE 4.44 – Diagramme de Blondel de la machine synchrone fonctionnant en moteur sous-excité absorbant à la fois de la puissance active et de la puissance réactive sur le réseau.

réseau.

Si I_e diminue, le point vient par exemple en M_3 : l'alternateur fournit toujours P mais absorbe cette fois de la puissance réactive.

- le couple appliqué détermine la puissance active échangée ;
- le courant d'excitation détermine la puissance réactive échangée.

On voit aussi que le courant d'excitation permet de régler la valeur du déphasage φ .

Du diagramme précédent on déduit aussi le courant I fourni, proportionnel à OM . On voit que si I_e est faible (cas M_3), OM_3 et donc I est élevé.

Si I_e est élevé (cas M_2), le courant est à nouveau élevé. Le courant I passe

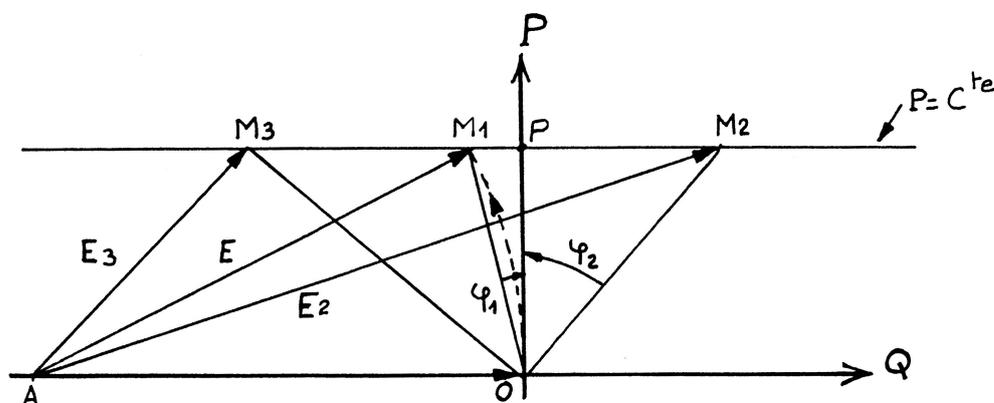


FIGURE 4.45 – Diagramme de Blondel : déplacement du point de fonctionnement sur une droite d'équipuissance.

par un minimum lorsque OM est porté par l'axe OP ($\varphi = 0$; $Q = 0$).

On peut représenter I en fonction de I_e à puissance P constante. on obtient un réseau de courbes en V , ce sont les courbes de Mordey de la figure 4.46. Ces courbes sont en particulier limitées par la saturation et par les risques de décrochage. Ces caractéristiques illustrent le comportement d'un alternateur couplé sur un réseau beaucoup plus puissant que lui et entraîné par un diesel ou une turbine à puissance constante. Le réseau lui impose la tension et la fréquence. Chaque valeur du débit de fluide, eau ou vapeur pour une turbine, ou du « cran de pétrole » pour un diesel correspond à une valeur de la puissance absorbée et donc de la puissance utile. Si, à débit ou cran de pétrole constant, on modifie l'intensité du courant d'excitation I_e , on ne change pas la puissance active qui ne dépend que de la turbine ou du diesel, mais on change la puissance réactive échangée entre l'alternateur et le réseau.

On peut relever directement ces courbes ou les prédéterminer en écrivant : $P_u = 3VI \cos \varphi = \text{cte}$.

Pour le moteur synchrone, on obtient le même réseau de courbes : **le moteur synchrone présente un facteur de puissance réglable** : sous-excité (I_e faible), il absorbe de la puissance réactive ; sur-excité, il fournit de la puissance réactive.

C'est la seule machine électrique dont le facteur de puissance est réglable lorsqu'elle fonctionne en récepteur.

REMARQUES : Dans le fonctionnement à puissance active nulle (couple mécanique nul), la machine synchrone ne peut qu'échanger de la puissance réactive avec le réseau : sous-excité, elle en absorbe et se comporte comme une inductance réglable ; sur-excité, elle en fournit et se comporte comme un

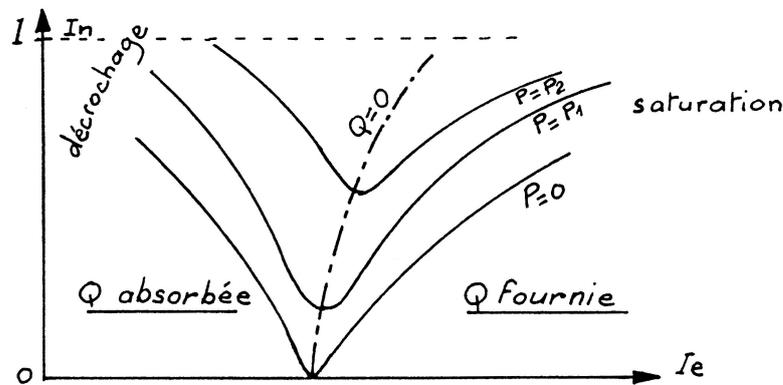


FIGURE 4.46 – Courbe de Mordey.

condensateur réglable. Dans ce cas elle peut servir à relever le facteur de puissance d'une installation (compensateur synchrone).

4.4 Couplage des alternateurs

A bord des navires, la centrale de production de l'énergie électrique est équipée de plusieurs alternateurs plutôt que d'un seul dont la puissance serait suffisante pour alimenter tout le bord. Ce choix permet :

- de limiter les effets provoqués par la panne d'un alternateur (un unique alternateur en panne priverait le navire de toute puissance électrique) et de réduire la puissance de la machine de secours à prévoir ;
- de répartir la puissance demandée par le bord entre plusieurs alternateurs fonctionnant au voisinage de leurs puissances nominales et donc au voisinage du rendement maximum ;
- de simplifier les problèmes de réalisation et d'exploitation des alternateurs.

La marche en parallèle de plusieurs alternateurs pose deux problèmes :

- la régulation de tension de chaque alternateur ;
- la régulation de fréquence de chaque machine et donc la régulation de vitesse de la machine qui entraîne l'alternateur.

Le premier problème est résolu par le fonctionnement *en parallèle*, chaque alternateur se voit imposer la tension du réseau sur lequel il est couplé. La régulation de la tension du réseau ainsi constitué devient un *problème d'ensemble*, il convient d'agir sur toutes les machines du réseau et non sur l'une d'entre elles seulement.

Il en est de même pour le problème de la régulation de fréquence : un alternateur couplé sur un réseau voit sa fréquence, et donc sa vitesse de rotation $\Omega_S = \frac{2\pi f}{p}$, imposé par le réseau à moins qu'il ne soit capable d'entraîner tous les autres alternateurs du réseau à la fréquence qu'il imposerait. La régulation de fréquence est à résoudre au niveau de l'ensemble des machines.

La mise en service d'un alternateur résout les problèmes suivant :

- couplage de l'alternateur sur le réseau ;
- répartition des puissances entre cette machine et le réseau (répartition des puissances actives et réactives entre deux alternateurs en parallèle) ;
- répartition optimale des puissances ;
- stabilité du fonctionnement de l'alternateur.

Le couplage en série n'est pas utilisé car il conduit à un fonctionnement instable. En effet le graphe vectoriel des f.é.m. (en prenant le courant commun à deux alternateurs comme origine des phases) serait celui de la figure 4.47. Si l'alternateur n°1 prenait de l'avance, l'angle ψ_1 deviendrait plus grand. La puissance électromagnétique $E_1 I \cos \psi_1$ de cet alternateur deviendrait plus petite et il opposerait au diesel ou à la turbine qui l'entraîne un couple résistant plus faible, cause d'un nouvel accroissement de vitesse. La marche en série est donc instable et par conséquent inutilisable Sauf le cas très rare de deux alternateurs mécaniquement accouplés (les angles ψ_1 et ψ_2 sont alors liés entre eux). Le couplage série servirait à obtenir des tensions élevées mais c'est ce que permet le transformateur statique.

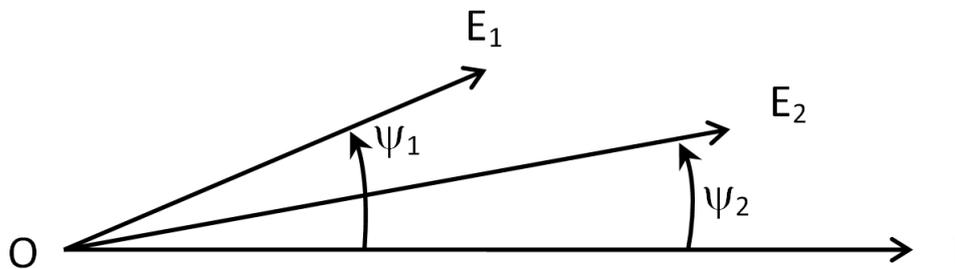


FIGURE 4.47 – Couplage en série de deux alternateurs.

4.4.1 Condition préalable au couplage

Employons une analogie mécanique pour bien comprendre la nécessité du couplage : l'embrayage à *crabots* (voir figure 4.48), très employé dans les boîtes de vitesse. Pour que la liaison mécanique s'établisse, les cannelures mâles doivent s'enfoncer dans les cannelures femelles. Pour ce faire, la différence de vitesse

entre les deux disques portant les cannelures doit être très faible sinon chaque partie comportant des cannelures – qu’elles soient mâles ou femelles – a l’impression d’avoir en face d’elle un disque plein uniforme et l’embrayage est impossible. Même si la différence de vitesse est suffisamment faible, l’embrayage ne sera possible que si chaque partie est *en phase* avec l’autre, c’est à dire si les cannelures mâles sont bien en face des femelles. On comprend bien que si les cannelures mâles (respectivement femelles) d’un disque sont en face des cannelures mâles (respectivement femelles) de l’autre disque, l’embrayage sera, là aussi, impossible.

Cet exemple mécanique montre la nécessité :

- d’avoir les deux axes à des vitesses très proches ;
- d’avoir un déphasage quasi nul

On peut assimiler le champ statorique et le champ rotorique aux deux disques portant des cannelures d’un embrayage à crabots. Pour que ces deux champs se couplent, il est nécessaire que leur vitesse relative soit faible et qu’ils soient à peu près en phase.

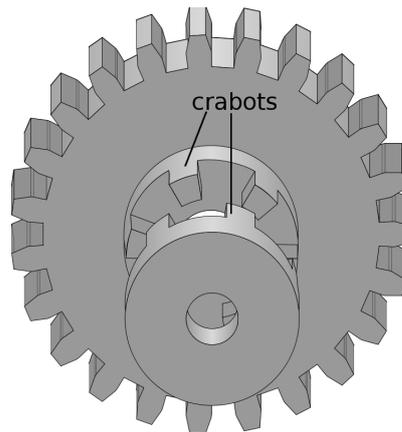


FIGURE 4.48 – Embrayage à crabots.

Soit un générateur G débitant dans un réseau extérieur quelconque. Soit U la tension entre les bornes de couplage. Désignons par E , la f. é. m. du générateur G , par Z son impédance interne. Suivant que cette f. é. m. E sera supérieure ou inférieure à U au moment où nous fermerons l’interrupteur de couplage, la machine G , fonctionnera comme génératrice ou réceptrice et sera parcourue par un courant I donné par la relation :

$$\underline{E} = \underline{U} + \underline{ZI} \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{E} - \underline{U}}{\underline{Z}} \text{générateur}$$

$$\underline{E} = \underline{U} - \underline{Z}I \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U} - \underline{E}}{\underline{Z}} \text{moteur}$$

Comme l'impédance Z du générateur G , est généralement très petite, le courant I peut prendre, pour une différence assez faible entre E et U , une valeur assez importante et cela brusquement au moment où l'on ferme le disjoncteur de couplage.

Ce courant détermine un brusque couple résistant ($E > U$) ou un brusque couple moteur ($E < U$). Dans les deux cas, le groupe subit un à coup préjudiciable à sa bonne tenue mécanique. C'est pourquoi, lorsqu'on couple un générateur sur des bornes AB (en parallèle avec d'autres), on donne préalablement à sa f.é.m. E (tension entre bornes à vide) une valeur égale à la tension U entre A et B .

En courant alternatif, les tensions et f.é.m. sont périodiques. Les conditions ci-dessus doivent être réalisées à tout instant de leurs périodes ; autrement dit la courbe de la f.é.m. $e(t)$ de l'alternateur à coupler doit se superposer à la courbe de la tension $u(t)$ entre les barres desquelles sont déjà connectés les autres alternateurs. Or, pour que deux sinusoïdes se superposent, il faut :

- Un même ordre de succession des phases ;
- l'égalité de leurs valeurs maximales, donc de leurs valeurs efficaces ;
- l'égalité de leurs fréquences ;
- l'égalité des phases (un déphasage nul entre elles).

Le dispositif de la figure 4.49 permet de vérifier que ces conditions sont remplies. Le même ordre de succession des phases se traduit par des « feux battants », l'égalité des fréquences et des phases par l'extinction permanente des lampes. Il est toutefois préférable de vérifier l'égalité des tensions à l'aide du voltmètre situé sur le tableau de couplage. En pratique, on réglera la fréquence de l'alternateur à coupler à une valeur légèrement supérieure à celle du réseau. Les lampes clignoteront lentement, passant toutes ensemble par des phases de luminosité maximum (opposition de phase) et d'extinction. Si une phase d'extinction dure environ 3 secondes, les fréquences seront suffisamment proches pour que l'on puisse envisager de coupler. On estimera le milieu d'une phase d'extinction (déphasage nul) et on donnera l'ordre de couplage à cet instant.

On peut améliorer la précision du couplage en utilisant le dispositif (b) de la figure 4.50 où les feux sont dits « tournants ». Le couplage sera commandé à l'extinction de L_1 et à l'égalité de luminosité de L_2 et L_3 . Cela peut s'apprécier plus finement que le milieu de la phase d'extinction des lampes connectées à feux battants.

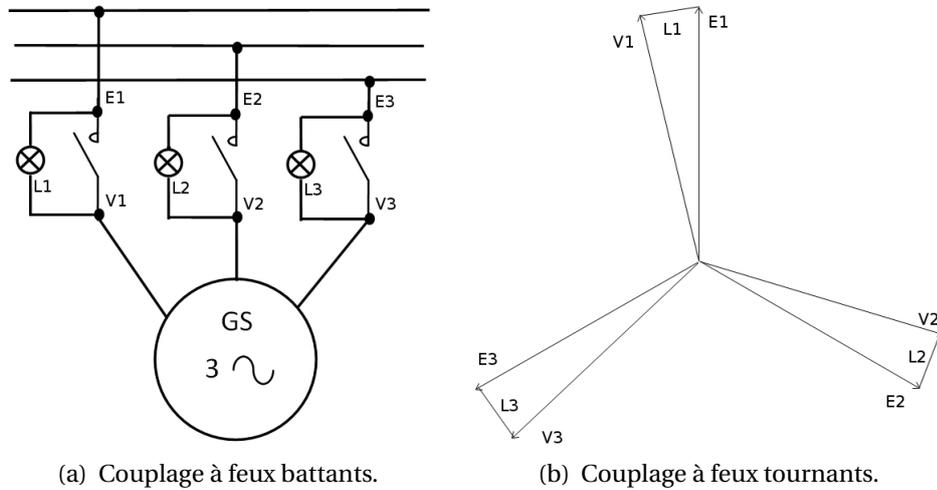


FIGURE 4.49 – Dispositifs de détermination du déphasage à feux battants.

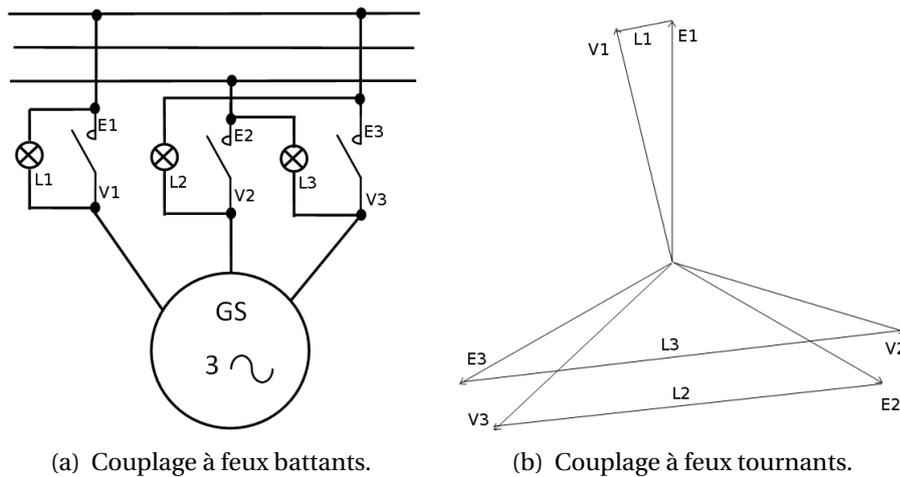


FIGURE 4.50 – Dispositifs de détermination du déphasage à feux tournants.

Pour une précision accrue, il est conseillé d'utiliser un synchronoscope lorsque celui-ci est présent sur le tableau de couplage. Il s'agit d'un petit moteur asynchrone monophasé alimenté par une phase du réseau et par la phase homologue de l'alternateur à coupler. Le moteur est à phase auxiliaire diphasé comme le montre la figure 4.51, il est à l'arrêt lors de l'égalité des fréquences et il indique le signe de l'écart de fréquence par son sens de rotation (alternateur à coupler de fréquence supérieure à celle du réseau si la rotation a lieu dans le sens des aiguilles d'une montre). Plus l'aiguille du synchronoscope tourne vite, plus l'écart de fréquence est important. En pratique, il faut que l'aiguille du syn-

chronoscope tourne suffisamment lentement (un tour en 4 ou 5 secondes minimum), on donne l'ordre de fermeture du disjoncteur de couplage vers « midi moins cinq ou moins dix » selon la taille du disjoncteur de couplage et donc selon le temps mis par les pôles à se fermer.

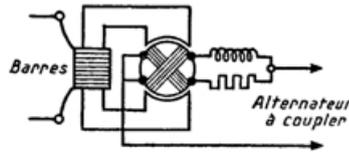


FIGURE 4.51 – Principe d'un synchronoscope.

4.4.2 Répartition des puissances entre deux alternateurs

On a déjà envisagé (4.3.2.2) le cas d'un alternateur couplé sur un réseau et nous en avons tiré les conclusions suivantes :

- la puissance active fournie au réseau par l'alternateur ne dépend que de la machine d'entraînement (turbine ou diesel) puisque la vitesse de rotation est imposée par la fréquence du réseau ;
- la puissance réactive fournie au réseau est aussi fonction du courant d'excitation I_e .

On peut en déduire les manœuvres à effectuer pour répartir les puissances actives et réactives entre deux ou plusieurs alternateurs :

- on répartie la puissance active demandée par le réseau (en laissant inchangé le courant d'excitation des alternateurs) en agissant sur l'admission du fluide dans les turbines ou en agissant sur le cran de pétrole des diesels qui entraînent les alternateurs ;
- on répartie la puissance réactive demandée par le réseau en modifiant les courants d'excitations I_e .

On peut visualiser ces opérations en adoptant des diagrammes de Behn-Eschenburg simplifiés (on néglige R devant la réactance synchrone $L\omega$).

On part d'un alternateur fournissant P_t et Q_t comme le montre la figure 4.52. Ensuite, juste après la fermeture des pôles du disjoncteur de couplage de l'alternateur n°2, le diagramme de Behn-Eschenburg devient celui de la figure 4.53.

On commande, par l'intermédiaire du « plus vite », le cran de pétrole du diesel ou le débit dans la turbine de l'alternateur n°2 jusqu'à ce que cet alternateur fournisse la même puissance que l'alternateur n°1. Simultanément, on agit sur

le « moins vite » de l'alternateur n°1 pour qu'il fournisse moins de puissance. Sans cela, la fréquence du réseau augmenterait. Les extrémités des vecteurs E_1 et E_2 décrivent des arcs de cercle, l'extrémité de E_1 descend, celle de E_2 monte, comme le montre la figure 4.54. On surveille les wattmètres des alternateurs sur le tableau de couplage afin de s'assurer que les puissances débitées par les deux alternateurs deviennent identiques, égales à la moitié de celle que demande le réseau.

Ensuite, on surexcite l'alternateur n°2 pendant que l'on désexcite le n°1. L'alternateur n°2 va fournir de la puissance réactive pendant que le n°1 en fournit moins. On surveille des varmètres ou, à défaut, les ampèremètres des alternateurs, afin de s'assurer de l'égalité des puissances réactives débitées par chacun des deux alternateurs (égalité des intensités affichées par les ampèremètres). Pendant cette opération, les extrémités des vecteurs E_1 et E_2 se déplacent sur des droites horizontales d'équipuissance ($P_t/2$) comme le montre la figure 4.55.

4.4.3 Conséquences des fautes de couplage

Les limites admissibles des écarts de tension, de fréquence, de déphasage sont :

- tensions : $\pm 5\%$;
- fréquences : de 0,1 à 0,5 Hz, et avant le couplage on choisit $f_{\text{alternateur}} > f_{\text{réseau}}$;
- phase : 5° max.

En dehors de ces limites, trois fautes peuvent être commises lors du couplage d'un alternateur sur des barres :

Inégalité des tensions : si les vecteurs U , représentant la tension entre les barres, et E sont en phase mais inégaux, le courant dans l'alternateur A (courant représenté par la différence de ces deux vecteurs) sera entièrement réactif. Ce courant ne produira aucun couple sur l'alternateur au moment du couplage, mais s'il est excessif, il pourra déterminer dans les enroulements de dangereuses forces électrodynamiques.

Différence de phases : (entre la f.é.m. de l'alternateur et la tension U entre barres), elle donne lieu entre l'alternateur et les barres à un courant qui est surtout actif et qui correspond à un couple moteur ou résistant suivant que E est déphasé en arrière ou en avant de U . Si ce couple, qui se produit brusquement à la fermeture de l'interrupteur de couplage, est important (grand déphasage entre E et U), il peut déterminer une détérioration de

l'accouplement entre le moteur et l'alternateur ou, plus grave, une rupture d'arbre.

Différence des fréquences : dans ce cas la roue polaire parcourt un certain angle jusqu'à ce que sa vitesse soit exactement égale à la vitesse de synchronisme. Si l'alternateur tourne trop vite avant le couplage, il prendra rapidement de la charge, ce qui pourra provoquer, par décalage en arrière des roués polaires des autres alternateurs, la marche en moteur de certains d'entre eux et par conséquent le fonctionnement intempestif de relais à retour d'énergie. Par ailleurs, si la roue polaire s'avance d'un angle excessif, l'alternateur risque de se décrocher. Signalons enfin que les conséquences d'un mauvais couplage par différence de phases ou de fréquences sont aggravées par les oscillations pendulaires auxquelles ces fautes donnent lieu.

4.4.4 Répartition optimale des puissances

L'ensemble des deux alternateurs identiques en parallèle présente des pertes Joule *minimales* lorsque les puissances active et réactive des deux alternateurs sont égales.

Désignons par :

- I_1, I_2, I , les courants des alternateurs et celui du réseau ;
- I_{r1}, I_{r2}, I_r , les composantes réactives de ces courants ;
- I_{a1}, I_{a2}, I_a , les composantes actives de ces courants.

Les pertes Joule dans l'ensemble des deux alternateurs supposés identiques de résistance statorique R s'exprime par :

$$P_J = 3R(I_1^2 + I_2^2) = 3R(I_{a1}^2 + I_{r1}^2 + I_{a2}^2 + I_{r2}^2) = 3R[(I_{a1} + I_{a2})^2 - 2I_{a1}I_{a2} + (I_{r1} + I_{r2})^2 - 2I_{r1}I_{r2}]$$

Comme le courant du réseau alimenté est supposé sans changement :

$$I_{a1} + I_{a2} = I_a = \text{cte} \quad \text{et} \quad I_{r1} + I_{r2} = I_r = \text{cte}$$

Le minimum de P_J correspondra aux égalités : $I_{a1} = I_{a2}$ et $I_{r1} = I_{r2}$, en effet :

$$dP_J = \frac{\partial P_J}{\partial I_{a1}} + \frac{\partial P_J}{\partial I_{a2}} + \frac{\partial P_J}{\partial I_{r1}} + \frac{\partial P_J}{\partial I_{r2}}$$

Or :

$$\frac{\partial P_J}{\partial I_{a1}} = 2I_{a1} - 2I_{a2}$$

$$\frac{\partial P_J}{\partial I_{a2}} = 2I_{a2} - 2I_{a1}$$

$$\frac{\partial P_J}{\partial I_{r1}} = 2I_{r1} - 2I_{r2}$$

$$\frac{\partial P_J}{\partial I_{r2}} = 2I_{r2} - 2I_{r1}$$

Si P_J est minimum, alors $dP_J = 0 \Rightarrow \frac{\partial P_J}{\partial I_{a1}} = \frac{\partial P_J}{\partial I_{a2}} = \frac{\partial P_J}{\partial I_{r1}} = \frac{\partial P_J}{\partial I_{r2}} = 0 \Rightarrow I_{a1} = I_{a2}$ et $I_{r1} = I_{r2}$. Cela correspond, puisque la tension U est la même pour les deux alternateurs, à l'égalité de leurs puissances actives et réactives.

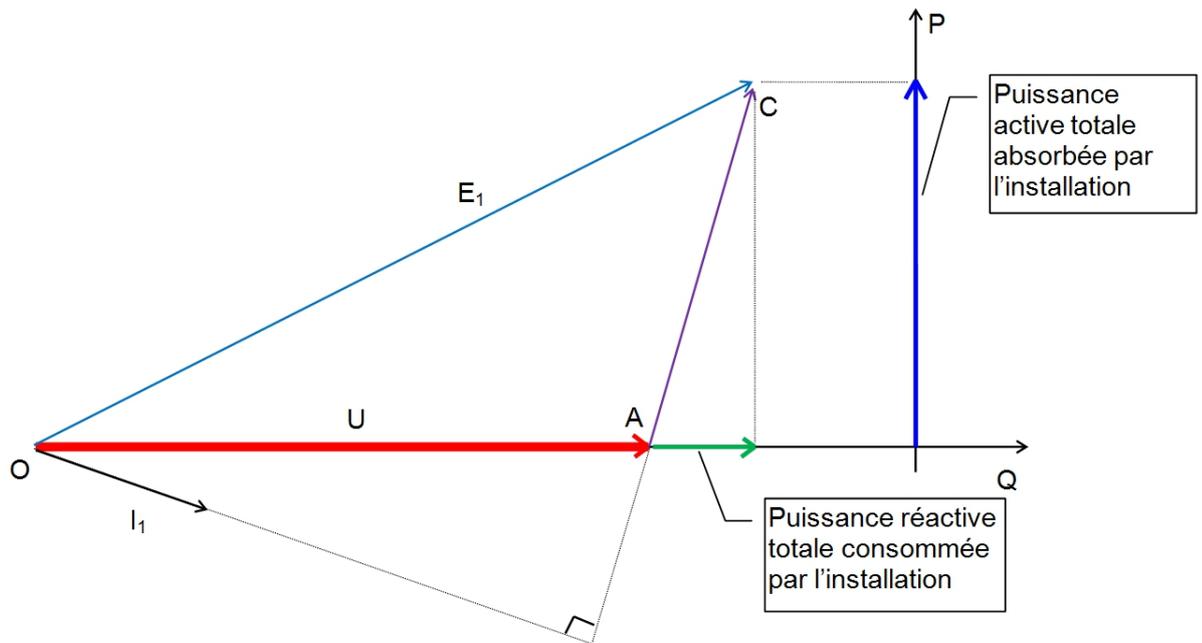


FIGURE 4.52 – Diagramme de Behn-Eschenburg montrant la répartition des puissances : avant le couplage du deuxième alternateur .

4.4.4.1 Mode opératoire du couplage d'un alternateur sur un réseau alimenté

Dégrossissage de la vitesse : on agit sur la consigne du régulateur de vitesse du moteur d'entraînement et on règle ainsi la fréquence (contrôle par le fréquencemètre).

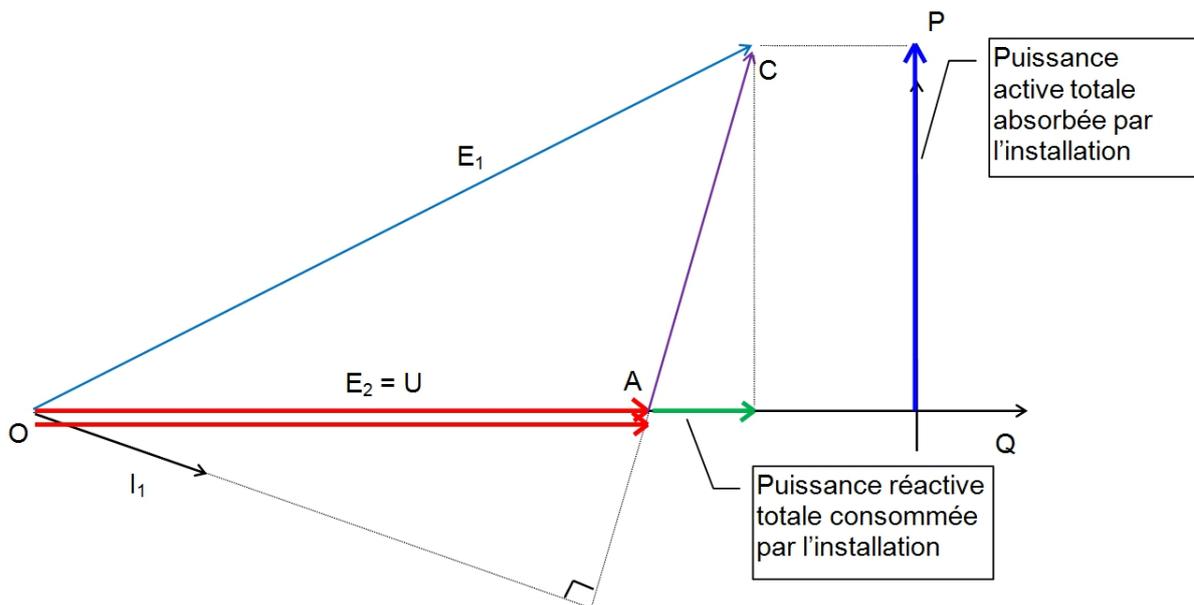


FIGURE 4.53 – Diagramme de Behn-Eschenburg montrant la répartition des puissances : le deuxième alternateur vient juste d'être couplé .

Réglage de l'excitation à vide : on agit sur la consigne du régulateur de tension de manière à régler la f.é.m. à vide. On prendra E légèrement supérieure à la tension U du réseau (contrôle par le voltmètre).

Vérification de la concordance des phases et mise au synchronisme : on exerce une action fine sur le régulateur de vitesse (contrôle par le synchronoscope et/ou par les lampes de synchronisation).

Couplage proprement dit : ordre de fermeture du disjoncteur dès que le synchronisme est atteint :

- à *feux battant* : lorsque les lampes sont éteintes (pendant des intervalles de temps supérieures à 3 secondes) ;
- à *feux tournant* : lorsqu'elles sont au maximum de luminosité (pendant des intervalles de temps supérieures à 3 secondes) ;
- au synchronoscope : lorsque l'aiguille tourne dans le sens des aiguilles d'une montre (vitesse légèrement supérieure à la vitesse de synchronisme du réseau) et passe par midi moins 10, moins 5.

Charge de l'alternateur, répartition des puissances actives : on fait débiter l'alternateur sur le réseau de manière à le charger progressivement (contrôle par l'ampèremètre). Ceci se fait en agissant sur la consigne du régulateur de vitesse du moteur d'entraînement (+ vite et - vite). Il y a lieu d'agir simultanément sur tous les régulateurs de vitesse afin de maintenir la fré-

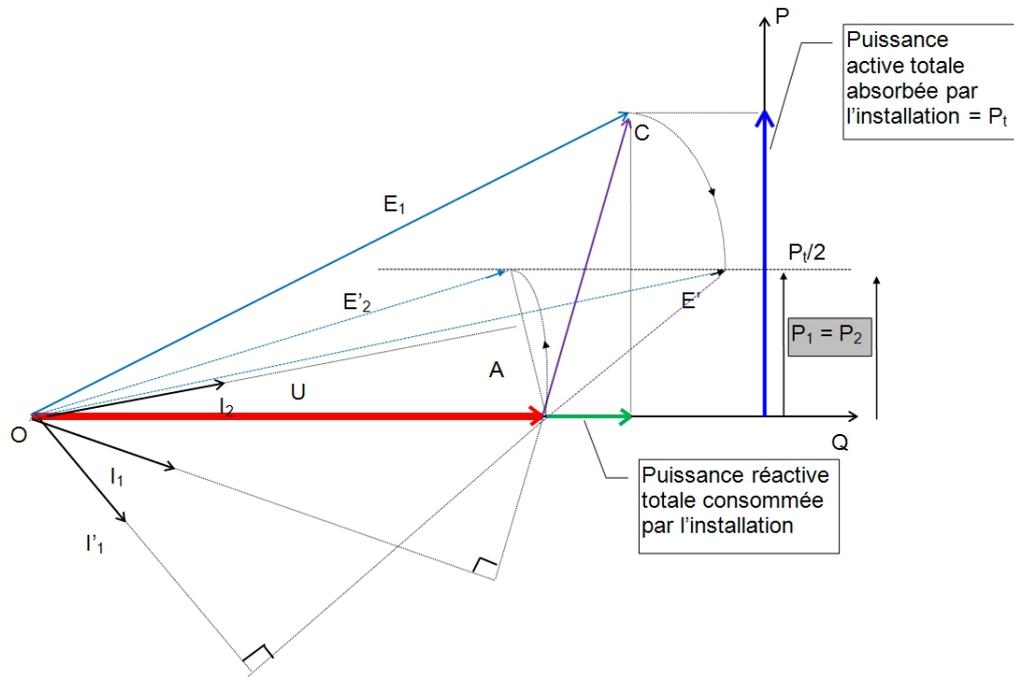


FIGURE 4.54 – Diagramme de Behn-Eschenburg montrant la répartition des puissances : pendant et après l'égalisation des puissances actives.

quence du réseau à sa valeur nominale. On répartit de cette manière, les puissances actives entre les alternateurs (contrôle par les wattmètres).

Répartition des puissances réactives : on réduit les courants de circulation entre alternateurs (courant déwatté) par action sur les consignes de tension (égalisation des facteurs de puissance) de manière à se rapprocher du fonctionnement optimum. Il y a lieu d'agir simultanément sur tous les régulateurs de tension afin de maintenir la tension du réseau à sa valeur nominale. Le contrôle des facteurs de puissance se fait en utilisant les varmètres ou en observant les ampèremètres (égalité des courants débités lorsque les puissances actives et réactives sont les mêmes).

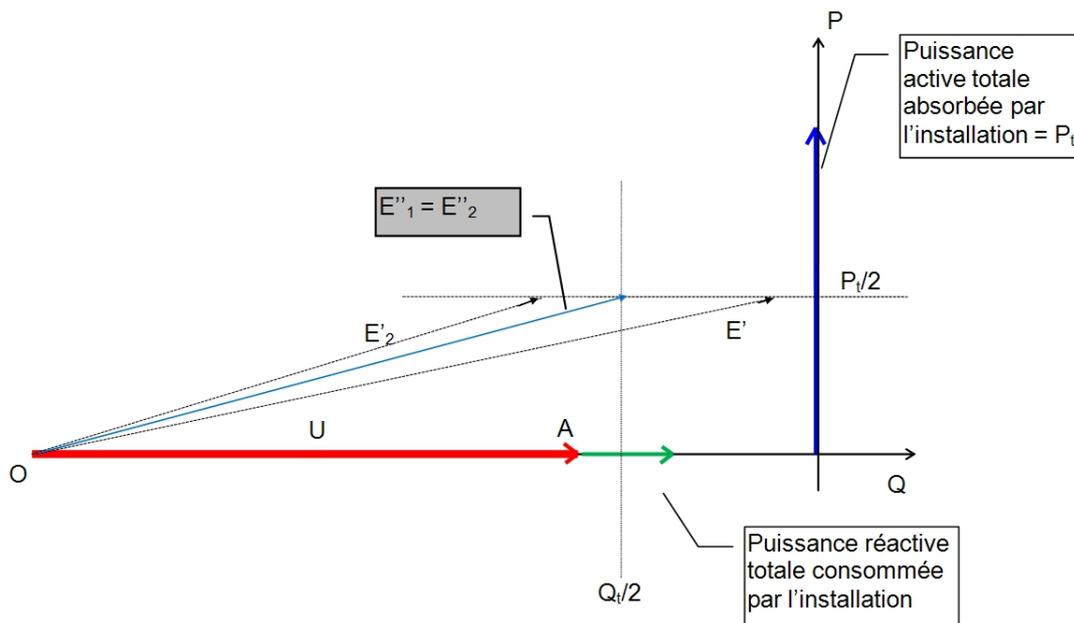


FIGURE 4.55 – Diagramme de Behn-Eschenburg montrant la répartition des puissances : pendant et après l'égalisation des puissances réactives.

4.5 Exercices et problèmes sur la machine synchrone

4.5.1 Alternateur monophasé

Un alternateur monophasé tétrapolaire comporte 100 conducteurs. Le flux par pôle vaut 25 mWb et la fréquence est de 50 Hz. On mesure aux bornes de l'induit une tension de valeur efficace $E = 267\text{ V}$.

1. Calculer la vitesse de rotation du rotor de l'alternateur.
2. Calculer le coefficient de Kapp de l'enroulement.

Voir la correction page [183](#).

4.5.2 Alternateur triphasé

Le rotor d'un alternateur triphasé, 50 Hz, tourne à la vitesse de 750 tr/min. Son stator comporte 120 encoches régulièrement réparties, chacune d'elles contient 4 conducteurs. Toutes les encoches sont utilisées, les trois enroulements sont couplés en étoile et leur résistance est négligée ; le coefficient de Kapp est 2,14. On donne le flux par pôle en fonction de l'excitation :

I_e (A)	8	10	11,8	15,4	17	20	26	34
ϕ (mWb)	50	61	70	85	90	97	105	108

L'alternateur débite 150 A purement inductifs sous la tension de 962 V entre fils de ligne avec une excitation de 15,4 A.

1. Calculer le nombre de pôles de l'alternateur.
2. Calculer la tension à vide pour $I_e = 15,4$ A.
3. Calculer la réactance synchrone par phase pour cette excitation.

Voir la correction page [183](#).

4.5.3 Alternateur triphasé

Un alternateur triphasé possède un stator monté en étoile. Son rotor tourne à la vitesse de 1500 tr/min. La fréquence est de 50 Hz. La résistance d'une phase est $R = 0,8 \Omega$. On a relevé la caractéristique à vide :

I_e (A)	0	0,25	0,4	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	3
E (V)	10	86	131	156	192	213	226	240	252	262	305

Un essai en court-circuit a permis de relever $I_{CC} = 48$ A pour un courant d'excitation de $I_e = 0,5$ A.

1. Calculer la réactance synchrone d'induit $L\omega$.
2. L'alternateur débite dans un récepteur inductif dont le facteur de puissance est 0,8, un courant de 30 A en ligne sous une tension de 380 V entre phases. Calculer l'intensité du courant d'excitation.
3. Calculer la valeur de la tension simple à la sortie de l'alternateur dans le fonctionnement suivant : $I = 18$ A, $\cos \varphi = 0,6$ capacitif, $I_e = 1$ A.
4. On monte une charge résistive en triangle à la sortie de l'alternateur. On ne modifie pas le courant d'excitation. Calculer la valeur R_{max} d'une des trois résistances pour que la puissance active fournie par l'alternateur soit maximale.

Voir la correction page [184](#).

4.5.4 Moteur synchrone

Une machine synchrone triphasée à 6 pôles, fonctionne en moteur synchrone. La résistance de l'induit est négligeable et la réactance constante est égale à 8Ω . On applique aux bornes du moteur une tension composée de 200 V, fréquence 50 Hz.

1. On règle l'excitation du moteur pour que son facteur de puissance soit égal à 1. Le moteur développe alors une puissance de 5 kW.
 - 1.1. Calculer la vitesse du moteur en tour par minute.
 - 1.2. Calculer le courant fourni par le réseau.
 - 1.3. Calculer le couple moteur.
 - 1.4. Calculer la f.c.é.m. E du moteur .
2. On augmente l'excitation du moteur jusqu'à ce que le facteur de puissance devienne égal à 0,8 la puissance développée par le moteur reste de 5 kW.
 - 2.1. Calculer le déphasage du courant absorbé par la machine par rapport à la tension et le sens de ce déphasage .
 - 2.2. Calculer le courant absorbé par le moteur.
 - 2.3. Calculer la f.c.é.m. E du moteur.
3. Déterminer graphiquement quelques points du graphe $I = f(E)$ qui donne le courant fourni par le réseau en fonction de la force contre-électromotrice du moteur quand celui-ci développe une puissance de 4 kW. Ces points seront choisis de façon à donner une idée générale de l'allure du graphe. Échelle conseillée : 1 mm pour 2 V. On admettra que la puissance fournie par le réseau est intégralement transmise à la roue polaire.

Voir la correction page [185](#).

4.5.5 Compensateur synchrone

Les compteurs d'énergie active et réactive installés sur le tableau d'alimentation d'une usine s'incrémentent en moyenne de respectivement 13750 kWh et 16500 kVARh pour une journée.

1. Calculer le facteur de puissance moyen de cette usine.
2. On veut relever le facteur de puissance moyen jusqu'à 0,85 par l'emploi d'une machine synchrone surexcitée (compensateur synchrone) fonctionnant à vide. Calculer la puissance apparente de cette machine, si, en première approximation, on néglige la puissance active qu'elle absorbe.
3. En supposant que la machine considérée absorbe une puissance active égale à 6,5 % de sa puissance réactive, calculer exactement la puissance

apparente du compensateur synchrone à installer.

4. Par la suite, on veut utiliser la machine synchrone en moteur. Calculer la puissance active qu'elle devra absorber si on veut relever au maximum le facteur de puissance .

Voir la correction page 187.

4.5.6 Groupe convertisseur tournant

On étudie un groupe convertisseur tournant 50 Hz - 400 Hz. Un alternateur 400 Hz est entraîné par un moteur synchrone 50 Hz alimenté par un réseau triphasé 380 V entre phase. Les notations sont indiquées sur la figure 4.56.

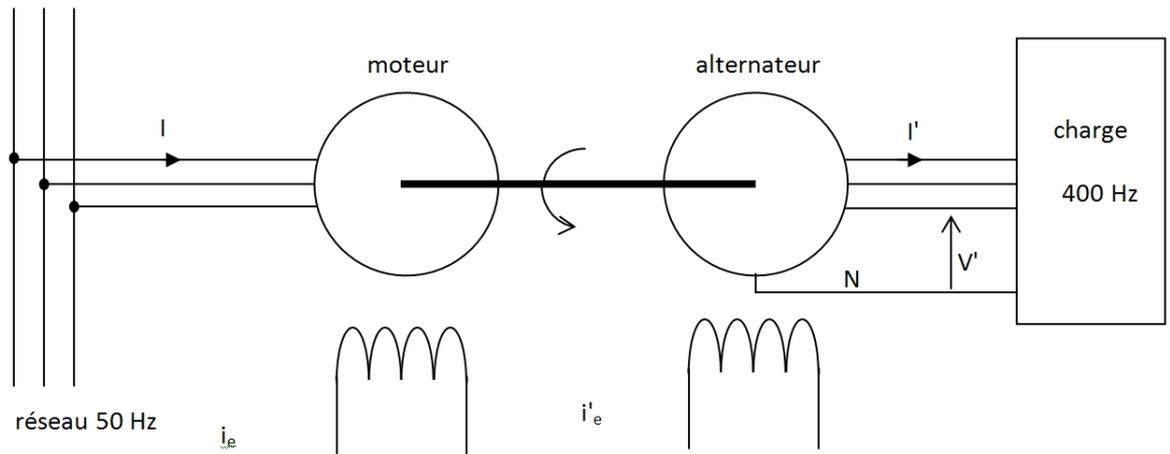


FIGURE 4.56 – Groupe convertisseur tournant.

Les deux machines sont montées en étoile et elles ont pour caractéristiques par phase :

- moteur : f.é.m. notée E ; réactance synchrone : $X = 2 \Omega$;
- alternateur : f.é.m. notée E' ; réactance synchrone : $X' = 0,75 \Omega$.

On néglige les pertes des deux machines ainsi que les résistances des phases. La charge triphasée 400 Hz absorbe $I' = 30 \text{ A}$ avec un $\cos = 0,6$ inductif sous une tension simple $V' = 115 \text{ V}$.

1. Le moteur comporte une paire de pôles par phase.
 - 1.1. Calculer la vitesse de rotation du groupe.
 - 1.2. Calculer le nombre de pôles de l'alternateur.
2. Calculer valeur de la f.é.m. E' pour que la charge soit alimentée sous $V' = 115 \text{ V}$.
3. Calculer la puissance et le couple fournis par le moteur d'entraînement.

4. La f.é.m. du moteur est réglée pour que son facteur de puissance soit égal à 1 lorsque la charge 400 Hz est alimentée.
 - 4.1. Calculer la valeur du courant absorbé.
 - 4.2. Calculer la valeur de E .
5. On débranche la charge ($I' = 0$) sans modifier E . Calculer le courant absorbé par le moteur et son déphasage par rapport à V (en grandeur et en signe).
6. Pourquoi a-t-on choisi un moteur synchrone pour entraîner le groupe convertisseur ?

Voir la correction page [189](#).

4.5.7 Couplage d'un alternateur sur le réseau : faute de couplage

À bord d'un navire, on couple un alternateur, entraîné par un moteur diesel, de puissance apparente 10 MVA sur le réseau 6600 V - 60 Hz (tension composée). La résistance et la réactance synchrone par phase de l'alternateur valent respectivement $R = 0,5 \Omega$ et $L\omega = 1,5 \Omega$. L'alternateur possède 5 paires de pôles.

À l'instant du couplage, la tension mesurée sur le réseau vaut 6580 V, la tension aux bornes de l'alternateur est décalée de 30° en arrière sur celle du réseau et elle vaut 6615 V.

1. Calculer l'appel de courant.
2. Calculer l'appel de puissance dus à cette faute de couplage.
3. Calculer le couple de torsion qui apparaît au niveau de l'accouplement diesel - alternateur.

Voir la correction page [192](#).

4.5.8 corrigé de l'exercice 4.5.1, page 179

1. $N_S = \frac{50}{2} \times 60 = 1500 \text{ tr/min.}$
2. $E = (\text{coeff de Kapp}) \times n_1 \times p \times N_S \times \phi(I_e)$
 $\Rightarrow \text{coeff de Kapp} = \frac{E}{n_1 \times p \times N_S \times \phi(I_e)} = \frac{267}{100 \times 2 \times \frac{50}{2} \times 25 \cdot 10^{-3}} \simeq 2,14$

4.5.9 corrigé de l'exercice 4.5.2, page 179

1. Le nombre de paires de pôles de l'alternateur est donné par la formule de Ferraris :

$$N_S = \frac{f}{p} \Rightarrow p = \frac{50}{750/60} = 4, \text{ il y a donc 8 pôles.}$$

2. La caractéristique à vide tabulée nous permet d'obtenir le flux maximal sous un pôle du rotor : $\hat{\phi} = 85 \text{ mWb}$.

On sait que :

$$E = (\text{coeff de Kapp}) \times n_1 \times p \times N_S \times \phi(I_e) = 2,14 \times \left(\frac{120 \times 4}{3}\right) \times 4 \times \frac{750}{60} \times 85 \cdot 10^{-3} = 1455 \text{ V}$$

3. Le tracé d'un diagramme de Kapp nous montre que les vecteurs \vec{V} , $jL\omega \vec{I}$ et \vec{E} sont colinéaires. On a donc : $L\omega = \frac{E-V}{I} = \frac{1455 - \frac{962}{\sqrt{3}}}{150} \approx 6 \Omega$

4.5.10 corrigé de l'exercice 4.5.3, page 180

1. La méthode est la même que celle qui nous permettait de calculer l'inductance de fuite ramenée au secondaire d'un transformateur dont on avait fait l'essai en court-circuit : $L\omega = \frac{\sqrt{E^2 - (R \cdot I)^2}}{I} = \frac{\sqrt{156^2 - (0,8 \times 48)^2}}{48} = 3,15 \text{ A}$.

2. Calculons d'abord la norme du vecteur \vec{E} . Le diagramme de Kapp esquissé au brouillon nous permet d'écrire : $\vec{E} = \vec{V} + R \cdot \vec{I} + jL\omega \vec{I}$. Le courant est déphasé d'un angle de $\arccos(0,8) \approx 37^\circ$ en retard par rapport à \vec{V} .

$$\text{Nous avons donc : } \vec{E} = 220 + 0,8 \times 30 / -37^\circ + 3,15 \times 30 / -37^\circ + 90^\circ = 302 / 11,6^\circ \text{ V.}$$

Une résolution graphique nous aurait conduit au même résultat, peut-être un peu moins précis.

La caractéristique à vide nous permet d'en déduire le courant d'excitation nécessaire : $I_e = 3 \text{ A}$.

3. Cette fois-ci, une résolution graphique s'avère beaucoup plus rapide. On place l'extrémité du vecteur \vec{V} puis, à partir de là, on trace les vecteurs $R \cdot \vec{I}$ et $jL\omega \vec{I}$. De l'extrémité de $jL\omega \vec{I}$, on trace au compas un arc de cercle de longueur la norme de \vec{E} , l'intersection de cet arc de cercle avec l'horizontale, support du vecteur \vec{V} , nous donne l'origine de ce vecteur. il ne reste plus qu'à mesurer sa longueur.

Une résolution trigonométrique est montrée à la figure 4.57. V sera calculé en deux temps : la longueur AC et la longueur CD.

$$CD = L\omega I \sin \varphi - RI \cos \varphi = 3,15 \times 18 \times \sin 53^\circ - 0,8 \times 18 \times \cos 53^\circ = 36,6 \text{ V.}$$

$$CB = RI \sin \varphi + L\omega I \cos \varphi = 0,8 \times 18 \times \sin 53^\circ + 3,15 \times 18 \times \cos 53^\circ = 45,6 \text{ V.}$$

$$AC = \sqrt{(AB^2 - BC^2)} = \sqrt{213^2 - 45,6^2} = 208 \text{ V.}$$

$$\text{Soit : } V = AC + CD = 208 + 36,6 \approx 244,7 \text{ V}$$

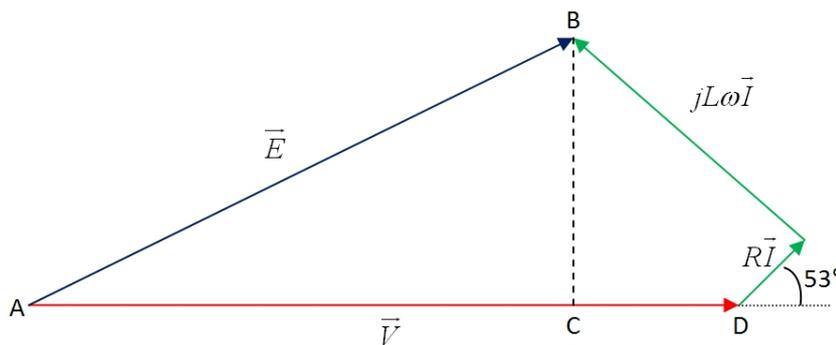


FIGURE 4.57 – Diagramme de Behn-Eschenburg de la question 1.4 de l'exercice 4.5.3.

4. La clé de cette question est le théorème d'adaptation d'impédance qui stipule que le dégagement d'énergie par effet Joule dans une impédance est maximum lorsque cette impédance est égale au conjugué de l'impédance interne du générateur. Le théorème de Kennelly permet de transformer le triangle de résistances R_{max} en une étoile équivalente composée de trois résistances de valeur $\frac{R_{max}}{3}$. Chacune de ces résistances devant être égale à la résistance interne d'une phase de l'alternateur : $0,8\Omega$. On a donc : $R_{max} = 3 \times 0,8 = 2,4\Omega$.

4.5.11 corrigé de l'exercice 4.5.4, page 181

1. 1.1. La formule de Ferraris permet d'obtenir : $N_S = \frac{f}{p} = \frac{50}{3} \times 60 = 1000$ tr/min.
- 1.2. Si on néglige les différentes pertes de la machine, le réseau fournit un courant égal à $I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{5000}{\sqrt{3} \times 200 \times 1} \simeq 14,5$ A.
- 1.3. Le couple moteur est égal à $C = \frac{P_u}{\Omega_S} = \frac{5000}{\frac{1000}{60} \times 2\pi} \simeq 47,7$ Nm.
- 1.4. Pour calculer la f.c.é.m. E du moteur, il faut tracer un diagramme de Behn-Eschenburg comme celui de la figure 4.58.
ATTENTION : la machine fonctionne ici en moteur, la puissance est absorbée sur le réseau et non fournie à celui-ci comme lors d'un fonctionnement en alternateur. Le diagramme se dessine en dessous du vecteur \vec{V} de telle sorte que la projection du vecteur $jL\omega \vec{I}$ sur la verticale passant par l'extrémité de \vec{V} soit négative. Cette projection est proportionnelle à la puissance active (voir 4.3.2). On peut effectuer une résolution graphique ou bien utiliser le théorème de

Phytagore :

$$E = \sqrt{V^2 + (L\omega I)^2} = \sqrt{\left(\frac{200}{\sqrt{3}}\right)^2 + (8 \times 14,5)^2} \approx 164 \text{ V}$$

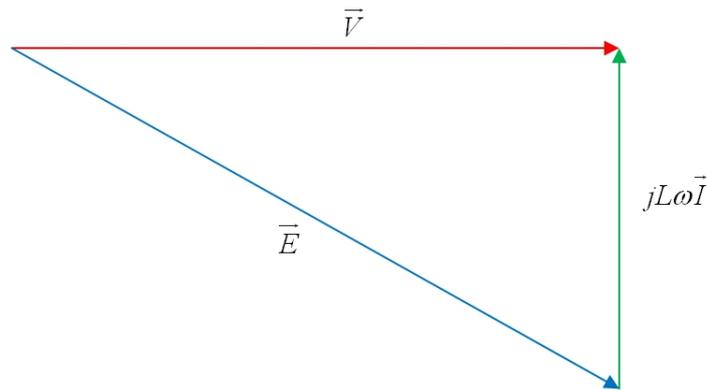


FIGURE 4.58 – Diagramme de Behn-Eschenburg de l'exercice 4.5.4 , question 1.4.

2. 2.1. La réponse à ces questions nécessite le tracé du diagramme de Behn-Eschenburg. Le déphasage du courant absorbé par la machine par rapport à la tension est de : $\arccos \varphi = \arccos 0,8 \approx 37^\circ$. L'orientation du vecteur $jL\omega \vec{I}$ indique que le vecteur \vec{I} est en avance par rapport à \vec{V} , le déphasage est donc « avant », la machine est « capacitive », elle fournit de l'énergie réactive au réseau. On aurait pu conclure sur le sens du déphasage en observant que la projection du vecteur $jL\omega \vec{I}$ sur le support de \vec{V} est positive ce qui implique que la machine fournit de la puissance réactive au réseau, qu'elle a donc un comportement capacitif et que donc \vec{I} est en avance sur \vec{V} .
- 2.2. Le courant absorbé par le moteur se calcule à partir de $jL\omega \vec{I}$. Soit on mesure la longueur de ce vecteur sur la figure 4.59, soit on la calcule : $L\omega I' = \frac{L\omega I}{\cos \varphi} = \frac{I}{\cos \varphi} = \frac{14,5}{0,8} = 18,1 \text{ A}$.
- 2.3. La f.c.é.m. E du moteur peut se mesurer sur la figure 4.59 ou bien se calculer par le théorème d'Al Kashi :

$$\begin{aligned} E^2 &= V^2 + (L\omega I)^2 - 2 \cdot V \cdot (L\omega I) \cdot \cos(90^\circ + 37^\circ) \\ &= \left(\frac{200}{\sqrt{3}}\right)^2 + (8 \times 18,1)^2 - 2 \times \left(\frac{200}{\sqrt{3}}\right) \times (8 \times 18,1) \times \cos 127 \\ &\Rightarrow E \approx 233,3 \text{ V} \end{aligned}$$

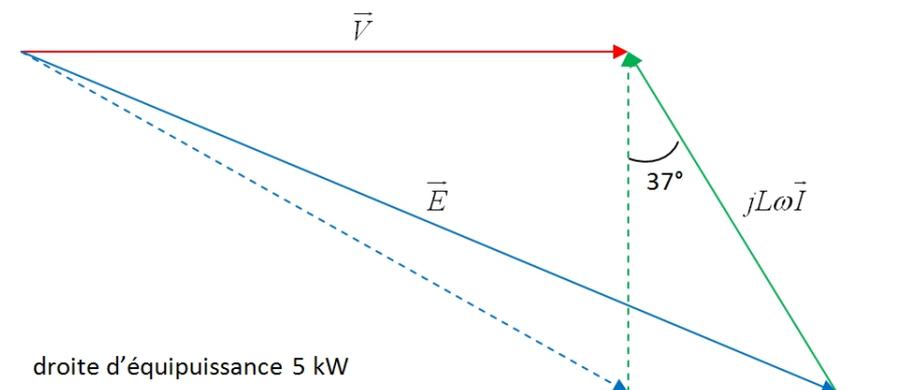


FIGURE 4.59 – Diagramme de Behn-Eschenburg de l'exercice 4.5.4 , question 2.1.

3. Il faut utiliser le diagramme de Behn-Eschenburg. On commence par tracer l'horizontale d'équipuissance correspondant à 4 kW. Une règle de trois permet de déterminer l'ordonnée de son point d'intersection avec l'axe vertical des puissances actives. Ensuite, il suffit de prendre quelques points de fonctionnement sur cette droite, mettons 3 dans le domaine « machine sous-excité », un à l'excitation « normale » et trois dans le domaine « machine sur-excité ». La figure 4.60 montre ces tracés (il en manque deux dans le domaine « machine sur-excité »).

On mesure ensuite la longueur des différents vecteurs $jL\omega\vec{I}$ et on en déduit I , on mesure \vec{E} et on reporte les couples I, E sur le graphique. L'allure des courbes obtenues est celle des courbes de Mordey, voir la figure 4.3.2.2.

4.5.12 corrigé de l'exercice 4.5.5, page 181

1. Facteur de puissance moyen :

$$\tan \varphi = \frac{\int \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot dt}{\int \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot dt} = \frac{16500}{13750} = 1,2 \Rightarrow \cos \varphi = 0,64$$

L'intégrale est étendue à 24 h.

2. Énergie réactive à fournir par la méthode de Boucherot :

	Énergie active (kWh)	Énergie réactive (kvarh)
Avant	13750	16500
Après	13750	$13750 \times \tan(\arccos 0,64) = 8500$

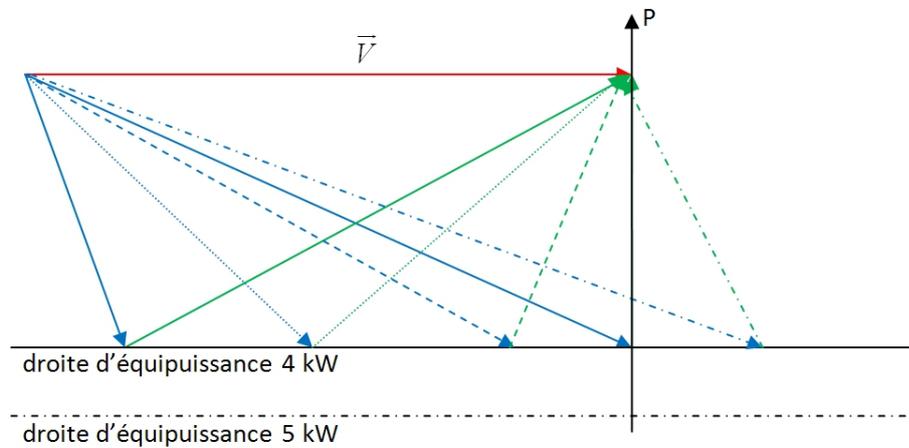


FIGURE 4.60 – Diagramme de Behn-Eschenburg pour la détermination des courbes de Mordey de l'exercice 4.5.4, question 3.

Il faudra donc que la machine synchrone fournisse une énergie réactive égale à :

$$16500 - 8500 = 8000 \text{ kvarh}$$

La puissance réactive du compensateur synchrone qui fonctionnera toute la journée sera donc :

$$\frac{8000}{24} = 333 \text{ kvar}$$

Puisque la puissance active absorbée est négligée, sa puissance apparente devra être : $S = 333 \text{ kVA}$

3. Appliquons à nouveau la méthode de Boucherot :

	Énergie active (kWh)	Énergie réactive (kvarh)
Avant	13750	16500
Après	$13750 + 24 \times 0,065Q$	$(13750 + 24 \times 0,065Q) \times \tan(\arccos 0,85)$

L'énergie réactive que doit fournir la machine sera : $16500 - 24Q = (13750 + 24 \times 0,065Q) \times \tan(\arccos 0,85)$.

Soit une puissance réactive de $Q = 319,6 \text{ kvar}$.

La puissance apparente de la machine sera : $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(319,6 \times 0,065)^2 + 319,6^2} \simeq 320 \text{ kVA}$.

4. Cette question se résout aisément graphiquement, moins facilement analytiquement. D'ailleurs le problème entier se prête bien à une résolution graphique à l'aide du triangle des puissances.

Sur la figure 4.61, OA représente la puissance active moyenne de l'usine $13750/24 = 573 \text{ kW}$; AC représente la puissance réactive moyenne de l'usine $16500/24 = 687 \text{ kvar}$. CD représente la puissance active absorbée par la machine synchrone, soit 22 kW .

Lorsque nous avons négligé la puissance active absorbée par le compensateur synchrone, la puissance réactive et apparente de cette machine était représentée par CB.

Lorsque nous avons tenu compte de la puissance active, la puissance apparente du compensateur synchrone était représenté par CE = 320 kVA ($CE < CB$).

La puissance apparente de 320 kVA de la machine est constante. Traçons la circonférence de centre C et de rayon CE = 320 kVA. Puis, du point O, menons la tangente à cette circonférence. Soit E' le point de tangence. La droite OE' forme avec OA l'angle φ'' correspondant à $\cos \varphi'' = 0,87$ (facteur de puissance maximum). La puissance active absorbée par la machine est, dans ces conditions, mesurée par CD'. Nous mesurons : $CD' = 153 \text{ kW}$.

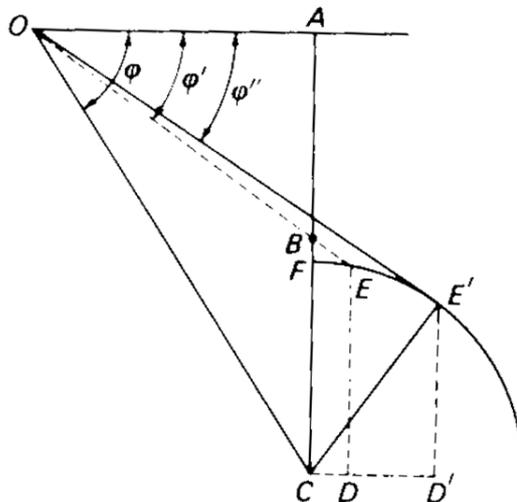


FIGURE 4.61 – Diagramme de Behn-Eschenburg pour l'exercice 4.5.5, question 4.

4.5.13 corrigé de l'exercice 4.5.6, page 182

1. 1.1. La formule de Ferraris nous donne : $N_s = \frac{f}{p} = \frac{50}{1} \times 60 = 3000 \text{ tr/min}$.

- 1.2. La même formule nous permet d'écrire : $p = \frac{f}{N_s} = \frac{400}{50} = 8$. L'alternateur comporte donc 8 paires de pôles, soit 16 pôles.
2. Traçons le diagramme de Behn-Eschenburg de l'alternateur, nous obtenons la figure 4.56. La résolution peut se faire graphiquement, c'est conseillé. Ou bien par les complexes, ce qui donne :

$$\underline{E} = 115/0^\circ + 0,75 \times 30/90^\circ - \arccos(0,6) \simeq 133,6/5,8^\circ \text{V}$$

Ou encore par Al-Kashi :

$$E^2 = 115^2 + (0,75 \times 30)^2 - 2 \times 115 \times (0,75 \times 30) \times \cos(180^\circ - (90^\circ - \arccos 0,6)) \Rightarrow E \simeq 133,7 \text{V}$$

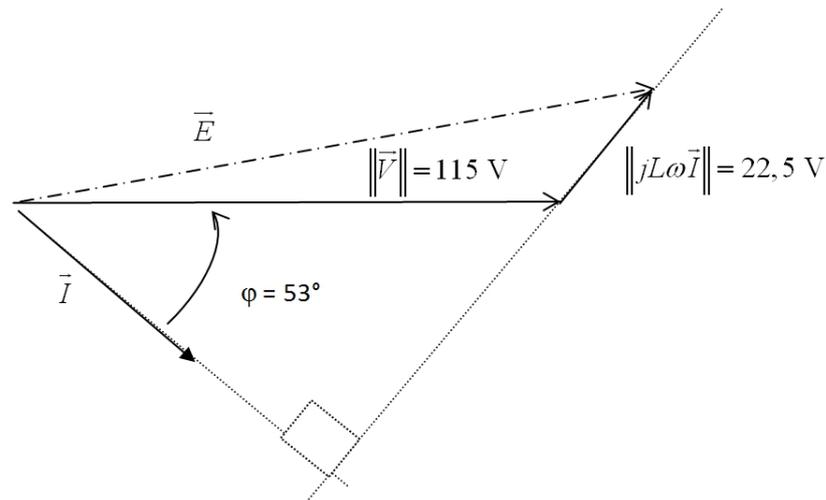


FIGURE 4.62 – Diagramme de Behn-Eschenburg pour l'exercice 4.5.6, question 2.

3. $P = 3V'I' \cos \varphi = 6210 \text{W}$.
 $P = C \times \Omega \Rightarrow C = \frac{6210}{2\pi \times 50} \simeq 19,8 \text{Nm}$.
4. 4.1. $\cos \varphi = 1 \Rightarrow P = 3VI \Rightarrow I = \frac{P}{3V} = \frac{6210}{3 \times 220} \simeq 9,4 \text{A}$.
 4.2. Le diagramme de Behn-Eschenburg du moteur est celui de la figure 4.63.

$$E^2 = 220^2 + (2 \times 9,44)^2 \Rightarrow E = 220,8 \text{V}$$

5. $I' = 0$ et $E = 220,8 \text{V}$. $P = 3VI \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm 90^\circ$. De plus, $I \neq 0$ car $jL\omega \vec{I} = \vec{E} - \vec{V} \neq 0$.

Le diagramme de Behn-Eschenburg est celui de la figure 4.64.

On en déduit : $L\omega I = E - V = 220,8 - 220 = 0,8 \Rightarrow I = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{A}$. Le moteur fonctionne en compensateur synchrone et fournit donc un peu d'énergie réactive au réseau.

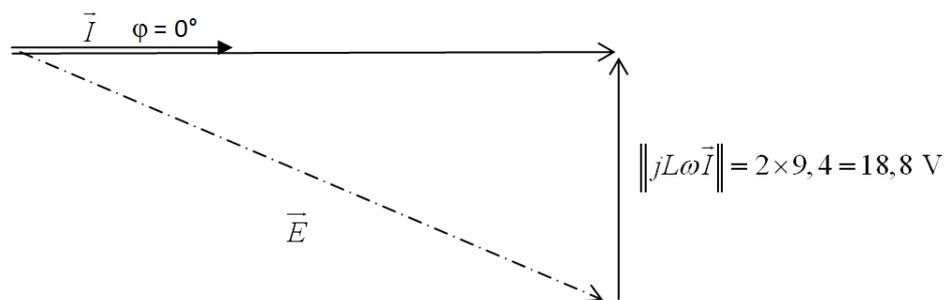


FIGURE 4.63 – Diagramme de Behn-Eschenburg pour l'exercice 4.5.6, question 4.2.

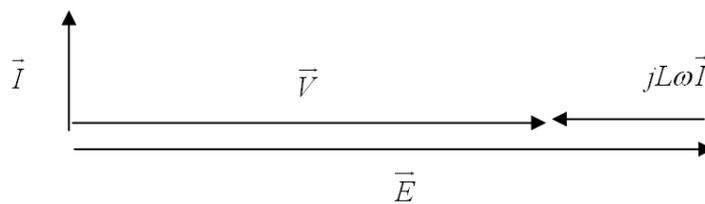


FIGURE 4.64 – Diagramme de Behn-Eschenburg pour l'exercice 4.5.6, question 5.

6. On a choisi un moteur synchrone pour la constance de sa vitesse qui entraîne une constance de la fréquence ce que le glissement d'un moteur asynchrone ne permettrait pas.

4.5.14 corrigé de l'exercice 4.5.7, page 183

1. Le schéma équivalent de la figure 4.65 permet de dessiner le diagramme de Behn-Eschenburg de la figure 4.66.

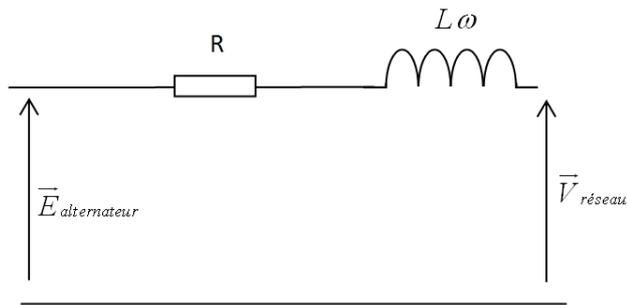


FIGURE 4.65 – Schéma équivalent pour l'exercice 4.5.7.

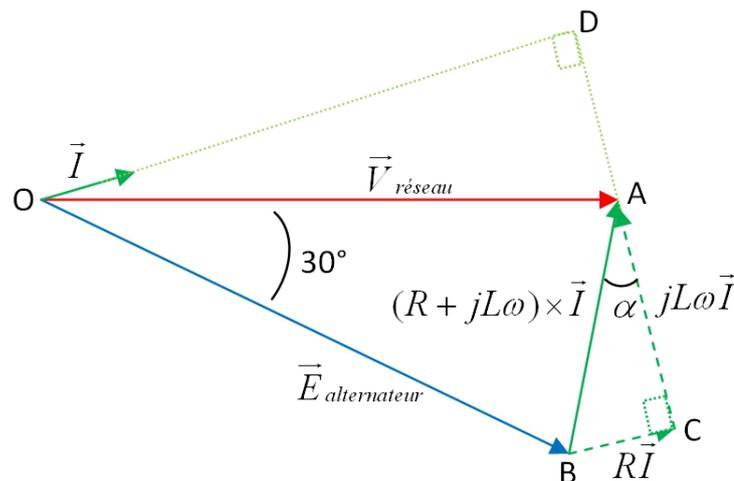


FIGURE 4.66 – Diagramme de Behn-Eschenburg pour l'exercice 4.5.7.

La figure 4.66 permet d'écrire : $\vec{E}_{\text{alternateur}} - \vec{V}_{\text{réseau}} = (R + jL\omega) \cdot \vec{I}$.
 Avec : $E_{\text{alternateur}} = \frac{6615}{\sqrt{3}} \approx 3820\text{V}$ et $V_{\text{réseau}} = \frac{6580}{\sqrt{3}} \approx 3799\text{V}$

$$\arctan \frac{R}{L\omega} = \alpha = \arctan \frac{0,5}{1,5} = 18,4^\circ$$

La solution peut être obtenue graphiquement ou par résolution des triangles OAB et ABC.

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 30^\circ = (R^2 + (L\omega)^2) \cdot I^2$$

$$\text{Soit : } 3,88897 \cdot 10^6 = 2,5 \times I^2 \Rightarrow I \approx 1250\text{A}$$

2. Calculons le déphasage de φ de \vec{I} sur $\vec{V}_{\text{réseau}}$:

$$\text{Dans le triangle OAB, on a : } \widehat{OAB} + 30^\circ + \widehat{OBA} = 180^\circ$$

Angle plat en A : $\widehat{OAD} + \widehat{OAB} + \alpha = 180^\circ$

On a donc : $\widehat{OAD} + \widehat{OAB} + \alpha = \widehat{OAB} + 30^\circ + \widehat{OBA} \Rightarrow \widehat{OAD} = 30^\circ + \widehat{OBA} - \alpha$

Dans le triangle OAD, on a :

$$\begin{aligned} \varphi + 90^\circ + \widehat{OAD} &= 180^\circ \Rightarrow \varphi = 90^\circ - \widehat{OAD} \\ &\Rightarrow \varphi = (90^\circ - 30^\circ) - \widehat{OBA} + \alpha \end{aligned}$$

Or : $\frac{AB}{\sin 30^\circ} = \frac{OA}{\sin \widehat{OBA}}$ soit : $\sin \widehat{OBA} = \frac{3799}{\sqrt{3,88897 \cdot 10^6}} \times 0,5 = 0,96$

$\widehat{OBA} = 74,1^\circ$

D'où $\varphi = 4,3^\circ$ et $\cos \varphi \simeq 1$

L'appel de puissance est alors de : $P = 3VI \cos \varphi = \sqrt{3} \times 6580 \times 1250 \times 1 \simeq 14,3 \text{ MW}$

3. La puissance calculée ci-dessus est responsable du couple de torsion qui apparaît au niveau de l'accouplement diesel - alternateur. Le moteur diesel entraîne l'accouplement à vitesse constante N_S tandis que l'alternateur fonctionnera quelques très bref instant en moteur, essayant de faire tourner l'arbre moteur - alternateur et donc l'accouplement du nombre de degré nécessaire pour annuler le déphasage.

Le couple de torsion sera égal à :

$$C = \frac{P}{2\pi N_S} = \frac{14,3 \cdot 10^6}{2\pi \cdot \frac{60}{5}} \simeq 190 \text{ kNm}$$

Ce couple est appliqué très brutalement au niveau de l'accouplement. Au mieux, le gougeons de l'accouplement cassent au pire ce sont les arbres de l'alternateur et/ou du moteur diesel qui risquent la rupture.

Chapitre 5

Machines asynchrones

Les machines asynchrones sont très utilisées (on estime que 80% des moteurs de la planète sont des moteurs asynchrones) car leur coût est inférieur à celui des autres machines, de plus ces machines sont robustes . Comme les autres machines, la machine asynchrone est réversible et de très nombreuses génératrices asynchrones de puissance inférieure à quelques 5 MW fournissent un surplus d'énergie active aussi bien sur des réseaux terrestres qu'à bord des navires.

La gamme de puissance couverte par les machines asynchrones est très étendue : de quelques 5 watts pour des moteurs asynchrones monophasés à bagues de déphasage aux 36,8 MW des moteurs à cage d'écureuil des futurs porte-avions britannique de la classe « HMS Queen Elisabeth », en passant par les 24 MW des moteurs asynchrones à cage d'écureuil assurant la propulsion de la série de paquebots « Norwegian Epic ».

5.1 Symboles

Voici les différents symboles employés pour représenter la machine asynchrone :

5.2 Structure - Principes de fonctionnement

5.2.1 Structure

Une machine asynchrone comprend généralement :

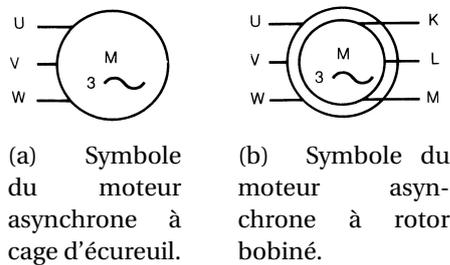


FIGURE 5.1 – Symboles du moteur asynchrone.

- un stator triphasé comportant p paires de pôles par phase, identique à celui d'une machine synchrone;
- un rotor constitué de conducteurs mis en circuit fermé. On rencontre deux types de rotor :
 - rotor bobiné : l'enroulement, semblable à celui du stator, comporte p paires de pôles par phase ; les trois paires sont reliées à trois bagues qui permettent d'insérer un rhéostat dans le circuit rotorique. Ce moteur est aussi nommé moteur à bagues.
 - rotor à cage : le rotor est constitué de barreaux de cuivre ou d'aluminium reliés aux deux extrémités par deux couronnes conductrices. Ce modèle (en forme de cage d'écureuil) peu coûteux et très robuste est le plus répandu.

Afin d'éviter l'affaiblissement du champ magnétique statorique dû à une trop grande réluctance, le rotor est rempli de disques de tôles d'acier de faible épaisseur (2 à 3 dixième de millimètre) et isolés électriquement par traitement chimique de la surface (phosphatation). Pour mémoire, le fer est le matériau le moins réluctant.

Les enroulements du stator sont connectés aux phases d'alimentation par les branchements effectués sur la *plaque à bornes*. Les trois ensembles de p bobines par phase sont connectés aux 6 bornes de la plaque à bornes de la manière indiquée par la figure 5.8.

C'est au niveau de la plaque à bornes que l'on peut modifier le couplage de la machine. La figure 5.9 montre comment effectuer un couplage en étoile grâce aux barrettes de cuivre effectuant la liaison entre les six bornes. La figure 5.10 montre comment effectuer un couplage en triangle.

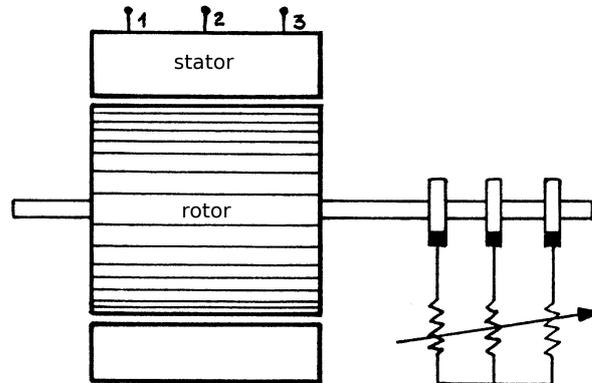


FIGURE 5.2 – machine asynchrone à rotor bobiné.

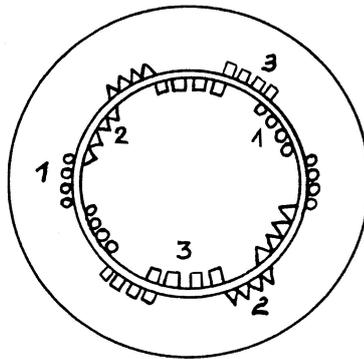


FIGURE 5.3 – machine asynchrone à rotor bobiné.

5.2.2 Principes de fonctionnement

Le stator, alimenté par un réseau de fréquence f , crée une induction tournante B_S de vitesse N_S , telle que $N_S = \frac{f}{p}$.

Supposons le rotor immobile : il est balayé par cette induction et des forces électromotrices sont engendrées dans les conducteurs (loi de Faraday $e = \frac{d\phi}{dt}$).

Comme les circuits rotoriques sont *fermés*, des courants rotoriques prennent naissance. Il apparaît des forces électromotrices dues à l'action de l'induction statorique sur les courants rotoriques. En vertu de la loi de Lenz, ces forces tendent à entraîner le rotor dans le sens des inductions tournantes. Il existe un *couple de démarrage*, le rotor se met à tourner si le couple est suffisant.

Pour qu'il y ait couple, il faut donc :

- que les circuits rotoriques soient fermés, sinon les courants rotoriques



FIGURE 5.4 – les trois bagues de l'arbre moteur d'une machine asynchrone à rotor bobiné.

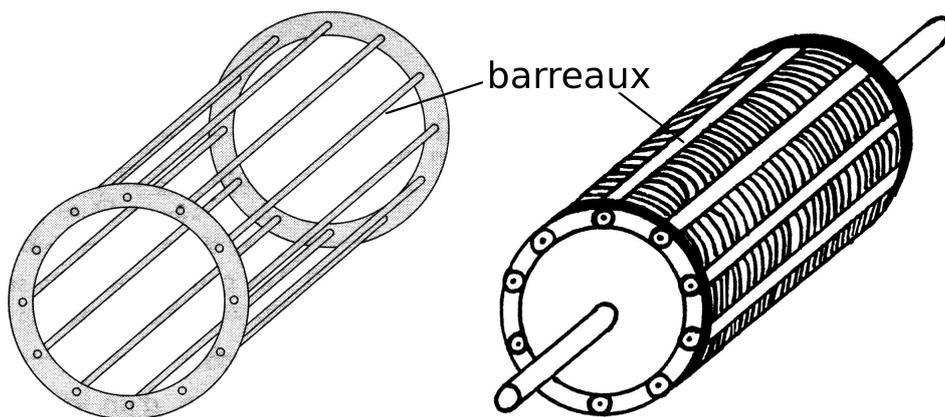


FIGURE 5.5 – rotor à cage d'écureuil, la cage vide de fer à gauche et remplie de rondelles de fer à droite.

sont nuls ;

- que la vitesse N prise par le rotor soit différente de la vitesse N_S de l'induction. Si $N = N_S$, les conducteurs tournent à la vitesse de l'induction statorique, aucune f.é.m. n'est induite, et par conséquent aucun courant ne circule dans le rotor : il ne peut y avoir de couple.

On obtient donc un résultat très différent de celui de la machine synchrone pour laquelle il n'y avait de couple qu'au synchronisme. Pour la machine synchrone :

- si $N < N_S$ couple moteur ;

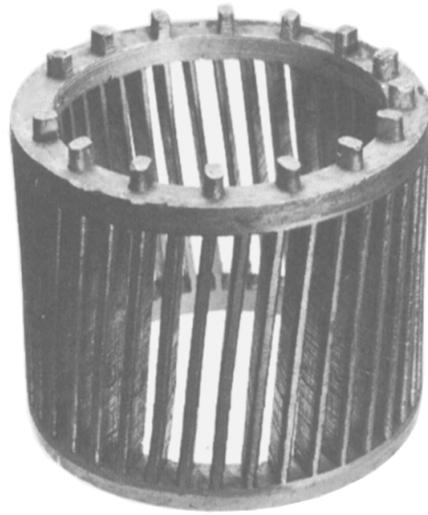


FIGURE 5.6 – rotor à cage d'écureuil, le rotor est en aluminium injecté et moulé sous pression sur les rondelles de fer ; celles-ci ont été éliminées avec de l'acide afin de rendre la cage d'écureuil parfaitement visible.

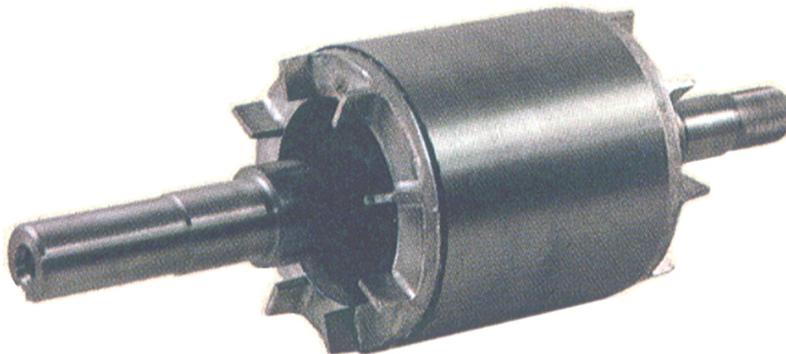


FIGURE 5.7 – L'aspect extérieur d'un rotor à cage ne permet pas de distinguer la cage d'écureuil pourtant bien présente à l'intérieur.

- si $N = N_S$ couple nul ;
- si $N > N_S$ couple de freinage.

REMARQUES :

- Le nombre de pôles doit être le même au rotor et au stator. Dans le cas de la cage d'écureuil, ce résultat est automatique. La répartition des f.é.m. dans les barreaux de la cage est imposée par les pôles de l'inducteur statorique fictif : deux barreaux distants de $180^\circ/p$ ont des f.é.m. opposées et constituent une « spire » dans laquelle circule le courant rotorique. Le nombre de pôles rotoriques est donc égal à p .

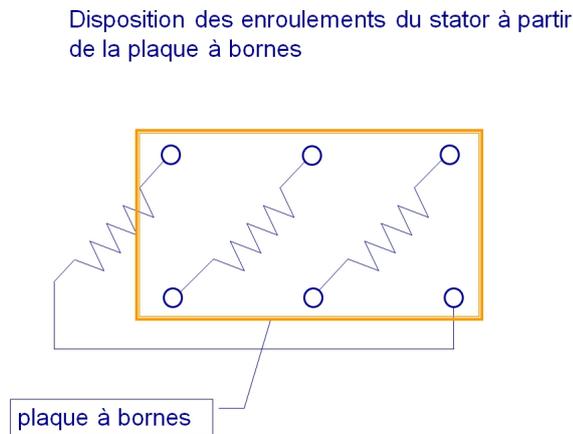


FIGURE 5.8 – Plaque à bornes d’une machine asynchrone triphasée.

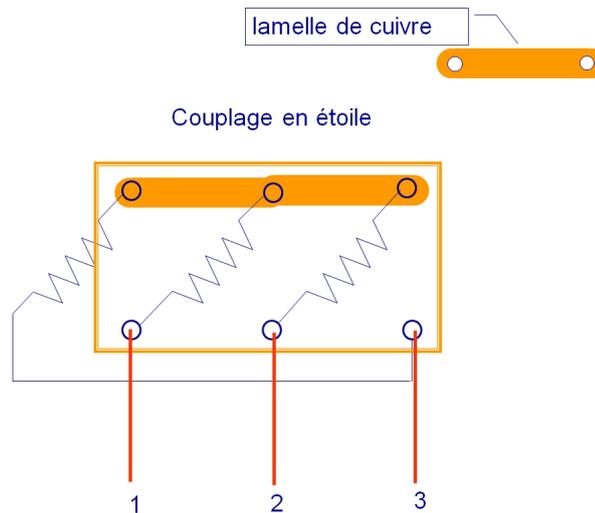


FIGURE 5.9 – Couplage du stator en étoile d’une machine asynchrone triphasée.

- Démarrage en asynchrone d’un moteur synchrone : on place souvent une cage d’écureuil sur l’inducteur d’un moteur synchrone. Cette cage s’oppose aux déplacements relatifs du rotor par rapport à l’induction tournante du stator et par suite amortit le mouvement de décalage du rotor lors des phénomènes transitoires dus aux variations brusques de couple (amortisseur Leblanc).

Comme pour le moteur asynchrone, le démarrage est alors possible en l’absence d’excitation continue. Si le moteur est à vide, il atteindra presque la vitesse de synchronisme et on pourra alors le synchroniser en l’excitant. Ce mode de démarrage, très simple, ne convient qu’aux moteurs

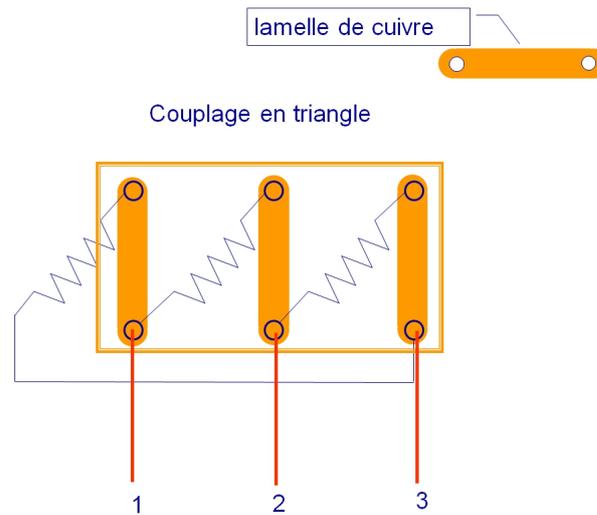


FIGURE 5.10 – Couplage du stator en triangle d’une machine asynchrone triphasée.

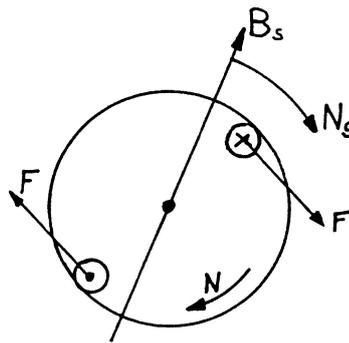


FIGURE 5.11 – Principe de fonctionnement d’une machine asynchrone.

synchrones de faible puissance en raison du courant et du couple élevés lors de la synchronisation.

5.2.3 Glissement - fréquences rotoriques

5.2.3.1 Glissement

L’origine des courants rotoriques réside dans la différence des vitesses N_s et N . On introduit une grandeur fondamentale, sans dimension, le glissement g définit par :

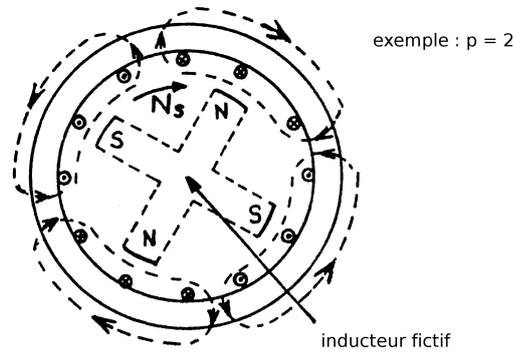


FIGURE 5.12 – Une machine asynchrone comporte le même nombre de pôles au rotor et pour une phase statorique.

$$g = \frac{N_s - N}{N_s} = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$$

Notons que :

$N = 0$	$g = 1$	démarrage
$N = N_s$	$g = 0$	synchronisme
$0 < N < N_s$	$0 < g < 1$	moteur
$N > N_s$	$g < 0$	génératrice

5.2.3.2 Fréquences rotoriques

La vitesse relative de l'induction statorique par rapport au rotor est :

$$N_s - N = gN_s$$

Par suite, le rotor ayant p paires de pôles, la fréquence des f.é.m. et des courants est donc :

$$f_R = p(gN_s) \text{ et comme } N_s = \frac{f}{p}$$

$$f_R = gf$$

La fréquence des grandeurs rotoriques est proportionnelle au glissement. En général, le glissement sera faible et la fréquence rotorique sera faible elle aussi (quelques hertz).

APPLICATION : On peut mesurer directement le glissement en mesurant la fréquence rotorique f_R . Comme g est faible, la précision obtenue est meilleure

qu'en mesurant N_S , N et en faisant la différence. Dans le cas du moteur à rotor bobiné, il est facile d'accéder à une tension détectable (entre deux bagues par exemple). Pour le moteur à cage, on peut, si nécessaire, détecter les faibles tensions induites entre les extrémités de l'arbre.

5.2.3.3 Inductions tournantes

Les courants rotoriques, de fréquence f_R , engendrent à leur tour une induction rotorique qui tourne à la vitesse $\frac{f_R}{p} = \frac{gf}{p} = gN_S$

L'induction rotorique tourne donc, elle aussi, à la vitesse N_S par rapport au stator :

$$gN_S + N = N_S$$

Quelle que soit la vitesse du rotor, les inductions statoriques et rotoriques ont toujours la vitesse N_S . De leur composition provient le couple électromagnétique C_e qui est produit à la vitesse N_S comme dans une machine synchrone et transmis au rotor. Les lois de la dynamique impliquent qu'en régime permanent ($N = \text{constante}$), ce couple soit égal au couple mécanique résistant C_m opposé au rotor.

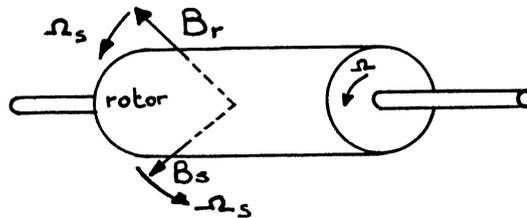


FIGURE 5.13 – Les champs rotoriques et statoriques d'une machine asynchrone tournent à la même vitesse.

5.2.3.4 Bilan de puissance

On peut regrouper sur un diagramme les diverses pertes de puissance active du moteur :

- Puissance absorbée : $P_a = 3V_1 I_1 \cos \varphi_1$.
- Pertes Joule du stator : si R_1 est la résistance d'une phase statorique, alors $P_{JS} = 3R_1 I_1^2$.

teur :

$$P_e = C_e 2\pi N_S = P_m + P_{JR} = C_e 2\pi N + P_{JR}$$

$$P_{JR} = C_e 2\pi (N_S - N) = C_e 2\pi g N_S = g P_e$$

$$P_{JR} = g P_e = g C_e \Omega_S$$

En négligeant les pertes fer rotor, on voit que les pertes Joule rotor sont directement liées à la production de puissance électromagnétique. Si C_e n'est pas nul, comme g est nécessairement différent de zéro, il faut qu'il y ait des pertes Joule rotor. Cette constatation, spécifique des machines asynchrones, implique une incidence directe sur le rendement. On a :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_m} \times \frac{P_m}{P_e} \times \frac{P_e}{P_a} < \frac{P_m}{P_e}$$

$$\text{Or : } \frac{P_m}{P_e} = \frac{N}{N_S} = 1 - g$$

$$\text{Donc : } \eta < \frac{N}{N_S}$$

Le rendement est directement lié à la vitesse de rotation. Ainsi, par exemple :

- si $N = \frac{N_S}{2}$, le rendement sera inférieur à 0,5 ;
- si $N = 0,9 \cdot N_S$, le rendement sera inférieur à 0,9.

Il faudra donc, en pratique, limiter le fonctionnement du moteur aux faibles glissements, sinon le rendement devient faible et l'échauffement du rotor important.

5.3 Équations - Schéma équivalent

5.3.1 Équations

Le fonctionnement étant en régime triphasé équilibré, on étudie que les grandeurs relatives à une phase. Soit I_1 le courant d'une phase statorique et I_2 celui d'une phase rotorique. Ces courants engendrent des forces magnétomotrices tournantes de vitesse N_S : $n'_1 I_1$ et $n'_2 I_2$. n'_1 et n'_2 étant les nombres de spires de chaque enroulement corrigés par les coefficients de Kapp pour tenir compte de leur disposition géométrique à la périphérie de l'entrefer.

En prenant la même convention de signe que pour le transformateur, la relation de Hopkinson permet d'obtenir le flux Φ engendré par le stator et le rotor, \mathcal{R} étant la réluctance du circuit magnétique :

$$n'_1 \underline{I}_1 - n'_2 \underline{I}_2 = \mathcal{R} \Phi$$

$n'_1 \underline{I}_1$ est en phase avec $B_{\text{statorique}}$ et $n'_2 \underline{I}_2$ en opposition avec $B_{\text{rotorique}}$

Comme pour le transformateur, on peut introduire le courant magnétisant \underline{I}_{10} correspondant au flux Φ et ajouter le courant \underline{I}_{1F} représentant les pertes fer du circuit magnétique :

$$n'_1 \underline{I}_{10} = \mathcal{R} \Phi$$

$$n'_1 \underline{I}_1 - n'_2 \underline{I}_2 = n'_1 \underline{I}_{10} + n'_1 \underline{I}_{1F}$$

ou :

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} + \underline{I}_{1F} + \frac{n'_2}{n'_1} \underline{I}_2$$

La loi d'Ohm Faraday appliquée à un enroulement statorique donne, en notant R_1 la résistance de la phase et ℓ_1 son inductance de fuites :

$$\underline{V}_1 = j n'_1 \omega \Phi + j \omega \ell_1 \underline{I}_1 + R_1 \underline{I}_1$$

Au rotor, le flux Φ a la même valeur efficace mais il tourne, par rapport au rotor, à une vitesse apparente ($g \Omega_s$) et la pulsation rotorique est donc $g \omega = \omega_r$.

On aura donc, en notant R_2 la résistance d'un enroulement et ℓ_2 son inductance de fuites :

$$\underline{V}_2 = j n'_2 (g \omega) \Phi - j (g \omega) \ell_2 \underline{I}_2 - R_2 \underline{I}_2$$

Comme les phases du rotor sont en court-circuit, on aura : $V_2 = 0$; si on utilise un rhéostat rotorique, on inclut sa résistance dans R_2 .

En divisant par g l'expression précédente, on obtient, compte tenu de $V_2 = 0$:

$$0 = j n'_2 \omega \Phi - j \omega \ell_2 \underline{I}_2 - \frac{R_2}{g} \underline{I}_2$$

On peut interpréter aisément cette expression en considérant un courant \underline{I}_2 , de même valeur efficace que le courant rotorique réel \underline{I}_2 , mais de pulsation ω au lieu de $(g \omega)$.

5.3.1.1 Schéma équivalent

Ces équations conduisent à un schéma équivalent de transformateur dont le primaire est le stator et le secondaire le rotor. Avant de diviser l'équation de maille du rotor par g , on a le schéma de la figure 5.16.

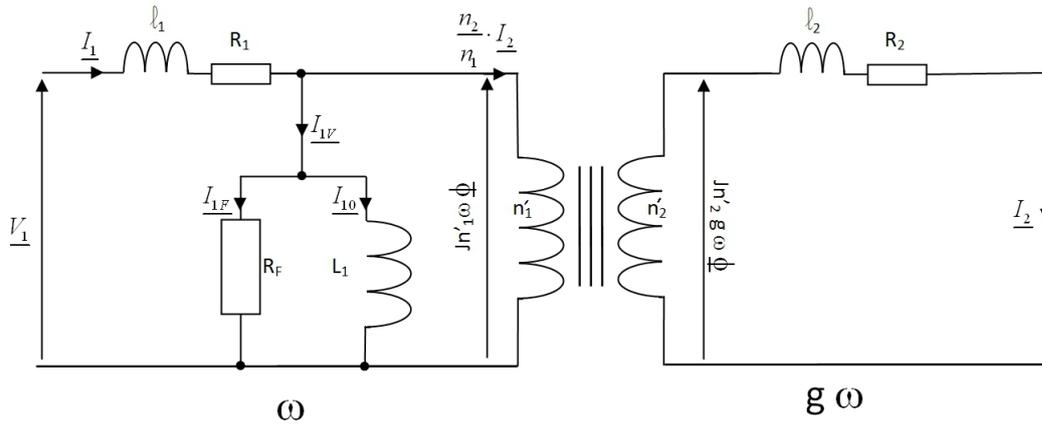


FIGURE 5.16 – Schéma équivalent d'une machine asynchrone, stator et rotor sont à des pulsations différentes.

En divisant l'équation 5.3.1 par g , on fait apparaître un schéma équivalent 5.17 où stator et rotor sont à la même pulsation ω :

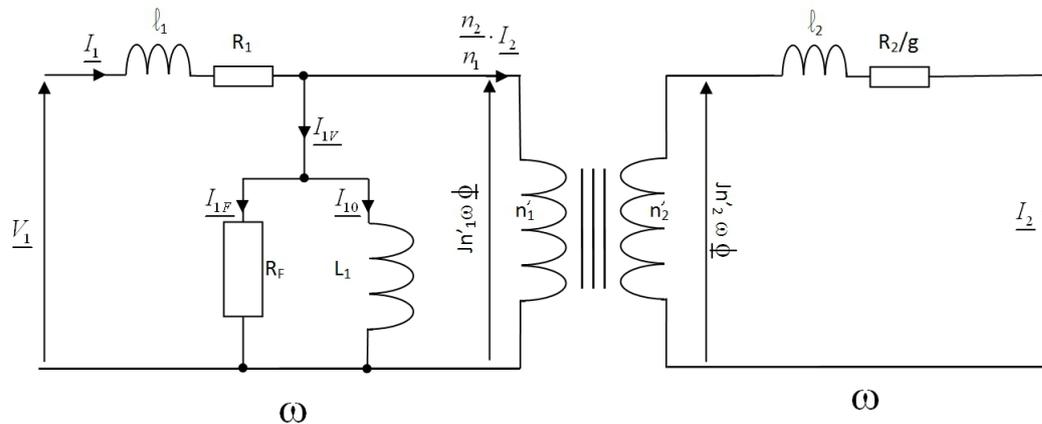


FIGURE 5.17 – Schéma équivalent d'une machine asynchrone, stator et rotor sont à la même pulsation ω .

Bien que le courant I_{10} soit relativement plus élevé, en raison de l'entrefer, que dans le cas du transformateur, on peut cependant négliger la chute de tension supplémentaire due à ce courant dans R_1 et l_1 et transformer le schéma ainsi que le montre la figure

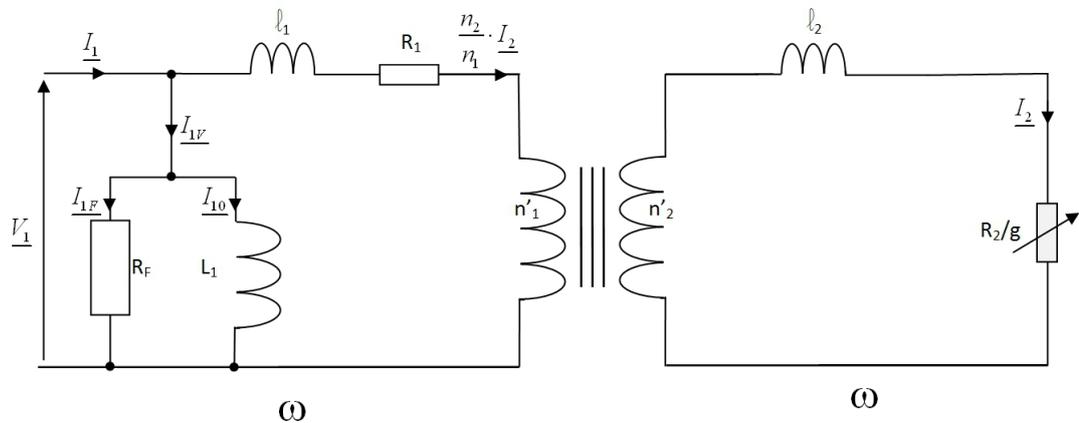


FIGURE 5.18 – Schéma équivalent d'une machine asynchrone, stator et rotor sont à la même pulsation ω .

Ou en ramenant tout au rotor, on obtient le schéma de la figure 5.19 :

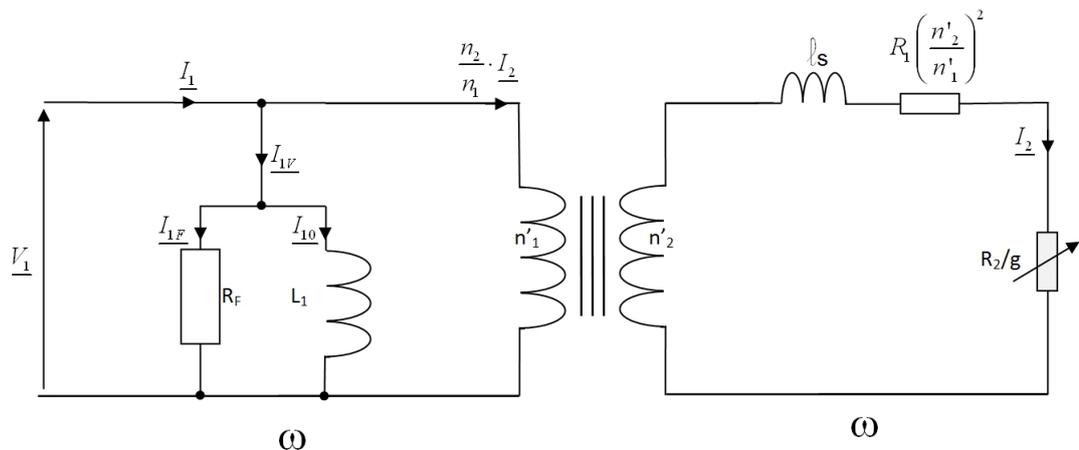


FIGURE 5.19 – Schéma équivalent d'une machine asynchrone, stator et rotor sont à la même pulsation ω .

avec : $l_s = l_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 l_1$ inductance de fuite ramenée au rotor.

Ce dernier schéma (voir figure 5.19) représente convenablement les propriétés du moteur asynchrone. On remarque que le glissement et la résistance rotorique n'interviennent que couplés dans le rapport $\left(\frac{R_2}{g}\right)$.

$\frac{R_2}{g}$ est une résistance *fictive*, fonction de la vitesse de rotation N , on l'appelle

*résistance motionnelle*¹.

En particulier, pour $g=0$ ($N = N_S$), le courant I_2 est nul puisque $\frac{R_2}{g}$ est infini, on retrouve les résultats de l'étude préliminaire. Le courant statorique comprend uniquement I_{10} et I_{1F} . Ce fonctionnement correspond au couple électromagnétique nul et le courant absorbé est alors nommé *courant à vide* I_{1V} :

$$\underline{I_{1V}} = \underline{I_{10}} + \underline{I_{1F}}$$

Le moteur à vide est équivalent à l'inductance L_1 du stator (le rotor, sans courants, n'intervient pas) :

$$\underline{V_1} = j\omega L_1 \underline{I_{10}} \text{ avec } L_1 = \frac{(n'_1)^2}{\mathcal{R}}$$

On peut, en outre, retrouver le bilan des puissances actives ; la puissance absorbée se retrouve :

- en pertes fer stator dans la résistance R_F ;
- en pertes Joule stator dans la résistance R_1 ;
- en puissance électromagnétique P_e correspondant à la puissance dissipée dans $\frac{R_2}{g}$:

$$P_e = 3 \times \frac{R_2}{g} \times I_2^2$$

Or, les pertes Joule rotor s'écrivent toujours :

$$P_{JR} = 3R_2 I_2^2 = gP_e$$

La différence $P_e - P_{JR}$ est donc la puissance mécanique P_m et le rendement est inférieur à : $\eta < \frac{P_m}{P_e} = 1 - g$

5.3.1.2 Couple et courant à glissement faible

L'utilisation normale du moteur asynchrone correspond aux faibles glissements g ($g < 0,1$) et les calculs étant alors particulièrement simples, il est utile de commencer par cette étude.

On suppose donc : $\frac{R_2}{g} \gg \ell_S \omega$ ou $g \ll \frac{R_2}{\ell_S \omega}$

1. motionnelle : du latin motio : mouvement, penser à l'anglais « motion picture » littéralement « images en mouvement » qui veut dire film

$\left(R_1 \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2\right)$ étant à priori négligé.

La notion de glissement faible est toute relative car elle dépend de la valeur de R_2 devant $l_s \omega$. Le schéma équivalent est alors celui de la figure 5.20

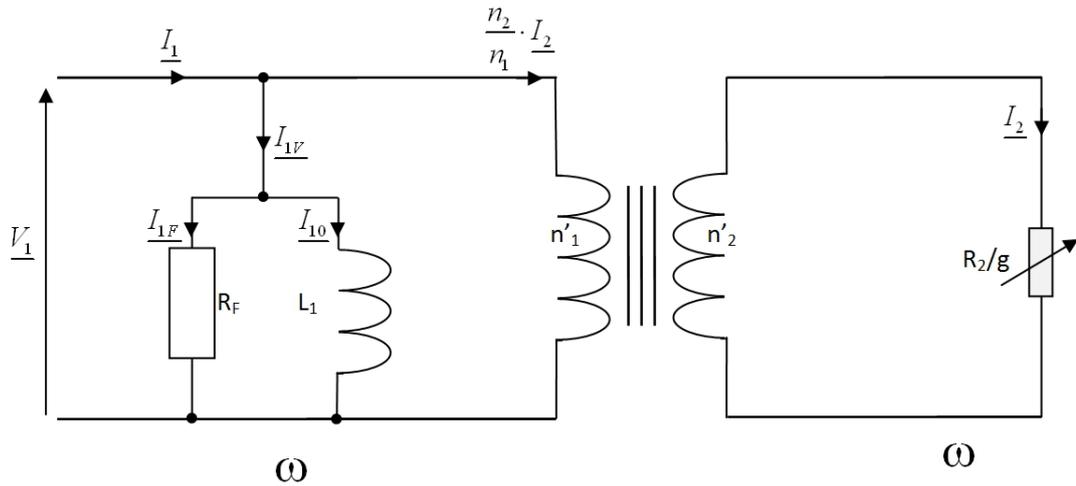


FIGURE 5.20 – Schéma équivalent d'une machine asynchrone à glissement faible.

On obtient :

$$\underline{I}_2 = \frac{n'_2}{n'_1} \underline{V}_1 \frac{g}{R_2}$$

Soit : $\underline{I}_1 = \underline{I}_{1V} + \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 \underline{V}_1 \frac{g}{R_2}$

Dans cette relation, \underline{I}_{1V} est constant. Le second terme, proportionnel au glissement, est en phase avec \underline{V}_1 et on obtient le diagramme vectoriel de la figure 5.21 qui donne I_1 et φ_1 :

Lorsque la vitesse N varie, le point M se déplace sur la droite Δ . Pour $N = N_S$ ($g=0$), il est en A. La puissance électromagnétique P_e et le couple C_e sont tels que :

$$P_e = 3 \frac{R_2}{g} I_2^2 = 3 \frac{R_2}{g} \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 \frac{g^2}{R_2^2} V_1^2 = C_e \Omega_S$$

Soit : $C_e = \frac{3}{\Omega_S} \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 V_1^2 \frac{g}{R_2}$ ou $C_e = k V_1^2 \frac{g}{R_2}$

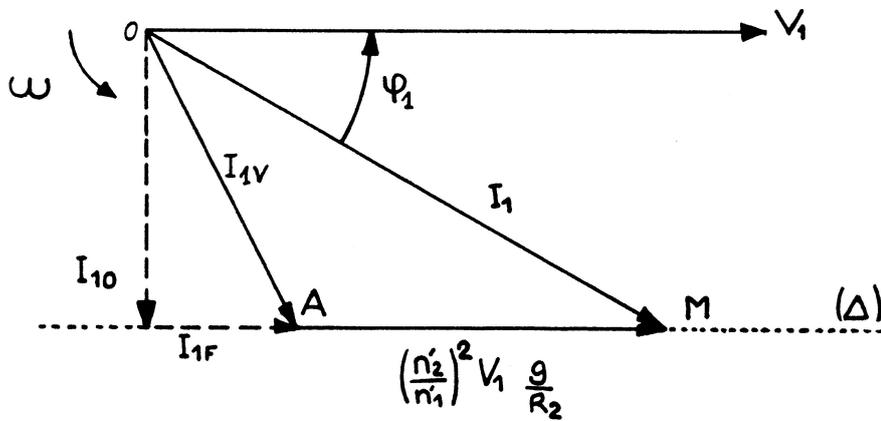


FIGURE 5.21 – Diagramme vectoriel d'une machine asynchrone à glissement faible.

Pour un réseau donné (V_1 et Ω_s constantes), le couple est proportionnel au glissement si R_2 est constante.

On en déduit la caractéristique mécanique $C_e = f(N)$, en traçant tout d'abord $C_e = f(g)$ et en effectuant le changement d'origine comme le montre la figure 5.22

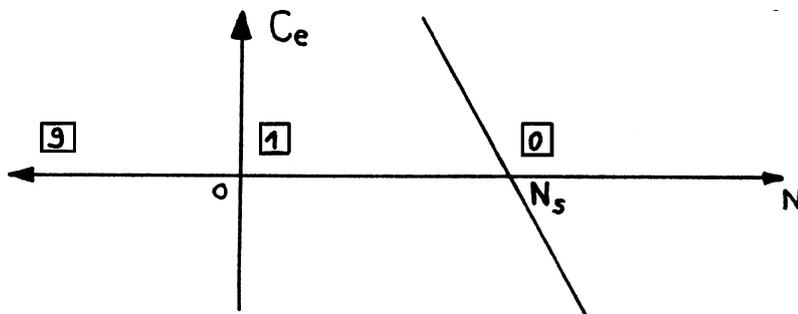


FIGURE 5.22 – Caractéristique mécanique d'une machine asynchrone à glissement faible.

REMARQUE : Si la tension V_1 est constante, on peut transformer le diagramme de courants en diagramme de puissances, en projetant le point M sur deux axes orthogonaux comme le montre la figure 5.23

$$\overline{OH} = I_1 \cos \varphi_1$$

$$P_a = 3V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 3V_1 \overline{OH}$$

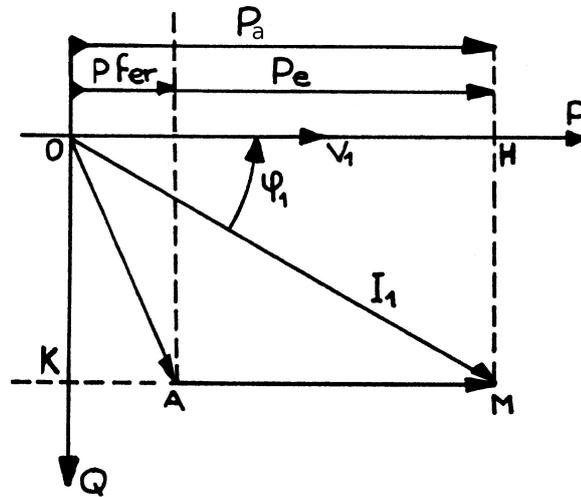


FIGURE 5.23 – Diagramme des puissances d’une machine asynchrone à glissement faible.

$$Q_a = 3V_1 I_1 \sin \varphi_1 = 3V_1 \overline{OK}$$

On peut donc graduer les axes en P et Q.

On a : $\overline{KA} = I_{1F}$.

Comme : $p_F = 3V_1 I_{1F} = 3V_1 \overline{KA}$, à la même échelle \overline{KA} représente les pertes fer stator.

\overline{AM} représente donc, toujours à la même échelle, la puissance électromagnétique (donc aussi le couple).

$$P_e = 3V_1 I_1 \cos \varphi_1 - 3V_1 I_{1F} = 3V_1 \overline{AM} = C_e \Omega_s$$

On retrouve le bilan de puissance sur le graphe de la figure 5.23.

5.4 Étude du courant et du couple

Si on ne néglige plus les fuites, ni la résistance du stator, on a d’après le schéma équivalent de la figure 5.20 :

$$\underline{I_2} = \frac{n'_2}{n'_1} V_1 \frac{1}{R_1 \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 + \frac{R_2}{g} + j\omega l_s}$$

Cette expression, correcte, facilement utilisable pour des calculs ponctuels, conduit à une étude générale assez complexe. Pour permettre une étude complète simple, nous négligerons, comme dans le cas de la machine synchrone, la résistance statorique. Même si le glissement est élevé, cette hypothèse reste approximativement vérifiée si $R_1 \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 \ll \omega l_s$. On a alors :

$$\underline{I_2} = \frac{n'_2}{n'_1} V_1 \frac{1}{\frac{R_2}{g} + j\omega l_s}$$

5.4.1 Courant absorbé - Diagramme du cercle

5.4.1.1 Courant absorbé

On a :

$$\underline{I_1} = \underline{I_{1V}} + \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 V_1 \frac{1}{\frac{R_2}{g} + j\omega l_s}$$

ou :

$$\underline{I_1} = \underline{I_{1V}} + \underline{I'_1}$$

Lorsque la vitesse varie, seule la composante $\underline{I'_1}$ varie.

Soit : $\underline{I'_{1\infty}}$, la valeur de $\underline{I'_1}$ quand $g = \infty$

$$\underline{I'_{1\infty}} = \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 \frac{V_1}{j\omega l_s}$$

Ce courant, limité par l'inductance de fuites, est déphasé de 90° sur V_1 et il est constant (indépendant de g).

$$\underline{I'_1} = \underline{I'_{1\infty}} \cdot \frac{1}{\frac{R_2}{jg\omega l_s} + 1} = \underline{I'_{1\infty}} \cdot \frac{1}{1 - j \frac{R_2}{g\omega l_s}}$$

Soit :

$$\underline{I'_{1\infty}} = \underline{I'_1} - j \frac{R_2}{g\omega l_s} \cdot \underline{I'_1}$$

Cette somme correspond au diagramme de Fresnel suivant de la figure 5.24

Comme I'_{∞} est constant, le point M, extrémité de I'_1 , décrit un cercle de diamètre $AB = I'_{\infty}$. La tangente de l'angle α est directement proportionnelle au glissement si R_2 est constante :

$$\tan \alpha = \frac{\omega l_s}{R_2} \cdot g$$

Si $g = 0$, M est en A ; $g = \infty$, M est en B.

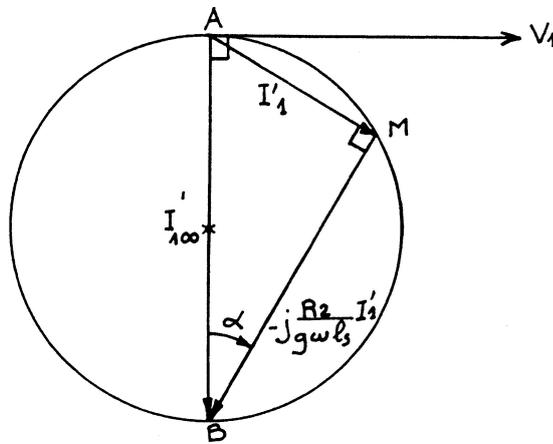


FIGURE 5.24 – Diagramme de Fresnel d'une machine asynchrone : diagramme du cercle.

Compte tenu du courant absorbé à vide, I_{1V} , on aura pour I_1 le diagramme définitif de la figure 5.25

NOTA : Le diagramme simplifié du paragraphe 5.3.1.2 correspond à la tangente au cercle en A (droite Δ). Si le glissement est faible (α faible), les deux lieux se confondent.

5.4.1.2 Détermination expérimentale

Un des intérêts de ce diagramme est qu'il ne nécessite que deux essais expérimentaux pour déterminer le cercle : le centre étant sur une normale à V_1 passant par A, on détermine deux points de ce cercle.

Essai à vide pour $N = N_s$ ($g = 0$)

Le rotor est entraîné à la vitesse N_s par un moteur auxiliaire. Le couple électromagnétique est nul. En pratique, on laisse le moteur tourner à vide, comme les

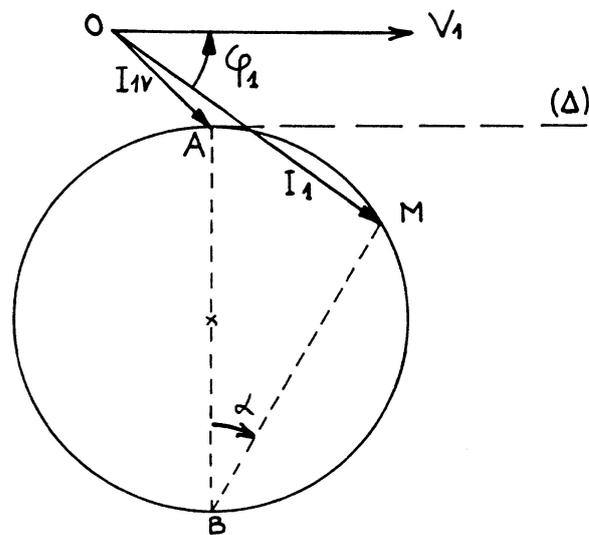


FIGURE 5.25 – Diagramme du cercle d'une machine asynchrone.

frottements sont faibles, le glissement est pratiquement nul. On mesure I_{1V} , la puissance P_{1V} qui est alors égale aux pertes fer stator :

$$P_{1V} = 3V_1 I_1 \cos \varphi_{1V}$$

$$P_{1V} = 3V_1 I_{1F}$$

On peut donc tracer le vecteur \vec{I}_{1V} .

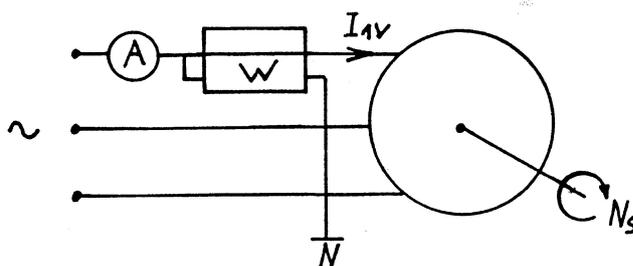


FIGURE 5.26 – Essais à vide pour la détermination du diagramme du cercle.

Essai à rotor bloqué pour $N = 0$ ($g = 1$)

Le second essai correspond au démarrage. Comme les courants sont trop élevés, il faut réduire la tension d'alimentation V_1 pour cet essai, le courant mesuré

étant alors réduit dans le même rapport m ; le rotor doit être mécaniquement bloqué.

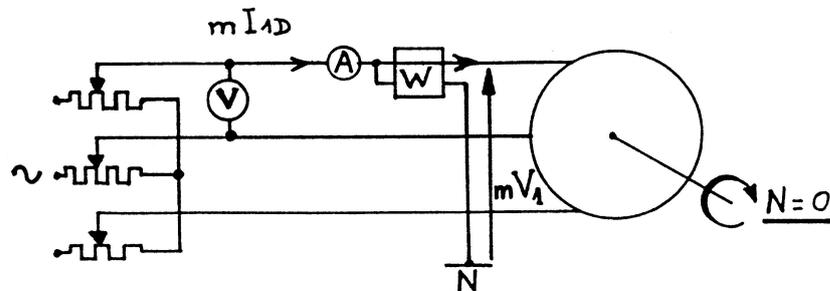


FIGURE 5.27 – Essais à rotor bloqué pour la détermination du diagramme du cercle.

L'ampèremètre mesure mI_{1D} , le voltmètre mU . On en déduit I_{1D} , tandis que le wattmètre permet de calculer le déphasage. On porte alors le vecteur \vec{I}_{1D} et on construit le cercle. On connaît A et D, le centre C du cercle est sur la normale à V_1 et sur la médiatrice de AD comme le montre la figure 5.28

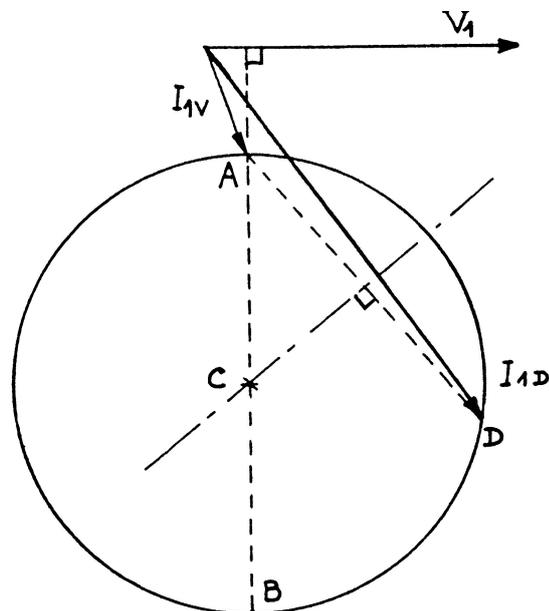


FIGURE 5.28 – Construction du cercle suite aux deux essais à vide et à rotor bloqué.

REMARQUES :

- On peut déterminer le cercle par trois points : $g = 0$, $g = 1$ et $g = 2$; ce dernier point est obtenu, sous tension réduite, en faisant tourner le moteur à la vitesse N_S en sens inverse du champ tournant.
- La détermination expérimentale, point par point, du cercle montre que son centre n'est pas exactement sur la normale à V_1 et d'autre part que le point correspondant à $g = \infty$ n'est pas diamétralement opposé à A. Ces différences proviennent en particulier de la résistance du stator négligée ici.

5.4.2 Échelle de glissement - Puissances

5.4.2.1 Échelle de glissement

La figure 5.29 montre une construction simple permet de lire directement sur le diagramme le glissement correspondant à un point M et, par suite, la vitesse.

Nous avons vu que la tangente de l'angle α était, à R_2 constante, proportionnelle au glissement. Pour matérialiser le glissement, il suffit donc de placer une droite (G) quelconque normale à AB : le glissement est proportionnel au segment (og). Cette échelle étant linéaire, il suffit, pour la graduer, d'en connaître deux points :

- $g = 0$, M est en A : o est l'origine de la graduation ;
- $g = 1$, M est en D : BD coupe (G) en un point correspondant à un glissement $g = 1$.

(G) étant graduée, on lira le glissement pour un point M à l'intersection de BM et de (G). On pourra ainsi suivre l'évolution de I_1 et de φ_1 en fonction de g , donc de la vitesse.

Puissances

Comme dans le cas du diagramme simplifié, on peut joindre à ce diagramme des échelles de puissances (voir figure 5.29). On projette le point M sur OP et OQ :

$$\text{Puissance active absorbée : } P_a = 3V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 3V_1 \overline{OH}$$

$$\text{Puissance réactive absorbée : } Q_a = 3V_1 I_1 \sin \varphi_1 = 3V_1 \overline{OK}$$

En retranchant les pertes fer stator on fait apparaître la puissance électromagnétique P_e sur l'axe OP :

$$p_F = 3V_1 I_{1F} = 3V_1 \overline{OA'} \quad P_e = P_a - p_F$$

En résumé, comme l'illustre la figure 5.30, le graphe donne, pour un point M :

- le glissement (échelle G) ;
- le courant I_1 ;
- le déphasage φ_1 ;
- la puissance absorbée P_a ;
- la puissance électromagnétique P_e et par suite le couple ;
- les pertes Joule rotor ;
- la puissance mécanique P_m .

On retrouve directement le bilan de puissances (à l'exclusion des pertes Joule stator qui ont été négligées et des pertes mécaniques qui interviennent ensuite).

On notera que la puissance mécanique est nulle en A ($g = 0$; $N = N_S$; $C_e = 0$) et en D ($g = 1$; $N = 0$; $C_e = C_{eD}$).

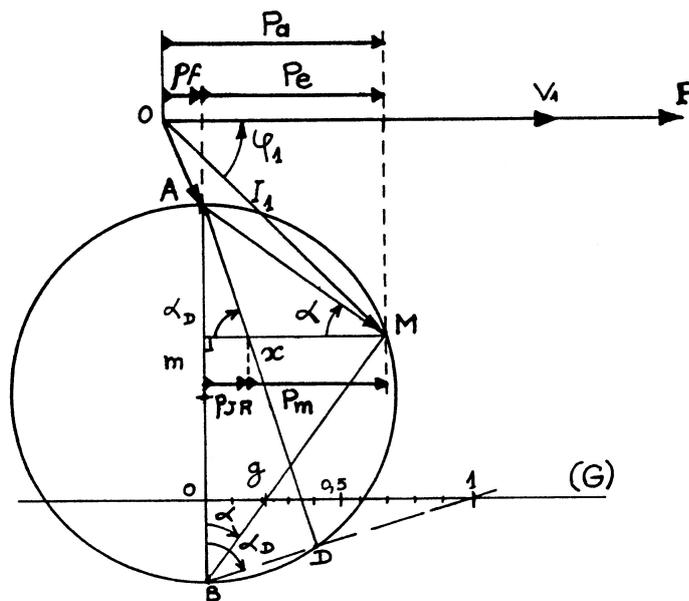


FIGURE 5.30 – Toutes les informations fournies par le diagramme du cercle.

5.4.3 Étude directe du couple

L'étude du couple peut se déduire du diagramme du cercle puisque \overline{mM} est proportionnel au couple. On peut aussi, comme dans l'étude simplifiée, en faire une étude directe :

$$P_e = \frac{3R_2}{g} \cdot I_2^2 = 3 \cdot \frac{R_2}{g} \cdot \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 \cdot V_1^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{R_2}{g}\right)^2 + \omega^2 \ell_s^2} = C_e \Omega_S$$

Soit aussi :

$$C_e = \frac{3}{\Omega_S} \cdot \left(\frac{n'_2}{n'_1}\right)^2 \cdot V_1^2 \cdot \frac{1}{\omega \ell_s} \cdot \frac{1}{\frac{R_2}{g\omega \ell_s} + \frac{g\omega \ell_s}{R_2}}$$

Si le réseau est à fréquence fixe, on aura :

$$C_e = K \cdot V_1^2 \cdot \frac{1}{\frac{g_0}{g} + \frac{g}{g_0}} \text{ avec } g_0 = \frac{R_2}{\omega \ell_s}$$

L'étude de cette expression montre que le couple passe par un maximum pour $g = g_0$: $C_{e_{max}} = \frac{KV_1^2}{2}$.

$$- g \ll g_0 : C_e \simeq K \cdot V_1^2 \cdot \frac{g}{g_0}$$

$$- g \gg g_0 : C_e \simeq K \cdot V_1^2 \cdot \frac{g_0}{g}$$

Ces remarques permettent de tracer la courbe de la figure 5.31 que l'on pourra aussi reconstituer en reprenant le diagramme du cercle.

5.5 Mise en œuvre de la machine asynchrone

5.5.1 Caractéristiques du moteur asynchrone

Les calculs précédents permettent de représenter le courant I'_1 , le facteur de puissance, le couple en fonction de la vitesse N . Sur la figure 5.32 on trouvera en traits pleins les résultats de l'étude approchée et en traits pointillés les résultats de l'étude complète.

Couple électromagnétique

Le couple est proportionnel au carré de la tension et fonction du rapport $\left(\frac{R_2}{g}\right)$. Pour un même couple, si on augmente R_2 , le glissement augmente dans le même rapport (le couple maximum reste inchangé) comme le montre la figure 5.32.

$$C_e = \text{cste} \Leftrightarrow \frac{g}{R_2} = \frac{g'}{R'_2} \text{ (affinité parallèle à l'axe des abscisses).}$$

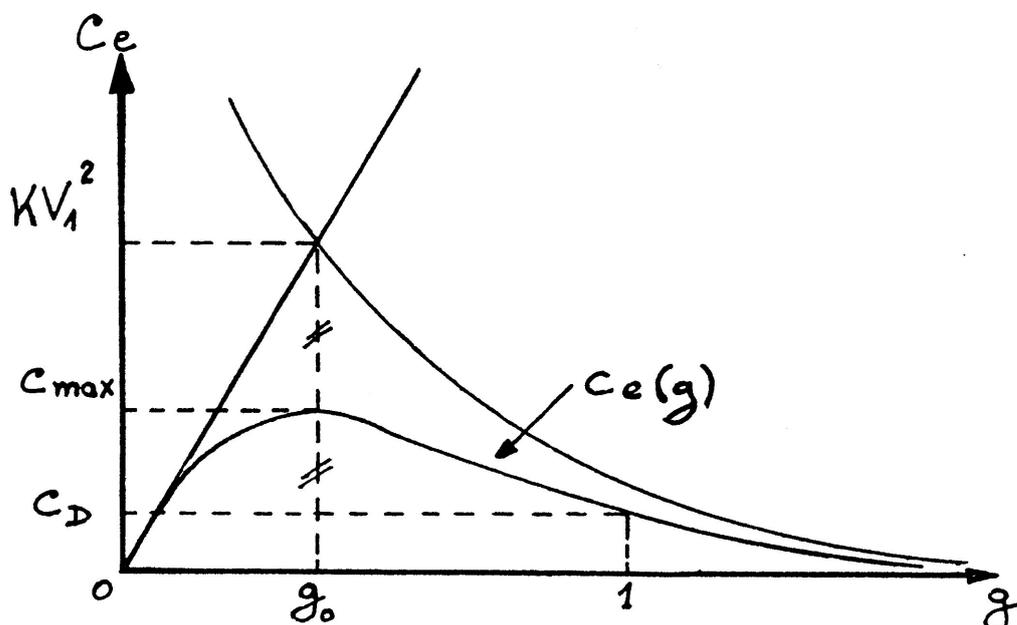


FIGURE 5.31 – Caractéristique mécanique de la machine asynchrone en fonction du glissement.

Pour g fixé, le courant est proportionnel à la tension. Il est fonction, lui aussi, du rapport $\frac{R_2}{g}$ comme le montre la figure 5.33. La valeur du courant minimum est proche de celle du courant magnétisant I_{10} et elle correspond à un glissement négatif ($N > N_s$).

La figure 5.34 montre le $\cos \varphi_1$ fonction de $\frac{R_2}{g}$. Il passe par un maximum lorsque I_1 est tangent au cercle.

Le facteur de puissance est en pratique faible (au maximum voisin de 0,8) : la machine asynchrone consomme toujours une puissance réactive importante.

REMARQUE : Les résultats précédents supposent que R_2 et l_s

sont des paramètres fixes. Ceci est vrai pour les moteurs à rotor bobiné et pour les moteurs à cage formée de barreaux de faible section. Si la section des barreaux est grande ou si les barreaux s'enfoncent profondément dans le rotor, la répartition des courants à l'intérieur de ces conducteurs dépend de la fréquence rotorique (effet de peau), il en résulte une variation de R_2 et de l_s en fonction de g . Le cercle du diagramme se transforme en une figure plus

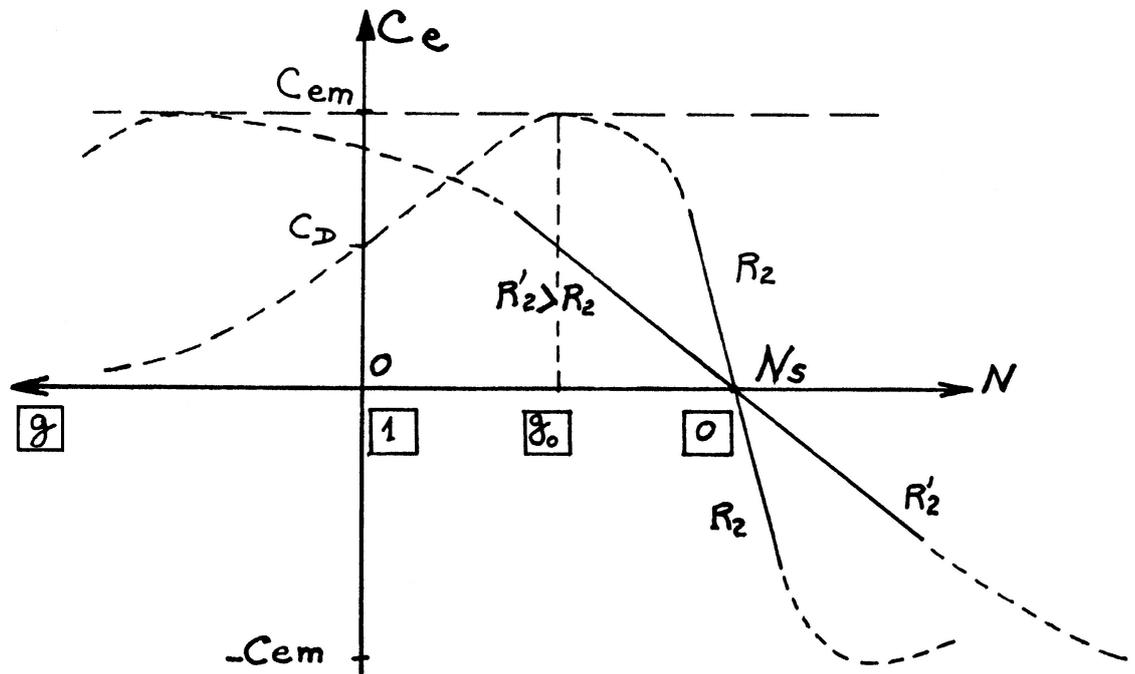


FIGURE 5.32 – Caractéristique mécanique de la machine asynchrone en fonction de la vitesse du rotor.

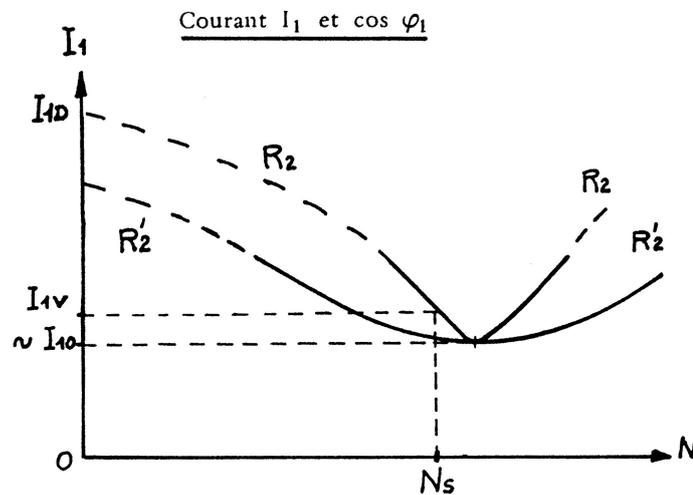


FIGURE 5.33 – Courant absorbé par une machine asynchrone en fonction de la vitesse du rotor.

complexe. La courbe de couple peut alors présenter plusieurs extrémums (voir figure 5.35), ce qui peut être souhaitable.

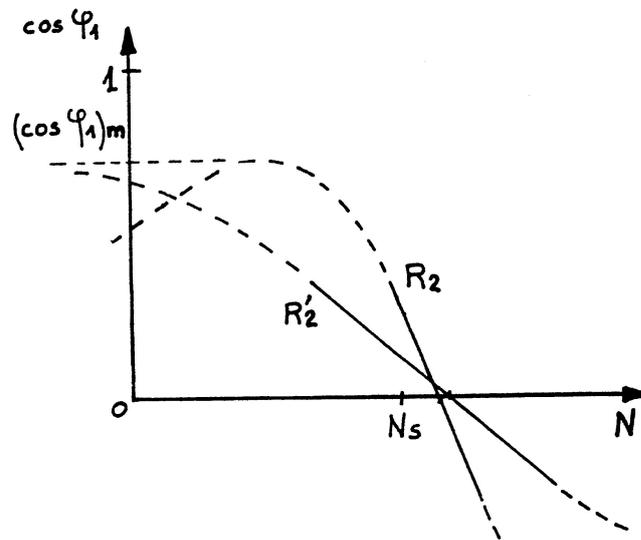


FIGURE 5.34 – $\cos \varphi$ d'une machine asynchrone en fonction de la vitesse du rotor.

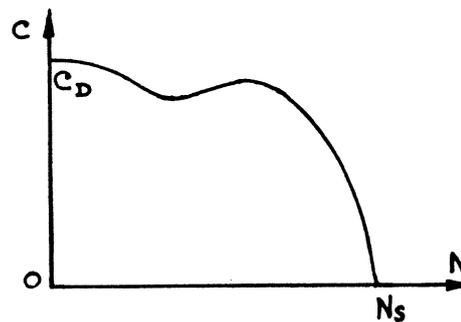


FIGURE 5.35 – Caractéristique mécanique d'une machine asynchrone à rotor à encoches profondes présentant plusieurs extrémums.

5.5.2 Démarrage du moteur asynchrone

5.5.2.1 Démarrage direct

Si le réseau le permet, on peut démarrer un moteur en le branchant directement à l'aide d'un contacteur sur le réseau. Le courant de pointe au démarrage, I_D , est alors de 6 à 7 fois le courant nominal. Sur des réseaux où l'absorption d'un tel courant de démarrage peut entraîner un creux de tension préjudiciable (réseau peu « puissant » du type de ceux des navires) il est nécessaire de prévoir des dispositifs de démarrage dont le but est de réduire le courant absorbé lors du démarrage.

5.5.2.2 Démarrage étoile-triangle

On utilise un moteur qui doit être normalement couplé en triangle sur le réseau. Un commutateur permet de brancher, pendant le démarrage, le stator en étoile. Chaque enroulement, placé sous la tension $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$ absorbe un courant divisé par $\sqrt{3}$. Du fait du couplage, le courant de ligne est divisé par 3 par rapport au cas précédent.

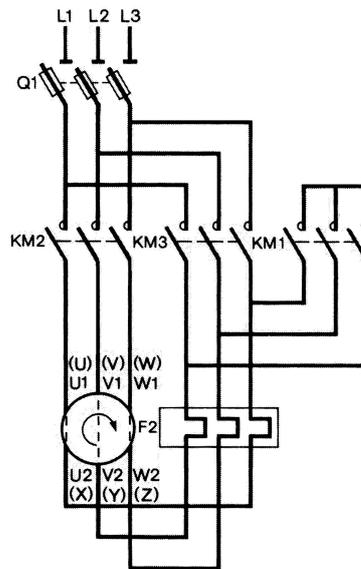


FIGURE 5.36 – Démarrage étoile-triangle d'une machine asynchrone.

Comme la tension aux bornes d'un enroulement est divisé par $\sqrt{3}$, le couple est lui aussi divisé par 3 comme le montre la figure 5.37. Il faut donc que le couple obtenu au démarrage reste supérieur au couple résistant.

A la fin du démarrage en étoile, on obtient la vitesse N_y ; on commute les enroulements en triangle et la vitesse tend vers N_d . Ce mode de démarrage est très simple mais conduit à un faible couple au démarrage et à un brutal régime transitoire lors du passage d'étoile à triangle.

5.5.2.3 Démarrage par impédances statoriques

On réduit la tension stator en insérant, lors du démarrage, des résistances ou des inductances en série avec les enroulements du stator comme le montre la figure 5.38. Le couple au démarrage est réduit dans un rapport réglable. Ce mode de démarrage est plus souple : on peut fractionner les impédances et les court-circuiter progressivement.

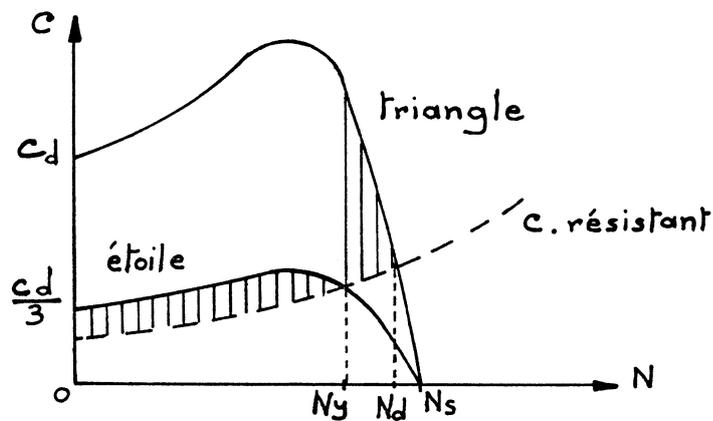


FIGURE 5.37 – Caractéristique mécanique lors d'un démarrage étoile-triangle.

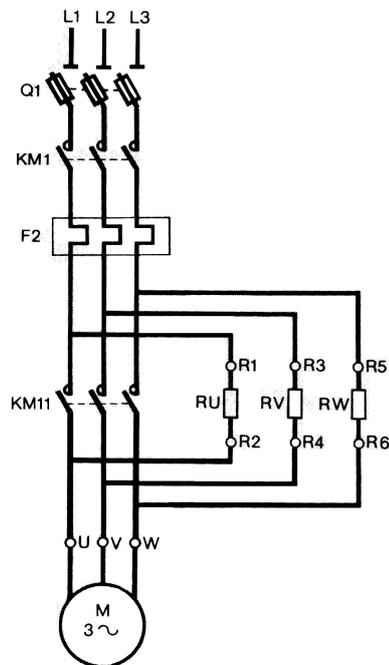


FIGURE 5.38 – Démarrage par insertion de résistances statoriques.

NOTA On peut aussi alimenter le moteur sous tension réduite par un auto-transformateur comme le montre la figure 5.39. Sur cette figure, le démarrage s'effectue généralement en trois temps :

1. KM3 est ouvert et KM1, KM2 sont fermés ce qui permet d'alimenter le stator sous tension réduite par l'intermédiaire de l'auto-transformateur ;
2. KM1 est ouvert, KM3 est toujours ouvert et KM2 fermé. L'auto-transformateur

ne fonctionne plus mais les impédances situées en amont des prises sur l'auto-transformateur font chuter la tension (dans une moindre mesure que l'abaissement de tension dû à l'auto-transformateur).

3. KM3 est fermé, le moteur est alimenté sous la tension du réseau.

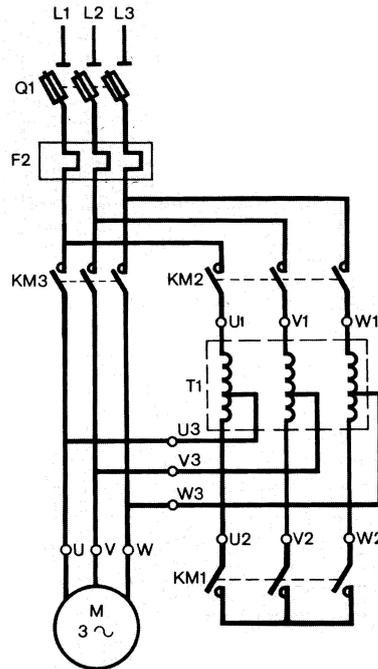


FIGURE 5.39 – Démarrage par auto-transformateur.

5.5.2.4 Démarrage par résistances rotoriques

Les procédés précédents étaient utilisables, que le moteur soit à cage ou à rotor bobiné. Dans ce dernier cas, on peut utiliser un rhéostat rotorique qui agit sur le glissement : si R_2 augmente, on peut alors augmenter le couple au démarrage et réduire l'appel du courant (voir la figure 5.40).

Les figures 5.42 et 5.41 montrent respectivement le dispositif de puissance d'un démarreur à insertion de résistances rotoriques à deux temps et la déformation de la caractéristique mécanique. Avec R_D on obtient la vitesse N_1 . En court-circuitant R_2 on atteint N_2 . Dans le cas de la figure 5.41, le démarrage direct n'aurait pas été possible car $C_{\text{démarrage}} < C_{\text{résistant}}$.

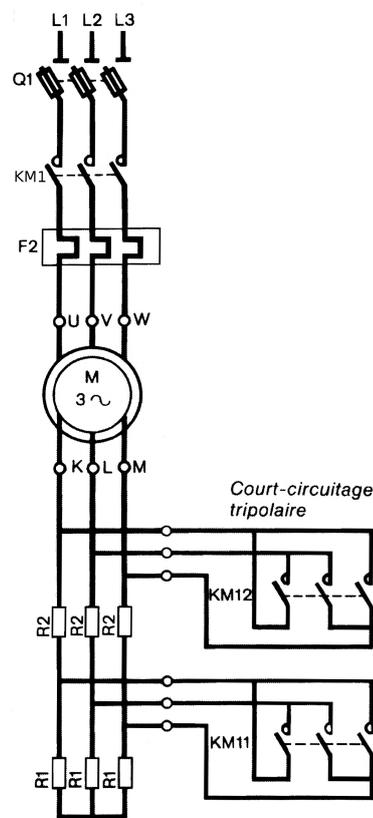


FIGURE 5.40 – Démarrage en trois temps par insertion de résistances rotoriques.

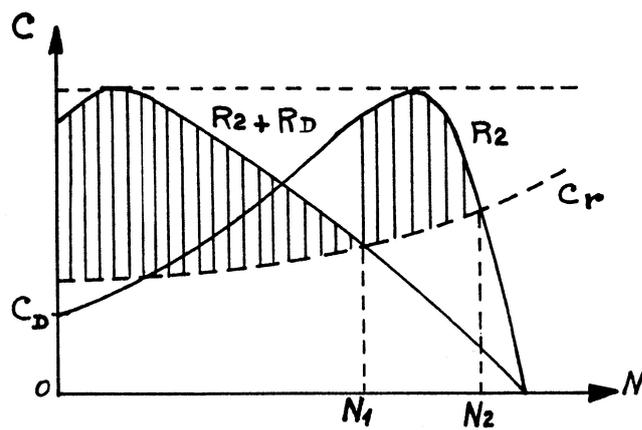


FIGURE 5.41 – Caractéristique mécanique lors d'un démarrage par insertion de résistances rotoriques.

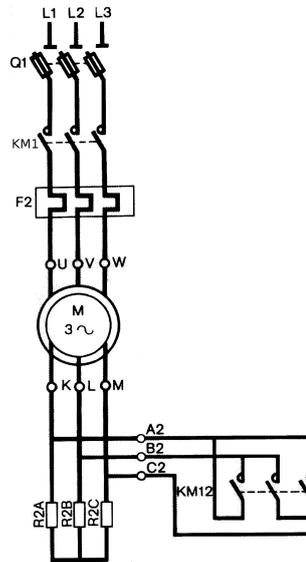


FIGURE 5.42 – Démarrage en deux temps par insertion de résistances rotoriques.

5.5.3 Réglage de la vitesse

5.5.3.1 Action sur le nombre de pôles

On peut construire un moteur à cage dont le stator comporte plusieurs enroulements à nombre de pôles différents. Selon le branchement réalisé, on obtient des vitesses de synchronisme N_s , et par suite N , différentes; les vitesses pourront être très éloignées (exemple : moteur 50 Hz; $p_1 = 2$; $p_2 = 12$).

Lorsque le rapport des vitesses désirées est égal à 2, on peut utiliser un seul enroulement statorique comportant des prises intermédiaires. Selon les branchements relatifs des deux demi-enroulements on obtient $2p$ ou $4p$ pôles, c'est le montage Dahlander illustré par les figures 5.43 et 5.44.

5.5.3.2 Action sur la résistance rotorique

Si le moteur est à bagues, on peut utiliser le rhéostat rotorique pour, à couple donné, augmenter le glissement. On réduit ainsi la vitesse, mais le rendement diminue ($\eta < \frac{N}{N_s}$). L'intérêt de ce réglage est d'être progressif.

REMARQUE : En utilisant des convertisseurs électroniques on peut prélever les courants rotoriques à la fréquence f_R , les mettre à la fréquence f et les renvoyer au réseau. Pour le moteur, tout se passe comme si on augmentait les

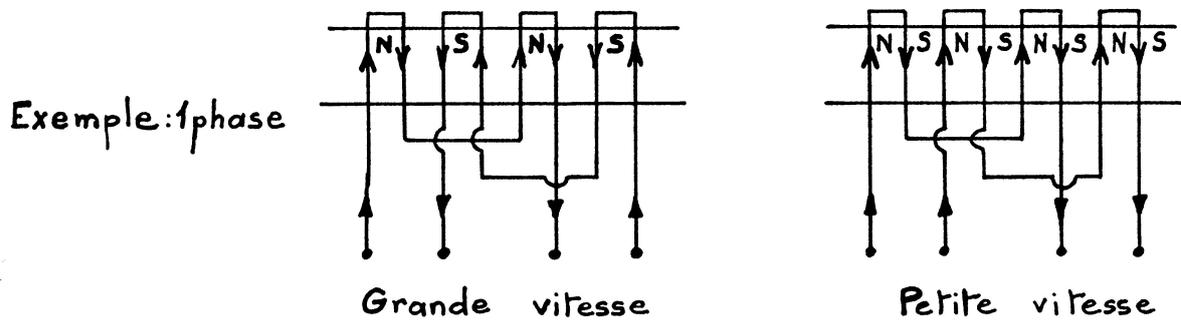


FIGURE 5.43 – Détail du montage Dahlander pour une phase.

Le branchement sera le suivant :

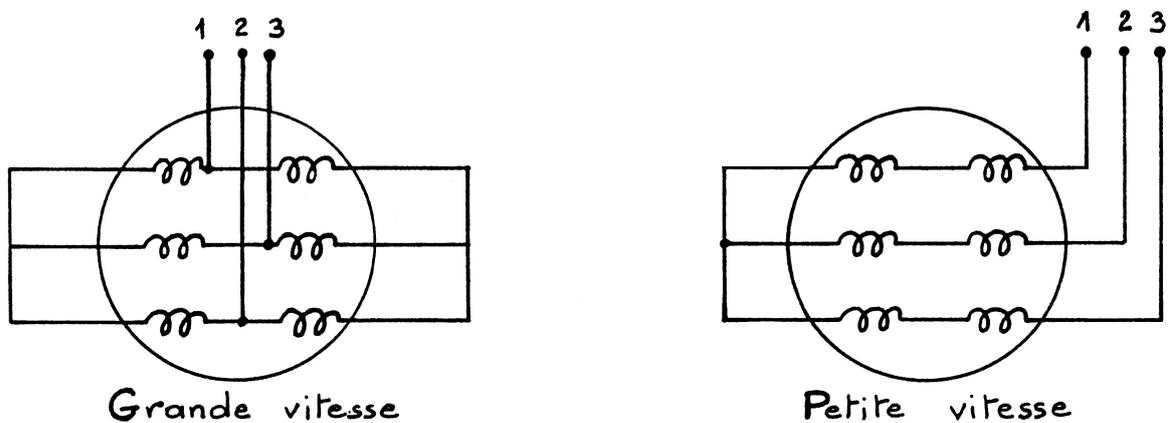


FIGURE 5.44 – Montage Dahlander : branchement du stator.

pertes Joule rotor, le glissement augmente. Le rendement global reste en réalité acceptable puisque la différence entre les puissances P_e et P_m est renvoyée au réseau. Ce type de montage s'appelle *cascade hyposynchrone* et est illustré à la figure 5.45. La cascade hyposynchrone ne s'emploie plus guère aujourd'hui, son emploi était réservé aux machines de puissance supérieure à 500 kW.

5.5.3.3 Action sur la tension statorique

Que le moteur soit à cage ou à rotor bobiné, la variation de la valeur efficace de la tension statorique au moyen d'un gradateur déforme la caractéristique mécanique comme l'indique la figure 5.46. C'est un moyen simple de variation de vitesse, mais la plage de variation de vitesse est très réduite, limitée entre la vitesse permettant l'obtention du couple maximum et la vitesse de synchronisme. L'obtention de très faible vitesse n'est pas possible.

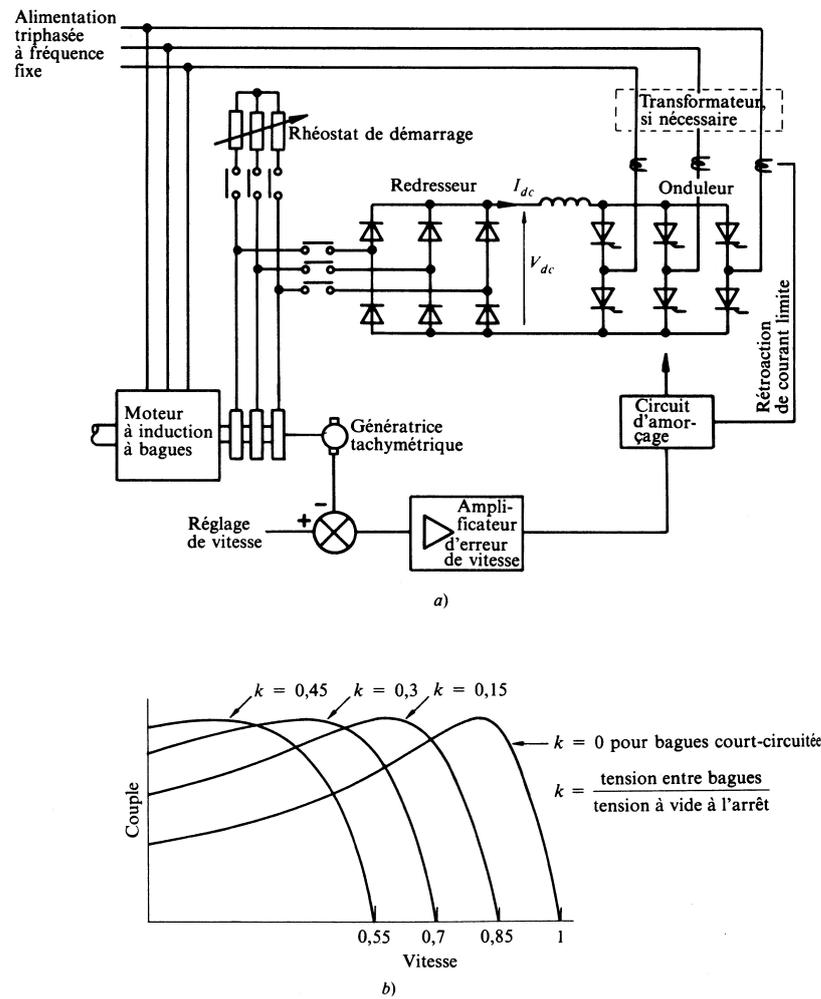


FIGURE 5.45 – a) Schéma de principe d'une cascade hyposynchrone b) déformation de la caractéristique mécanique due à l'action de la cascade hyposynchrone.

5.5.3.4 Action sur la fréquence

On peut enfin faire varier la vitesse en alimentant le moteur sous une fréquence f variable au moyen d'un cycloconvertisseur ou d'un onduleur autonome. La formule de Ferraris $N_s = \frac{f}{p}$ montre que la variation de f entraîne celle de N_s et donc de N . C'est le meilleur moyen d'obtenir une vitesse variable. La figure 5.47 montre comment se déforme la caractéristique mécanique sous l'effet de la variation de fréquence.

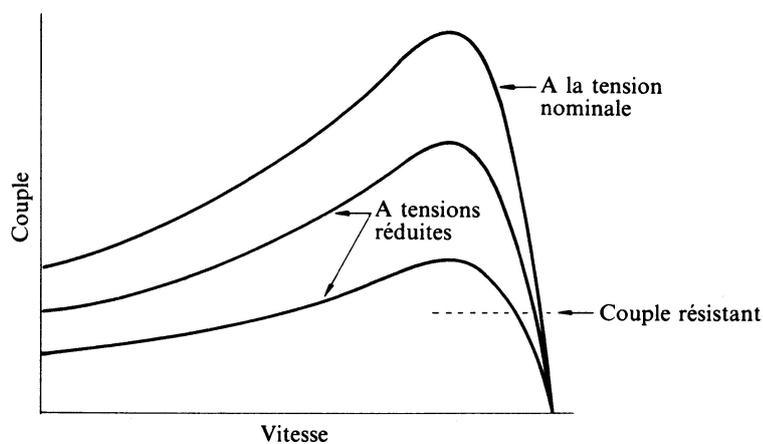


FIGURE 5.46 – Déformation de la caractéristique mécanique d’une machine asynchrone par modification de la tension statorique.

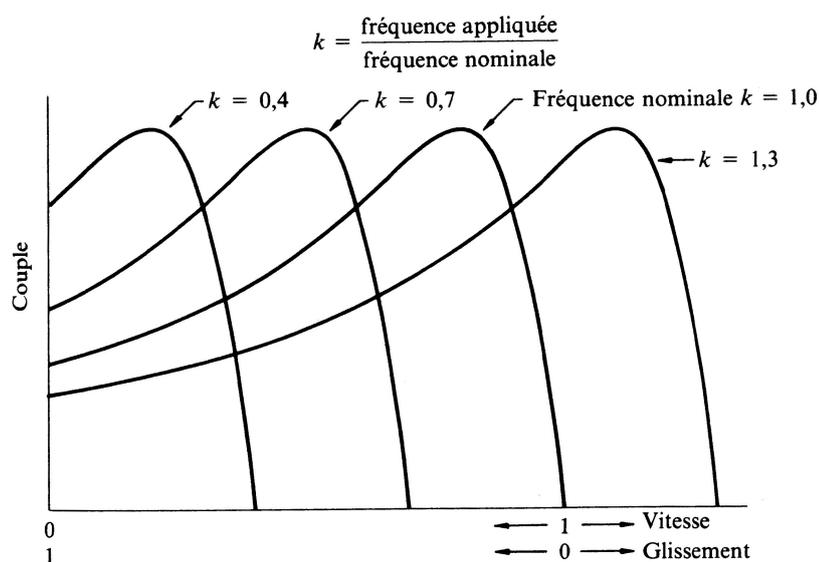


FIGURE 5.47 – Déformation de la caractéristique mécanique d’une machine asynchrone par modification de la fréquence statorique.

5.5.4 Réversibilité - Freinage

5.5.4.1 Réversibilité

Reprenons le diagramme du cercle, nous avons essentiellement considéré les glissements compris entre 1 et 0 ($0 \leq N \leq N_s$). Comme le montre la figure 5.48, le diagramme permet d’envisager les autres cas. Négligeons, pour simpli-

fier, les pertes fer stator, et étudions la distribution des puissances actives :

$$P_a \simeq P_e \sim \overline{mM}$$

$$P_m \sim \overline{xM}$$

$$P_{JR} \sim \overline{mx}$$

Moteur : $0 \leq g \leq 1$ ou $0 \leq N \leq N_S$: **arc AD** de la figure 5.48

$$\overline{mM} = \overline{mx} + \overline{xM}$$

Soit :

$$P_a = P_{JR} + P_m$$

Frein : $g > 1$ soit : $N < 0$; **arc DB** de la figure 5.48.

Le champ tournant statorique et le rotor tournent en sens inverses :

$$\overline{mx} = \overline{mM} + \overline{Mx}$$

Soit :

$$P_{JR} = P_a - P_m$$

La puissance mécanique fournie étant négative, le moteur freine la charge :
 $P_{JR} = P_a + |P_m|$.

Les pertes Joule rotor dissipent P_a et $|P_m|$. Ce fonctionnement ne pourra, en pratique, être obtenu que sous tension réduite en raison des courants trop élevés.

On peut envisager une analogie mécanique pour mieux comprendre ce fonctionnement. Il faut assimiler la machine synchrone à l'embrayage d'une automobile, le champ statorique étant le disque « menant » relié à la boîte de vitesse et le rotor le disque « mené » relié aux roues. Imaginons la voiture en marche avant, analogue au moteur synchrone en marche avant. Ce mode de freinage transposé à la voiture consisterait à débrayer, passer la marche arrière et rembrayer. On imagine sans peine la chaleur considérable dégagée par la

fournir de l'énergie active à un réseau triphasé déjà alimenté par ailleurs par des machines asynchrones.

Le fonctionnement autonome de la génératrice ne peut exister : elle doit recevoir la puissance réactive engendrant l'induction tournante de référence.

La génératrice asynchrone, compte tenu de la simplicité de l'installation (absence de coupleur automatique, de régulation de vitesse), est assez répandue. Pratiquement toutes les petites centrales hydrauliques de moins de 5 MW sont constituées d'une génératrice asynchrone.

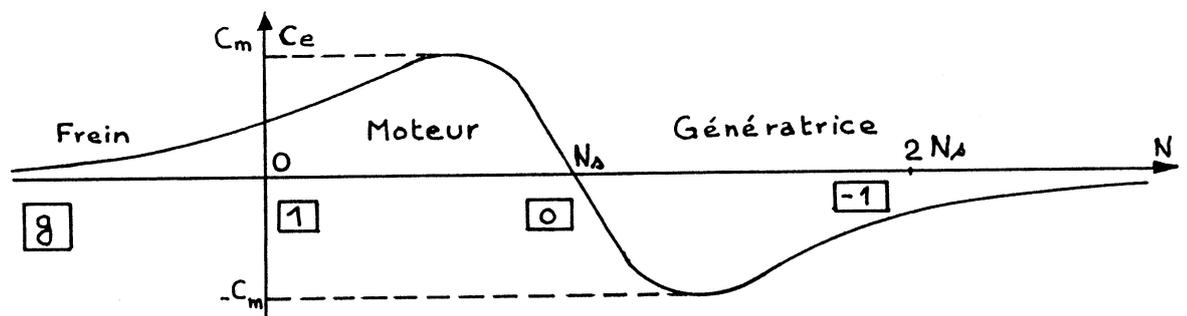


FIGURE 5.49 – Différents modes de fonctionnement de la machine asynchrone sur la caractéristique mécanique.

Freinage

- En survitesse : si la charge tend à entraîner le rotor à une vitesse supérieure à N_s , on obtient un fonctionnement en génératrice et donc un freinage.
- Si on inverse deux phases aux stator pour obtenir un champ tournant en sens inverse de la rotation du rotor, on obtient un couple de freinage. Si le rotor est bobiné, on peut régler l'intensité du freinage en modifiant la résistance rotorique comme le montre la figure 5.50.
- On peut aussi injecter du courant continu dans les enroulements statoriques. On crée un champ de direction fixe dans la machine, le rotor est freiné par un couple d'autant plus élevé que N est importante. L'impédance d'une phase rotorique étant beaucoup plus faible en continu qu'en alternatif, on abaisse la tension à une valeur de 40 à 50 V au moyen d'un transformateur avant de la redresser par un pont de diodes qui alimente deux phases du stator.

NOTA : Si on veut obtenir le blocage du rotor, il faut ajouter un frein mécanique.

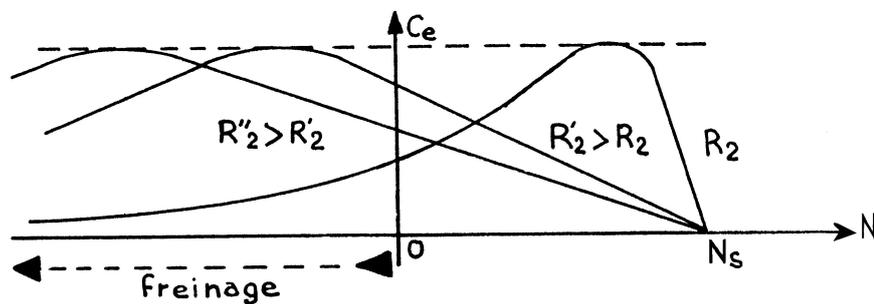


FIGURE 5.50 – Dosage de l'intensité du freinage hypersynchrone d'une machine asynchrone à rotor bobiné par action sur la résistance rotorique.

5.6 Moteur asynchrone monophasé

D'après le théorème de Leblanc, un enroulement monophasé produit deux inductions tournantes de vitesse $\pm \frac{\omega}{p} = \pm \Omega_S$.

Le rotor ne démarre pas seul car il est également sollicité dans les deux sens de rotation par chacune des deux inductions tournant en sens inverse l'une de l'autre.

On peut définir les glissements par rapport aux deux inductions tournantes :

$$g_1 = \frac{\Omega_S - \Omega}{\Omega_S} = 1 - \frac{\Omega}{\Omega_S}$$

$$g_2 = \frac{\Omega_S + \Omega}{\Omega_S} = 1 + \frac{\Omega}{\Omega_S} = 2 - g_1$$

En supposant la machine non saturée, on peut considérer que le couple résulte de la somme des couples C_1 et C_2 exercés sur le rotor par les deux inductions tournant en sens inverse comme le montre la figure 5.51.

Le moteur ne démarre pas seul, il faut le lancer dans un sens ou dans l'autre. Comme le montre la figure 5.52, le couple s'annule pour une vitesse inférieure à celle de synchronisme. La vitesse de synchronisme d'un moteur asynchrone monophasé est donnée par la même formule que pour une machine triphasée : $N_S = \frac{f}{p}$ avec f la fréquence des tensions et courants statoriques et p le nombre de pôles.

Pour lancer le moteur, on utilise une seconde phase, comportant le même nombre de pôles, placée en quadrature dans l'espace par rapport à l'autre et alimentée par un courant déphasé, lui aussi, de $\frac{\pi}{2}$ par un condensateur (voir la figure 5.53), on crée ainsi un champ tournant unique qui fait démarrer le rotor.

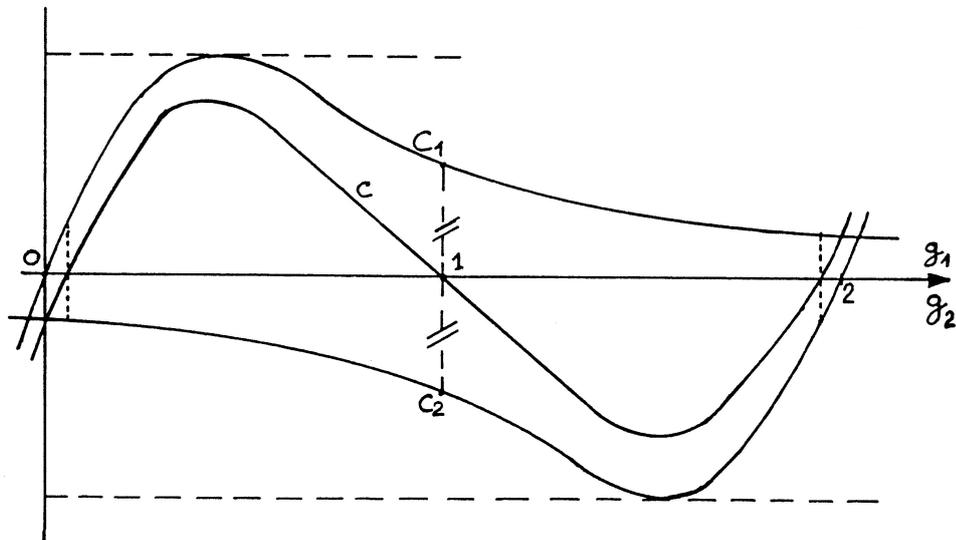


FIGURE 5.51 – Les deux couples créés par une machine asynchrone monophasé en fonction du glissement.

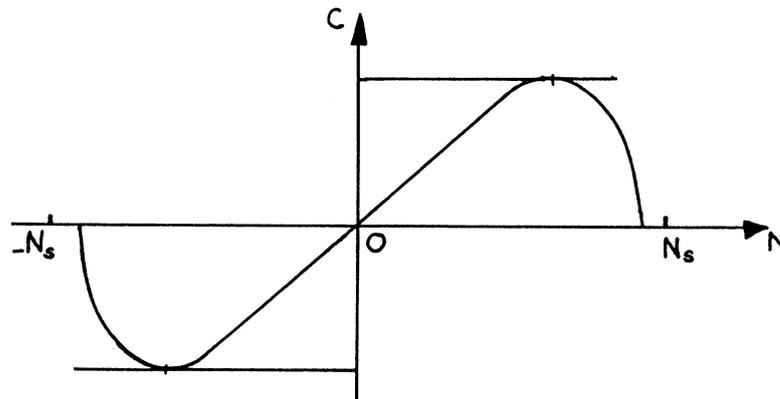


FIGURE 5.52 – Couple d'une machine asynchrone monophasé en fonction de la vitesse du rotor.

Un interrupteur centrifuge peut couper cette phase auxiliaire lorsque le rotor a atteint une certaine vitesse, le rotor « s'accrochera » au champ tournant dans le même sens.

REMARQUES :

- La phase auxiliaire peut rester connectée pendant tout le fonctionnement.
- En asservissement, on utilise de tels moteurs diphasés. Le principe est identique mais pour qu'en agissant sur une des tensions on modifie le

couple produit et pour qu'il y ait freinage on utilise des moteurs à fortes résistance rotorique ($g_0 > 1$).

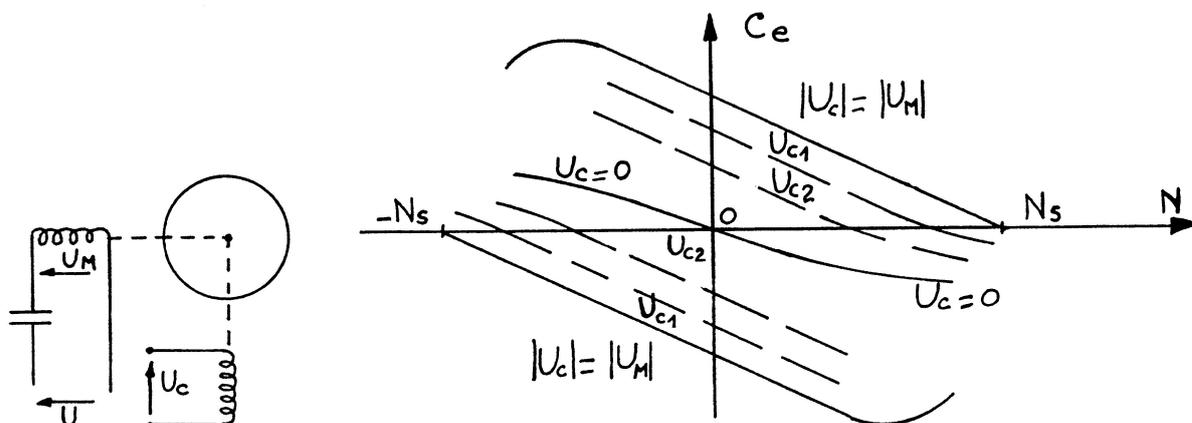


FIGURE 5.53 – Machine asynchrone monophasée, schéma de principe des deux phases en quadrature dans l'espace et dans le temps, caractéristique mécanique.

Si $U_c = U_M$, la courbe de couple est celle d'un moteur asynchrone. C_m étant obtenu pour $N > 0$.

Si $U_c = 0$, contrairement au moteur monophasé, le seul couple obtenu correspond à un freinage (ce résultat se retrouve si on fait la construction du paragraphe précédent à partir de courbes de couple dont le maximum correspond à un glissement g_0 supérieur à un).

Pour des valeurs intermédiaires de U_c , on obtient les courbes de la figure 5.53. Les deux sens de rotation correspondent aux deux sens de branchement de U_c . Par action sur la tension de commande U_c , on obtient les deux sens de rotation et le freinage.

5.7 Exercices et problèmes sur la machine asynchrone

5.7.1 Moteur asynchrone à cage : plaque signalétique

Sur la plaque signalétique d'un moteur asynchrone triphasé à cage, on lit les indications suivantes :

- 220/380 V;
- 70/40 A;
- 50 Hz;

– $\cos \varphi = 0,86$ pour $N = 725$ tr/min.

La résistance d'un enroulement du stator a été mesurée à chaud, sa valeur est de $0,15\Omega$. Les pertes fer sont de 500 W. La tension du réseau entre phases est de 380 V. On néglige les pertes mécaniques.

1. Déterminer le mode d'association des enroulements du stator.
2. Calculer la vitesse de synchronisme et le nombre de paires de pôles par phase.
3. Calculer les pertes par effet Joule dans le stator.
4. Calculer le glissement.
5. Calculer les pertes par effet Joule dans le rotor.
6. Calculer le rendement du moteur.

Voir la correction page [241](#).

5.7.2 Moteur asynchrone à cage : bilan de puissance

Un moteur asynchrone triphasé tétrapolaire est alimenté par un réseau 380 V- 50 Hz. La résistance du stator mesurée entre deux fils de phase est de $0,9\Omega$. En fonctionnement à vide, le moteur absorbe un courant de 3 A et une puissance de 420 W.

1. Calculer les pertes fer du stator et les pertes mécaniques en les supposant égales.
2. En charge nominale, la puissance utile sur l'arbre du rotor est de 4 kW, le facteur de puissance de $0,85$ et le rendement de $0,87$.
 - 2.1. Calculer l'intensité du courant absorbé.
 - 2.2. Calculer les pertes Joule au stator.
 - 2.3. Calculer les pertes Joule au rotor.
 - 2.4. Calculer le glissement et la vitesse du rotor exprimée en nombre de tours par minute.
 - 2.5. Calculer le couple utile.

Voir la correction page [242](#).

5.7.3 Moteur asynchrone : expression simplifiée du couple

L'énoncé de ce problème est issu de l'examen de passage de 2^e en 3^e année de la filière de Capitaine de 1^{re} classe de la Navigation Maritime de 1993.

Un moteur asynchrone triphasé, à rotor en court-circuit, possède des enroulements statoriques hexapolaires branchés en étoile. Sa plaque signalétique porte les indications suivantes :

- tension d'alimentation : 440 V, 60 Hz ;
- puissance utile : 3,7 kW ;
- vitesse : 1140 tr/min ;
- $\cos \varphi = 0,8$.

À la charge nominale le moteur absorbe un courant en ligne d'intensité 6,9 A. La résistance, mesurée à chaud, entre deux bornes du stator est de $0,9 \Omega$. Au démarrage, le moteur développe un couple utile de 85 Nm.

On considérera la caractéristique mécanique $C = f(n)$ comme une droite dans sa partie utile et on négligera les pertes fer rotor ainsi que les pertes mécaniques et par ventilation (le couple utile sera donc égal au couple électromagnétique).

1. Calculer la vitesse de synchronisme, le glissement, la puissance absorbée au régime nominal et le couple utile nominal développé.
2. Calculer les pertes fer au stator et les pertes Joule au rotor.
3. Calculer entre quelles valeurs varie le couple utile au démarrage lorsque la tension d'alimentation varie de $\pm 5\text{V}$.
4. Calculer la vitesse de rotation lorsque, le couple résistant restant constant et égal au couple nominal, la tension d'alimentation chute de 5 V.

Voir la correction page [243](#).

5.7.4 Monte charge entraîné par un moteur asynchrone : fonctionnement en montée et freinage de la descente

Un monte-charge est entraîné par un moteur asynchrone triphasé à rotor bobiné possédant 8 pôles. L'alimentation est assurée par le réseau 220/380 V, 50 Hz. On a mené les essais suivants (stator couplé en triangle) :

- couple de démarrage = 100 Nm ;
- couple pour un glissement $g = 0,03$: 40 Nm ;
- résistance d'une phase rotorique à chaud : $R_2 = 0,15 \Omega$

On admettra, par ailleurs, que les pertes fer et mécaniques sont négligeables. Dans tous les cas, le moteur travaille dans la région linéaire de la caractéristique de couple $C = f(g)$. Le stator reste couplé en triangle sauf indication contraire.

1. Fonctionnement en montée :

Le monte-charge, de charge nominale $m = 400$ kg, est entraîné par un câble dévidé par un tambour de 1 m de diamètre. Le moteur attaque le tambour par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse de rapport 1/40. On prendra pour valeur de g : $g = 9,81$ m/s².

- 1.1. Démarrage par insertion de résistances dans le rotor : Calculer la résistance à insérer, par phase rotorique, pour obtenir le démarrage du moteur avec un couple égal à $1,5C_n$ (C_n étant le couple résistant nominal du monte-charge ramené sur l'arbre moteur).
- 1.2. Le démarrage précédent reste-t-il possible pour une chute de tension de 10 % due à l'appel de courant ?
- 1.3. Pouvait-on adopter un démarrage direct sur le réseau (sans résistances rotoriques) ? Un démarrage étoile-triangle ?
- 1.4. Les résistances sont restées en service. Calculer alors la vitesse du moteur. Calculer les pertes Joule dissipées dans le circuit rotorique. En déduire la puissance totale dissipée dans les résistances de démarrage.
- 1.5. Les résistances rotoriques étant éliminées, calculer la vitesse du moteur à charge nominale.

2. Fonctionnement en descente :

Le monte-charge étant au point-haut, à l'arrêt, on envisage deux procédés de freinage en descente :

- 2.1. On inverse deux phases au stator. Le moteur est alors entraîné par la charge dans le sens du champ tournant et fonctionne en génératrice asynchrone (freinage hypersynchrone).
 - 2.1.1. Calculer la vitesse de descente de la charge (charge nominale).
 - 2.1.2. Calculer dans ces conditions la puissance fournie au réseau en effectuant les approximations nécessaires.
 - 2.1.3. Calculer la vitesse de descente si les résistances de démarrage sont restées en service. Conclusion.
 - 2.1.4. Calculer la puissance restituée au réseau si les résistances de démarrage sont restées en service.
- 2.2. On désire à présent obtenir un freinage dit « à contre courant », le moteur est alors entraîné par la charge dans le sens inverse du champ tournant et oppose un couple résistant (freinage hyposynchrone).
 - 2.2.1. Calculer la valeur de la résistance à insérer dans chaque phase du rotor pour obtenir une vitesse de descente correspondant à 200 tr/min sur l'arbre moteur.

2.2.2. Calculer la puissance dissipée dans l'ensemble des trois résistances additionnelles.

Voir la correction page 244

5.7.5 corrigé de l'exercice 5.7.1, page 237

1. Il faut se souvenir que la plus petite tension indiquée sur la plaque signalétique de la machine correspond à la tension maximum que peut supporter un enroulement. Ainsi, un enroulement pouvant supporter au maximum 220 V dans le cas présent, le stator devra être couplé en étoile sur le réseau 380 V.
2. La formule de Ferraris ($N_S = \frac{f}{p}$) nous permet de calculer les diverses valeurs de vitesse de synchronisme possible.

p	1	2	3	4	5
N_S (tr/min)	3000	1500	1000	750	600
g	0,758	0,516	0,275	0,033	-0,20

Une machine asynchrone reliée directement au réseau et fonctionnant en moteur ne peut pas avoir un glissement supérieur à 0,10, de plus ce glissement doit être positif. L'examen du tableau nous donne les seules valeurs correspondant à ces contraintes :

$$p = 4 \quad N_S = 750 \text{tr/min}$$

D'une manière générale, le nombre de paires de pôles d'un moteur asynchrone triphasé est celui qui permet d'obtenir la vitesse de synchronisme immédiatement supérieure à la vitesse figurant sur la plaque signalétique.

3. Nous avons calculé précédemment : $g = 0,033$ ou encore 3,3 %.
4. Calculons d'abord les pertes Joule stator. On les obtient par la formule :

$$P_{JS} = 3 \cdot R_S \cdot I^2 = 3 \times 0,15 \times 40^2 = 720 \text{ W}$$

Ensuite, un bilan de puissance permet d'obtenir la puissance électromagnétique transmise au rotor :

$$P_e = P_{abs} - P_{fer} - P_{JS} = \sqrt{3} \times 380 \times 40 \times 0,86 - 500 - 720 = 21,4 \text{ kW}$$

$$P_{JR} = g \cdot P_e = 0,33 \times 21,4 \cdot 10^3 \simeq 707 \text{ W}$$

5.

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{\sqrt{3} \times 380 \times 40 \times 0,86 - 500 - 720 - 707}{\sqrt{3} \times 380 \times 40 \times 0,86} \simeq 0,91$$

5.7.6 corrigé de l'exercice 5.7.2, page 238

1. Calculons d'abord les pertes Joule statorique. On ne nous donne pas le couplage du stator, mais quel que soit le couplage, ces pertes sont égales. En effet, si nous supposons le stator couplé en étoile, la résistance d'une phase statorique sera égale à : $R_Y = \frac{0,9}{2} \Omega$ et les pertes Joule à :

$$P_{JS} = 3 \times \frac{0,9}{2} \times 3^2 \simeq 12 \text{ W}$$

Si l'on suppose le stator couplée en triangle, la résistance d'une phase rotorique sera égale à : $R_\Delta = \frac{3}{2} \times 0,9 \Omega$ et les pertes Joule à :

$$P_{JS} = 3 \times \frac{3}{2} \times 0,9 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \simeq 12 \text{ W}$$

Il sera plus simple de considérer le stator couplé en étoile.

A vide, on supposera que les pertes Joule au rotor sont nulle (le glissement est quasiment nul). Ainsi, le bilan de puissance de la machine à vide donne :

$$P_{abs} = P_{fer} + P_{JS} + P_{méca} \Rightarrow P_{méca} = P_{fer} = \frac{P_{abs} - P_{JS}}{2} = \frac{420 - 12}{2} = 204 \text{ W}$$

2. 2.1.

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{4000}{\sqrt{3} \times 380 \times 0,85} \simeq 7,15 \text{ A}$$

2.2. Reprenant le calcul précédent, nous avons :

$$P_{JS} = 3 \times \frac{0,9}{2} \times 7,15^2 = 69 \text{ W}$$

2.3. La puissance absorbée est désormais : $P_{abs} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{4000}{0,87} = 4597 \text{ W}$

Un bilan de puissance nous donne :

$$P_{JR} = P_{abs} - P_{fer} - P_{JS} - P_{méca} - P_u \Rightarrow P_{JR} = 4597 - 204 - 69 - 204 - 4000 = 110 \text{ W}$$

2.4. $P_{JR} = g \times P_e \Rightarrow g = \frac{P_{JR}}{P_e} = \frac{110}{4597 - 204 - 69} = 0,025$

On en déduit : $N = N_S \cdot (1 - g) = \frac{3000}{2} \times (1 - 0,025) = 1461 \text{ tr/min}$

2.5. $C_u = \frac{P_u}{2\pi \times N} = \frac{4000}{2\pi \times \frac{1461}{60}} = 26 \text{ Nm}$

5.7.7 corrigé de l'exercice 5.7.3, page 238

1. La formule de Galileo Ferraris donne : $N_S = \frac{f}{p} = \frac{60}{3} = 20$ tr/s soit 1200 tr/min.

$$\text{Le glissement est donc : } g = \frac{N_S - N}{N_S} = \frac{1200 - 1140}{1200} = 0,05 \text{ ou } 5 \%$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \times 440 \times 6,9 \times 0,8 \simeq 4,2 \text{ kW}$$

$$C_u = \frac{P_u}{2\pi N} = \frac{3700}{2\pi \times \frac{1140}{60}} \simeq 31 \text{ Nm}$$

2. Calculons d'abord les pertes Joule au rotor, puisque les pertes mécaniques sont négligées, on peut écrire :

$$\begin{aligned} P_e &= g \cdot P_e + P_u \Rightarrow P_e = \frac{P_u}{1 - g} = \frac{3700}{1 - 0,05} \simeq 3,9 \text{ kW} \\ \Rightarrow P_{JR} &= g \cdot P_e = 0,05 \times 3,9 \cdot 10^3 \simeq 195 \text{ W} \end{aligned}$$

Calculons les pertes Joule au stator, celui-ci étant connecté en étoile :

$$P_{JS} = 3 \cdot R_S \cdot I^2 = 3 \times \frac{0,9}{2} \times 6,9^2 \simeq 64 \text{ W}$$

Et donc :

$$P_{\text{fer stator}} = P_{abs} - P_{JS} - P_e = 4,2 \cdot 10^3 - 64 - 3,9 \cdot 10^3 \simeq 248 \text{ W}$$

3. Calculer entre quelles valeurs varie le couple utile au démarrage lorsque la tension d'alimentation varie de ± 5 V.

Sur la partie linéaire de la caractéristique mécanique, l'expression approchée du couple électromagnétique est : $C_e \simeq k \cdot \frac{V_1^2}{R_2} \cdot g$. On peut obtenir un résultat approché en utilisant les différentielles :

$$\Delta C_e \simeq \frac{k}{R_2} \cdot g \cdot 2 \cdot V_1 \cdot \Delta(V_1)$$

Or : $\frac{k}{R_2} \cdot g \cdot V_1 = \frac{C_e}{V_1}$, donc :

$$\Delta C_e \simeq \frac{C_e}{V_1} \cdot 2 \cdot \Delta(V_1) \simeq \frac{31}{440} \times 2 \times \frac{5}{\sqrt{3}} = 0,4 \text{ Nm}$$

Le couple devient donc : $31 - 0,4 = 30,6 \text{ Nm}$ si la tension diminue de 5 V ou $31 + 0,4 = 31,4 \text{ Nm}$ si la tension augmente de 5 V.

On peut également effectuer un calcul exact :

$$C_e = k \cdot \frac{V_1^2}{R_2} \cdot g \Rightarrow \Delta(C_e) = C_{e0} \cdot \left(\frac{\frac{U_0 - \Delta(U_0)}{\sqrt{3}}}{\frac{U_0}{\sqrt{3}}} \right)^2$$

Ainsi, si la tension diminue de 5 V, le couple vaut : $\Delta(C_e) = 31 \cdot \left(\frac{\frac{440-5}{\sqrt{3}}}{\frac{440}{\sqrt{3}}} \right)^2 \simeq 30,3 \text{ Nm}$ ou bien $\Delta(C_e) = 31 \cdot \left(\frac{\frac{440+5}{\sqrt{3}}}{\frac{440}{\sqrt{3}}} \right)^2 \simeq 31,7 \text{ Nm}$ si la tension du réseau augmente de 5 V.

4. Calculer la vitesse de rotation lorsque, le couple résistant restant constant et égal au couple nominal, la tension d'alimentation chute de 5 V.

Le couple restant constant, les valeurs du couple pour une tension nominale et pour une tension diminuée de 5 V sont égaux, soit :

$$k \cdot \frac{V_1^2}{R_2} \cdot g = k \cdot \frac{\left(V_1 - \frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2}{R_2} \cdot g' \Rightarrow g' = g \cdot \left(\frac{V_1}{\left(V_1 - \frac{5}{\sqrt{3}}\right)} \right)^2 = 0,051 \times \left(\frac{\frac{440}{\sqrt{3}}}{\frac{440-5}{\sqrt{3}}} \right)^2 = 0,051$$

La vitesse de rotation correspondant à ce glissement est donc :

$$N = N_s(1 - g') = 1200 \times (1 - 0,051) \simeq 1138,6 \text{ tr/min}$$

5.7.8 corrigé de l'exercice 5.7.4, page 239

1. Fonctionnement en montée :

Le monte-charge, de charge nominale $m = 400 \text{ kg}$, est entraîné par un câble dévidé par un tambour de 1 m de diamètre. Le moteur attaque le tambour par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse de rapport 1/40. On prendra pour valeur de g : $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

- 1.1. Calculons tout d'abord le couple à fournir au démarrage (g est l'accélération de la pesanteur dans cette expression) :

$$C_d = \frac{1,5 \times m \times g \times \frac{D}{2}}{40} = 73,5 \text{ Nm}$$

L'expression du couple électromagnétique fourni par le moteur asynchrone (partie linéaire de la caractéristique mécanique) est :

$$C_e = k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{R_2 + R_{ins}}$$

Le point de fonctionnement ($g = 0,03$, $C_e = 40 \text{ Nm}$ pour $R_2 = 0,15 \Omega$ et $V = 220 \text{ V}$) permet d'obtenir la valeur de la constante k :

$$k = \frac{C_e \cdot R_2}{g \cdot V^2} = 0,0041 \text{ SI}$$

D'où :

$$\begin{aligned} C_e &= k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{R_2 + R_{ins}} \Rightarrow R_{ins} = k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{C_e} - R_2 \\ &\Rightarrow R_{ins} = 0,0041 \times 220^2 \times \frac{1}{73,5} - 0,15 \approx 2,55 \Omega \end{aligned}$$

- 1.2. Avec des résistances rotoriques insérées de $2,55 \Omega$, si la tension du réseau chute de 10% , le couple sera égal à :

$$C_e = k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{R_2 + R_{ins}} = 0,0041 \times \left(\frac{380 - 0,1 \times 380}{\sqrt{3}} \right) \times \frac{1}{0,15 + 2,55} \approx 58,8 \text{ Nm}$$

Ce couple moteur est supérieur au couple résistant (49 Nm), par conséquent le démarrage est possible.

- 1.3. Un démarrage direct sur le réseau était parfaitement envisageable puisque l'énoncé nous indique que le couple de démarrage (sans résistance rotorique insérée) est de 100 Nm , supérieur au couple résistant de 49 Nm . Par contre, si l'on avait adopté un démarrage étoile-triangle, le couple moteur aurait été divisé par 3 puisque la tension l'aurait été par $\sqrt{3}$ et le couple moteur aurait été de $\frac{100}{3} = 33,3 \text{ Nm} < 49$. Le démarrage eut été impossible.
- 1.4. En régime permanent, on a : $C_e = C_{résistant} = 49 \text{ Nm}$.

$$\begin{aligned} k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{R_2 + R_{ins}} &= C_{résistant} \Rightarrow g = \frac{C_{résistant} \cdot (R_2 + R_{ins})}{k \cdot V^2} \\ &\Rightarrow g = \frac{49 \times 2,72}{0,0041 \times 220^2} \approx 0,672 \end{aligned}$$

Par conséquent : $N = N_S \cdot (1 - g) = 1200 \times (1 - 0,672) = 394 \text{ tr/min}$

La puissance totale dissipée dans les résistances rotorique est égal à : $P_{JR} = g \cdot P_e$.

Calculons P_e :

On a : $P_e = g \cdot P_e + P_u$ car on néglige les pertes mécaniques.

Ainsi :

$$P_e = \frac{P_u}{1-g} = \frac{C_e \times 2\pi N}{1-g} = \frac{49 \times 2\pi \times \frac{394}{60}}{1-0,672} \approx 6,16 \text{ kW}$$

Soit des pertes Joule au niveau des résistances rotoriques égales à :

$$g \cdot P_e = 0,672 \times 6,16 \cdot 10^3 \approx 4,14 \text{ kW}$$

Les pertes Joule se répartissent proportionnellement à la valeur des résistances ($P_J = R \cdot I^2$). Ainsi, les pertes dans les résistances insérées au rotor valent :

$$P_{Jins} = \frac{2,55}{2,72} \times 4,14 \cdot 10^3 \approx 3,88 \text{ kW}$$

La majorité des pertes Joule rotor se dissipent en dehors du moteur. Il n'y a que $4,14 \cdot 10^3 - 3,88 \cdot 10^3 = 259 \text{ W}$ qui se dissipent à l'intérieur de la machine. C'est une bonne chose car, dans cette situation, le moteur tourne doucement et se ventile mal.

- 1.5. Si les résistances insérées au rotor ont été éliminées, le même calcul que précédemment nous conduit à :

$$\begin{aligned} k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{R_2} = C_{\text{résistant}} &\Rightarrow g = \frac{C_{\text{résistant}} \cdot R_2}{k \cdot V^2} \\ &\Rightarrow g = \frac{49 \times 0,15}{0,0041 \times 220^2} \approx 0,037 \end{aligned}$$

Par conséquent : $N = N_S \cdot (1-g) = 1200 \times (1-0,037) \approx 1155 \text{ tr/min}$

2. Fonctionnement en descente :

- 2.12.1.1. Calculer la vitesse de descente de la charge (charge nominale). La caractéristique mécanique possède un centre de symétrie : $N = N_S$ $C_e = 0$. Le couple résistant devenant couple d'entraînement à la descente et conservant la même en valeur 49 Nm, le point de fonctionnement à la descente sera le symétrique du point de fonctionnement à la montée par rapport au centre de symétrie.

Ainsi :

$$\begin{aligned} N_S - N_{\text{montée}} = N_{\text{descente}} - N_S &\Rightarrow N_{\text{descente}} = N_S + (N_S - N_{\text{montée}}) \\ &\Rightarrow N_{\text{descente}} = 1200 + (1200 - 1155) = 1245 \text{ tr/min} \end{aligned}$$

- 2.1.2. La puissance mécanique fournie à la machine par la charge qui descend est égale à :

$$P_{\text{méca}} = 2\pi N \cdot C_e = 2\pi \frac{1245}{60} \times 49 \simeq 6,38 \text{ kW}$$

Calculons les pertes Joule rotor, pour ce faire, calculons d'abord P_e en ayant en tête que nécessairement : $P_e < P_{\text{méca}}$. Le glissement est négatif dans le fonctionnement qui nous intéresse et vaut : $\frac{N_S - N}{N_S} = \frac{1200 - 1245}{1200} = -0,0375$

$$P_e = \frac{P_u}{1 - g} = \frac{49 \times 2\pi \times \frac{1245}{60}}{1 - (-0,0375)} \simeq 6,15 \text{ kW}$$

Comme nous sommes dans l'impossibilité de calculer les pertes Joule stator (l'énoncé ne donne pas la valeur de la résistance d'une phase statorique), tout ce que nous pouvons dire c'est que l'énergie restituée au réseau par la machine, qui fonctionne en génératrice asynchrone, sera inférieure à 6,15 kW.

- 2.1.3. Si les résistances rotoriques additionnelles sont restées en service (insérées), le point de fonctionnement est désormais le symétrique de celui de la montée avec résistances rotoriques insérées. Le même raisonnement que précédemment permet d'écrire :

$$\begin{aligned} N_S - N_{\text{montée}} &= N_{\text{descente}} - N_S \Rightarrow N_{\text{descente}} = N_S + (N_S - N_{\text{montée}}) \\ &\Rightarrow N_{\text{descente}} = 1200 + (1200 - 394) = 2006 \text{ tr/min} \end{aligned}$$

Ce résultat est « normal ». En effet, en augmentant les résistances rotoriques, on diminue le courant rotorique et par conséquent les forces de Laplace qui freinent le rotor. Forces de Laplace qui résultent de l'interaction du courant rotorique et du champ tournant statorique. A la limite, si l'on insère des résistances rotoriques infinies (ouverture du circuit rotorique par levée des balais au-dessus des bagues), les courants rotoriques seront nuls et il en sera de même des forces de Laplace. La machine ne sera donc plus freinée et la plate-forme du monte-charge tombera en chute libre.

L'insertion des résistances rotoriques permet d'augmenter la vitesse de descente.

- 2.1.4. Le calcul de la puissance restituée au réseau par la génératrice asynchrone s'effectue de la même manière que précédemment :

$$P_{\text{méca}} = 2\pi N \cdot C_e = 2\pi \frac{2006}{60} \times 49 \simeq 10,3 \text{ kW}$$

Le glissement vaut : $\frac{N_s - N}{N_s} = \frac{1200 - 2006}{1200} = -0,671$

$$P_e = \frac{P_u}{1 - g} = \frac{49 \times 2\pi \times \frac{2006}{60}}{1 - (-0,671)} \simeq 6,15 \text{ kW}$$

Le puissance fournie par la charge augmente mais les pertes Joule rotor augmentent également et, au final, l'énergie restituée au réseau par la machine reste sensiblement la même que lors de la descente sans résistances insérées.

2.2. Freinage à contre-courant :

2.2.1. Le point de fonctionnement, en régime permanent, aura pour coordonnées :

$$N = -200 \text{ tr/min et } C_e = 49 \text{ Nm.}$$

Le glissement sera : $\frac{N_s - N}{N_s} = \frac{1200 - (-200)}{1200} = 1,16$

$$C_e = k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{R_2 + R_{ins}} \Rightarrow R_{ins} = k \cdot V^2 \cdot \frac{g}{C_e} - R_2$$

$$\Rightarrow R_{ins} = 0,0041 \times 220^2 \times \frac{1,16}{49} - 0,15 \simeq 4,57 \Omega$$

2.2.2. L'analogie avec l'embrayage de voiture permet de comprendre ce qui se passe. Lors du freinage hypersynchrone, non seulement rotor et champ statorique tournent dans le même sens, mais le rotor (disque mené) tend à entraîner le champ statorique (disque menant) lui fournissant de l'énergie : la machine fonctionne en génératrice.

Dans le cas présent, le champ statorique (disque menant de l'embrayage) et le rotor (disque mené) tournent en sens contraire. il ne pourra pas y avoir transfert d'énergie du rotor vers le stator. Par contre il y aura une intense dissipation d'énergie par effet Joule (friction des deux disques de l'embrayage).

Les pertes Joule rotor seront toujours données par la même formule : $P_{JR} = g \cdot P_e$. Avec :

$$P_e = \frac{P_u}{1 - g} = \frac{49 \times 2\pi \times \frac{200}{60}}{|1 - 1,16|} \simeq 6,41 \text{ kW}$$

Les pertes Joule dissipées dans les résistances rotoriques additionnelles seront égales à :

$$P_{Jins} = \frac{4,57}{4,57 + 0,15} \times 6,41 \cdot 10^3 \simeq 6,21 \text{ kW}$$

Ainsi seulement 204 W sont dissipés à l'intérieur de la machine qui ne « souffre » pas trop lors de cette phase de freinage.

Chapitre 6

Commande de la machine asynchrone

Ce chapitre est très fortement inspirée du document intitulé « Modélisation et Commande de la Machine Asynchrone », voir :[BAG05], http://www.baghli.com/dl/courscmde/cours_cmde_MAS.html. L'auteur, Lofti Baghli, m'a aimablement autorisé à reproduire de larges extraits de ses notes de cours ainsi que les principaux schémas.

Concernant la machine asynchrone, on distingue deux types de commandes :

- les commandes scalaires ;
- les commandes vectorielles.

commande scalaire	commande vectorielle
modèle régime permanent + simple à implanter - dynamique lente	modèle régime transitoire + précise et rapide + contrôle du couple à l'arrêt - chère (capteur de position du rotor/stator ou estimateur de vitesse, DSP, ...)
contrôle des grandeurs en amplitude	contrôle des grandeurs en amplitude et en <i>phase</i>

Le modèle de la machine asynchrone présenté précédemment est un modèle en « régime permanent » où la machine est supposée fonctionner en régime établi, à vitesse constante car alimentée avec un système de tensions triphasées de valeurs efficaces constantes. Les grandeurs sont alors sinusoïdales et l'approche dans l'espace complexe est valable (vecteurs de Fresnel). Les équations de la machine, établies en « régime permanent », permettent de calculer

le couple et de prévoir les points de fonctionnement avec une méthode simple, qualifié de $\frac{V}{f} = \text{cte}$ ou appelée également *contrôle scalaire*. Cela permet de faire varier la vitesse de la machine sur une large plage.

Une autre méthode de contrôle, basée sur les équations du « régime transitoire » (ou « régime dynamique ») de la machine est appelée *commande vectorielle*. Elle permet d'obtenir une réponse dont la dynamique est plus rapide, elle permet également une meilleure précision dans le contrôle de la valeur du couple et notamment d'obtenir un couple à vitesse nulle. Cette commande est cependant plus difficile à implanter puisqu'elle requiert plus de puissance de calcul de la part du micro-contrôleur ou du DSP¹ du variateur.

Le nom de *commande vectorielle* vient du fait que les relations finales sont vectorielles (amplitude et *phase*) à la différence des commandes scalaires (amplitude seulement). Il existe des commandes vectorielles pour les moteurs asynchrones mais également pour les moteurs synchrones.

6.1 Commande scalaire

Plusieurs commandes scalaires existent selon que l'on agit sur le courant ou sur la tension. Elles dépendent surtout de la topologie de l'actionneur utilisé (onduleur de tension ou de courant). L'onduleur de tension étant maintenant le plus utilisé en petite et moyenne puissance, c'est la commande en V/f qui est la plus utilisée.

6.1.1 Contrôle en V/f de la machine asynchrone

Son principe est de maintenir $V/f = \text{constant}$ ce qui revient à garder le flux constant. Le contrôle du couple se fait par action sur le glissement. En effet, d'après le modèle établi en régime permanent, le couple maximum s'écrit :

$$C_{max} = \frac{3p}{2N_r'} \left(\frac{V_s}{\omega_s} \right)^2$$

On constate donc que le couple est directement proportionnel au carré du rapport de la tension sur la fréquence statorique. Cette quantité est proportionnelle au flux. Pour s'en convaincre, il suffit de partir de la relation de Faraday pour une spire supposée sans résistance (on la trempe dans l'hélium liquide) :

1. DSP : Digital Signal Processor

$$v = \frac{d\phi}{dt}$$

Si le flux est alternatif sinusoïdal, en l'exprimant à l'aide d'une grandeur complexe, on obtient :

$$\underline{\phi} = \Phi_{max} \cdot e^{j\omega t + \phi}$$

La formule de Faraday s'écrit alors :

$$\underline{V} = \frac{d\underline{\phi}}{dt} = j\omega \cdot \Phi_{max} \cdot e^{j\omega t + \phi} = j\omega \underline{\phi}$$

et donc, en prenant les modules des expressions complexes :

$$V = \omega \cdot \phi \Rightarrow \phi = \frac{V}{\omega}$$

En maintenant $V/f = \text{constant}$ et en faisant varier la fréquence statorique, on déplace la courbe du couple électromagnétique (en régime quasi-statique) de la machine asynchrone comme le montre la figure 5.47 de la page 231.

En fait, garder le rapport constant revient à garder le flux constant. Quand la tension atteint sa valeur maximale, on commence alors à faire décroître ce rapport ce qui provoque une diminution du couple que peut produire la machine. On est en régime de « défluxage ». Ce régime permet de dépasser la vitesse nominale de la machine, on l'appelle donc aussi régime de survitesse.

À basse vitesse, la chute de tension ohmique ne peut pas être négligée. On compense alors en ajoutant un terme de tension V_0 (figure 6.1).

Le schéma de commande de la figure 6.1 présente la manière de réguler la vitesse de la machine en reconstituant la pulsation statorique à partir de la vitesse et de la pulsation rotorique. Cette dernière, qui est l'image du couple de la machine est issue du régulateur de vitesse. Si la machine est chargée, la vitesse a tendance à baisser, le régulateur va fournir plus de couple (donc plus de glissement) afin d'assurer cet équilibre. La pulsation statorique est donc modifiée pour garder cet équilibre. La tension est calculée de manière à garantir le mode de contrôle en V/f de la machine.

6.1.2 Contrôle scalaire du courant

Par rapport à la commande précédente, on utilise un onduleur (commutateur) de courant, voir la figure 6.2, afin d'imposer directement les courants

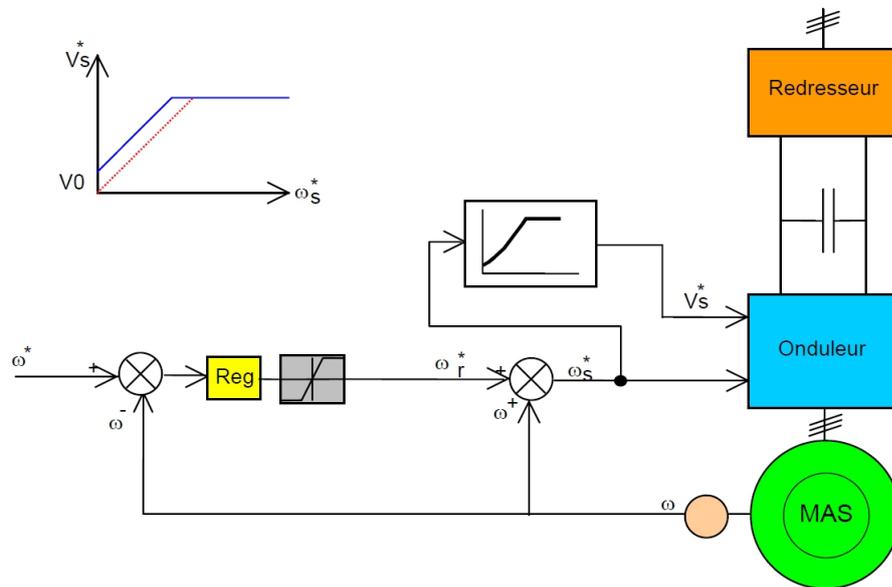


FIGURE 6.1 – Contrôle scalaire de la tension.

dans les phases de la machine. La fréquence du fondamental est calculée de la même manière. La valeur du courant de plateau I_d (courant continu) est égale à une constante près à la valeur efficace du courant imposé I_s . Cette valeur est imposée par régulation à l'aide d'un pont redresseur contrôlé. Le dispositif est plus complexe qu'un contrôle scalaire de la tension.

6.2 Commande vectorielle

Il semble que la commande vectorielle a été inventée en 1972 par Félix Blaschke. Cependant, elle n'a fait l'objet d'applications pratiques dans l'industrie que lorsque les avancés en micro-électronique ont permis d'effectuer les calculs nécessaires suffisamment rapidement, en *temps réel*. En effet, cette commande nécessite des calculs de transformés de Park, de fonctions trigonométriques, des intégrations, des régulations... ce qui ne pouvait pas se faire avec de l'électronique purement analogique ni avec des microprocesseurs ou des microcontrôleurs trop lents.

Nous allons établir un modèle de la machine asynchrone en régime transitoire afin de poser les bases de la commande vectorielle et d'en comprendre le principe.

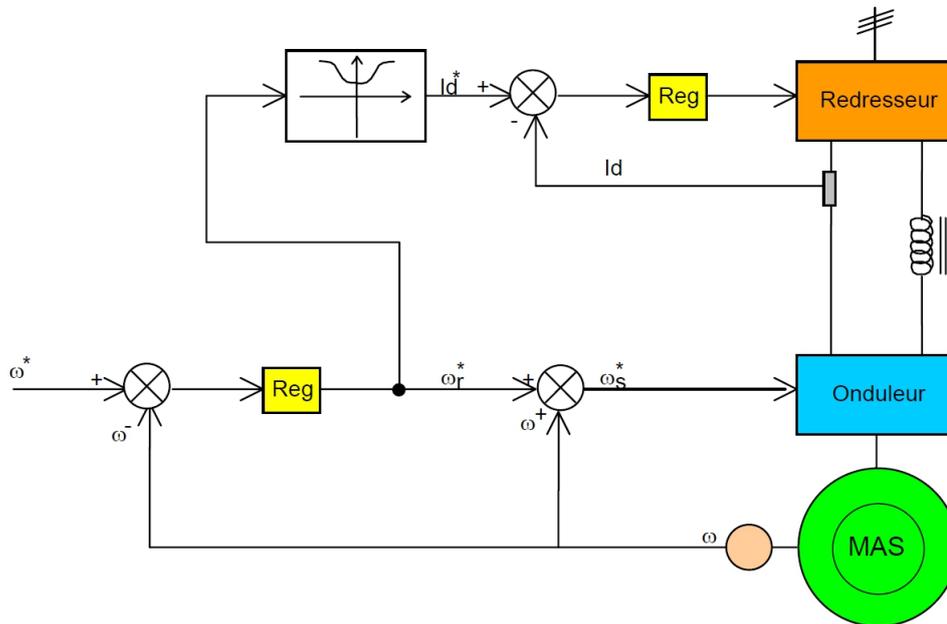


FIGURE 6.2 – Contrôle scalaire du courant.

6.2.1 Modèle de la machine asynchrone en régime transitoire

6.2.1.1 Hypothèses de travail

Afin de simplifier la mise en équation, nous supposons que le bobinage est réparti de manière à donner une force magnétomotrice (f.m.m.) sinusoïdale s'il est alimenté par des courants sinusoïdaux. Nous supposons également que nous travaillons en régime non saturé. Nous négligeons le phénomène d'hystérésis, les courants de Foucault et l'effet de peau. Enfin, le régime homopolaire est nul puisque le neutre n'est pas relié.

Ces choix signifient entre autres que :

- les flux sont additifs ;
- les inductances propres sont constantes ;
- la variation des inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques est sinusoïdale.

6.2.2 Les équations de la machine asynchrone en régime quelconque

Pour plus de détails concernant la mise en équation, on pourra se référer à [MAY05], [CH95], ou encore [LNS81].

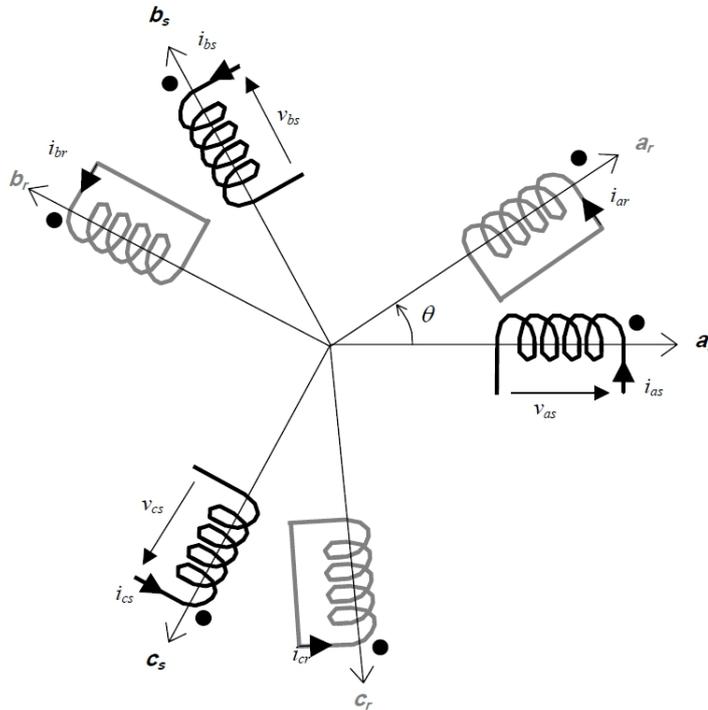


FIGURE 6.3 – Représentation des enroulements statoriques et rotoriques d'une machine asynchrone à rotor bobiné.

Les enroulements des trois phases statoriques et des trois phases rotoriques dans l'espace peuvent être représentés comme l'indique la figure 6.3. Les phases rotoriques sont court-circuitées sur elles mêmes. θ est l'angle électrique entre l'axe de la phase a statorique et la phase a rotorique.

La loi de Faraday permet d'écrire :

$$v = Ri + \frac{d\phi}{dt}$$

Pour les trois phases statoriques, cette formule donne l'écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \end{bmatrix}$$

que l'on peut condenser en :

$$[v_{abcs}] = [R_s] [i_{abcs}] + \frac{d}{dt} [\phi_{abcs}] \quad (6.2.1)$$

Le rotor étant en court-circuit, les tensions sont nulles et on écrira :

$$[v_{abcr}] = [R_r] [i_{abcr}] + \frac{d}{dt} [\phi_{abcr}] = [0] \quad (6.2.2)$$

Le flux baignant une phase est produit par le courant passant dans le bobinage de la phase et par les courants des autres phases par le biais des mutuelles inductances. On note :

- l_s l'inductance propre d'une phase statorique ;
- l_r l'inductance propre d'une phase rotorique ;
- m_s l'inductance mutuelle entre deux phases statoriques ;
- m_r l'inductance mutuelle entre deux phases rotoriques ;
- m_{sr} le maximum de l'inductance mutuelle entre une phase statorique et une phase rotorique.

Les coefficients instantanés de mutuelle inductance entre le rotor et le stator s'expriment en fonction de θ , on pose :

m_1 la mutuelle inductance entre a_s et a_r , avec :

$$m_1 = m_{sr} \cdot \cos(\theta)$$

m_2 la mutuelle inductance entre a_s et c_r , avec :

$$m_2 = m_{sr} \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

m_3 la mutuelle inductance entre a_s et b_r , avec :

$$m_3 = m_{sr} \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

ATTENTION : la mutuelle entre la phase statorique a_s et la phase rotorique b_r sera donc m_3 conformément à la figure 6.3.

Ainsi, le flux total pour la phase a , s'écrira par exemple :

$$\phi_{as} = \underbrace{l_s i_{as} + m_s i_{bs} + m_s i_{cs}}_{\text{flux dus aux courants statoriques}} + \overbrace{m_1 i_{ar} + m_3 i_{br} + m_2 i_{cr}}^{\text{flux dus aux courants rotoriques}}$$

Pour toutes les phases, cela donne lieu à l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \\ \phi_{ar} \\ \phi_{br} \\ \phi_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s & | & m_1 & m_3 & m_2 \\ m_s & l_s & m_s & | & m_2 & m_1 & m_3 \\ m_s & m_s & l_s & | & m_3 & m_2 & m_1 \\ \hline m_1 & m_2 & m_3 & | & l_r & m_r & m_r \\ m_3 & m_1 & m_2 & | & m_r & l_r & m_r \\ m_2 & m_3 & m_1 & | & m_r & m_r & l_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \quad (6.2.3)$$

La matrice des flux réels fait apparaître quatre sous-matrices d'inductances :

$$\begin{bmatrix} \phi_{abcs} \\ \phi_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [L_r] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{abcr} \end{bmatrix} \quad (6.2.4)$$

avec :

$$[L_s] = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s \\ m_s & l_s & m_s \\ m_s & m_s & l_s \end{bmatrix}$$

$$[L_r] = \begin{bmatrix} l_r & m_r & m_r \\ m_r & l_r & m_r \\ m_r & m_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = m_{sr} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$[M_{rs}] = [M_{sr}]^t$$

Finallement :

$$[v_{abcs}] = [R_s] \cdot [i_{abcs}] + \frac{d}{dt} ([L_s] \cdot [i_{abcs}] + [M_{sr}] \cdot [i_{abcr}]) \quad (6.2.5)$$

$$[v_{abcr}] = [R_r] \cdot [i_{abcr}] + \frac{d}{dt} ([M_{sr}]^t \cdot [i_{abcs}] + [L_r] \cdot [i_{abcr}]) \quad (6.2.6)$$

6.2.2.1 Transformation triphasée - diphasé

Le but de cette transformation est de *diagonaliser les matrices de flux* en passant d'un système triphasé abc où un vecteur est exprimé dans une base abc (trois vecteurs unitaires déphasés les uns par rapport aux autres de $\frac{2\pi}{3}$) à un système diphasé $\alpha\beta$ (deux vecteurs unitaires en quadrature). Un vecteur peut être décomposé en trois composantes selon une base « triphasée » abc ou bien en deux composantes selon une base « diphasée » $\alpha\beta$.

Un champ magnétique tournant, par exemple, peut être obtenu par un enroulement triphasé (trois bobines dont les axes sont décalés angulairement de $\frac{2\pi}{3}$ et alimentées par des tensions décalées dans le temps de $\frac{2}{3}$ de période) ou par un enroulement diphasé (deux bobines décalées d'un angle de $\frac{\pi}{2}$ et alimentées par des tensions décalées d'un quart de période).

Il existe principalement deux transformations :

- la transformation de Clarke ;
- la transformation de Concordia.

La transformation de Clarke conserve l'amplitude des grandeurs mais pas la puissance ni le couple, tandis que celle de Concordia conserve la puissance mais pas les amplitudes.

6.2.2.2 Conditions imposées aux transformation matricielles

Une transformation consiste à faire correspondre à un vecteur $[i_{abc}] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$ un autre vecteur $[i]$ selon une matrice de transformation $[i] = [T][i_{abc}]$ ou $[i_{abc}] = [T]^{-1}[i]$.

6.2.2.3 Invariance de la puissance instantanée

La puissance instantanée est donnée en triphasé par :

$$p(t) = v_a(t)i_a(t) + v_b(t)i_b(t) + v_c(t)i_c(t)$$

soit $p = [v_{abc}]_t [i_{abc}]$

D'autre part, $[v_{abc}] = [T]^{-1}[v]$

Donc $p = ([T]^{-1}[v])_t ([T]^{-1}[i]) = [v]_t [T]^{-1} [T]^{-1} [i]$ (permutation des termes de transposition dans une parenthèse).

S'il y a invariance, alors :

$$p = [v_{abc}]_t [i_{abc}] = [v]_t [i]$$

soit :

$$[T]_t^{-1} [T]^{-1} = 1$$

ou

$$[T]_t [T] = 1$$

Pour qu'il y ait invariance de la puissance instantanée, la matrice de transformation $[T]$ doit donc être *orthogonale*.

6.2.2.4 Transformée de Clarke

La matrice de Clarke², couramment notée $[Cl]$, permet le passage d'un système triphasé en un système diphasé $\alpha\beta$ comme celui représenté sur la figure 6.4.

La figure 6.4 permet de comprendre que le passage de coordonnées triphasées à des coordonnées diphasées consiste à projeter les coordonnées triphasées sur les axes α et β :

$$x_\alpha = x_a + x_b \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + x_c \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

et :

$$x_\beta = x_a \cdot 0 + x_b \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + x_c \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

soit :

$$[Cl] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

2. Edith Clarke est née le 10 février 1883 dans le comté d'Howard (Maryland, USA) et est décédée le 26 mai 1960 à Olney, Maryland. Après des études à l'institut de technologie du Massachusetts, où elle est la première femme diplômée en électricité, elle devient ingénieur à la compagnie General Electric de 1919 à 1945. Elle écrit de nombreux articles dans les revues techniques. En 1943, elle écrit son livre le plus important : *Circuit analysis of AC power systems*, Vol. IV. Symmetrical and related components, John Wiley and sons. De 1947 à 1957, elle enseigne l'électricité à l'université du Texas à Austin. Edith Clark a laissé son nom à la transformation des systèmes triphasés en systèmes diphasés présentée dans son article de 1943.

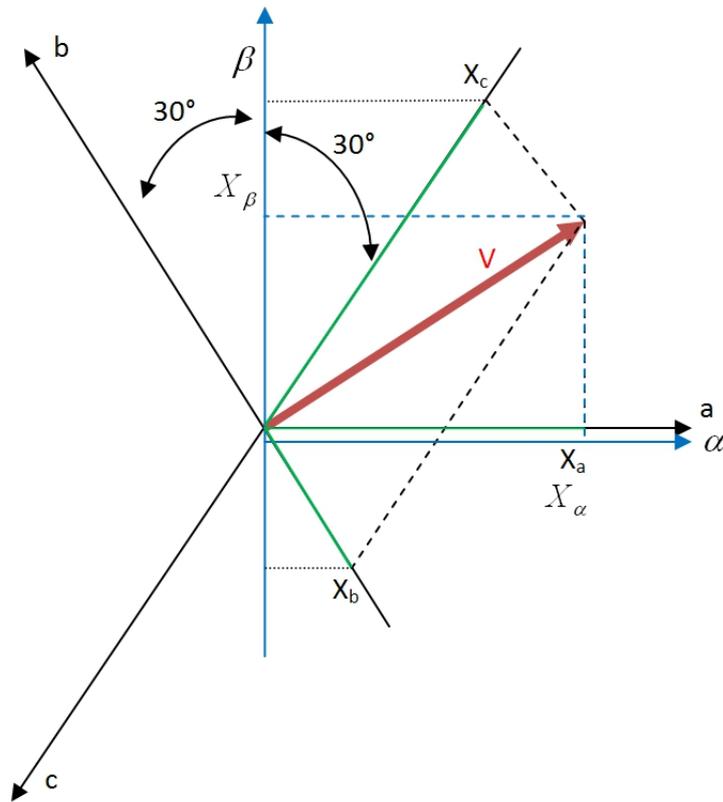


FIGURE 6.4 – Passage d'une base triphasée (abc) à une base diphasée ($\alpha\beta$) et réciproquement.

Ce qui donnera pour les courants :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix}$$

Soit :

$$[i_{\alpha\beta}] = [Cl][i_{abc}]$$

Le coefficient $\frac{2}{3}$ est arbitraire mais il est adopté car il permet de conserver l'amplitude des courants ; un système triphasé équilibré de courants sinusoïdaux d'amplitude I_M produit un vecteur courant d'amplitude I_M .

La transformation inverse est alors :

$$\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

Soit :

$$[i_{abc}] = [Cl]^{-1}[i_{\alpha\beta}]$$

Même en ajoutant une ligne afin de constituer une matrice 3x3, la matrice de Clark n'est pas orthogonale.

6.2.2.5 Transformée de Concordia

La matrice de Clarke n'étant pas orthogonale, elle ne permet donc pas de conserver la puissance instantanée. La transformée de Concordia³, notée Co , est une matrice de Clarke que l'on rend orthogonale. On introduit la composante homopolaire, ce qui revient à considérer tous les déséquilibres.

La définition pour les courants est la suivante :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

ou :

$$[i_{\alpha\beta o}] = [Co] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

La transformation inverse est :

3. Charles Concordia est né le 20 juin 1908 à Schenectady (USA) et est décédé en 2003 à Venice en Floride. Charles Concordia commence sa carrière au laboratoire de la compagnie General Electric en juillet 1926. Ses travaux portent essentiellement sur le comportement dynamique des systèmes de puissance. Il a écrit environ 130 articles techniques et un livre sur les machines synchrones : Synchronous machines. Theory and performances, John Wiley and sons, 1951 et a déposé six brevets. Il s'intéresse précocement aux applications de l'ordinateur à l'ingénierie. Il a laissé son nom à la transformation des systèmes triphasés en systèmes diphasés qui conserve la puissance

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_o \end{bmatrix}$$

ou :

$$[i_{abc}] = [Co]^{-1}[i_{\alpha\beta o}] = [Co]_t[i_{\alpha\beta o}]$$

On peut vérifier que cette matrice est orthogonale :

$$[Co]_t[Co] = 1$$

6.2.2.6 Transformation de Park

La transformation de Park⁴ est constituée d'une transformation triphasé - diphasé suivie d'une rotation. Elle permet de passer du repère abc vers le repère $\alpha\beta$ puis vers le repère dq . Le repère $\alpha\beta$ est toujours fixe par rapport au repère abc (voir la figure 6.4), par contre le repère dq est mobile. Comme le montre la figure 6.5, il forme avec le repère fixe $\alpha\beta$ un angle qui est appelé l'angle de la transformation de Park ou angle de Park.

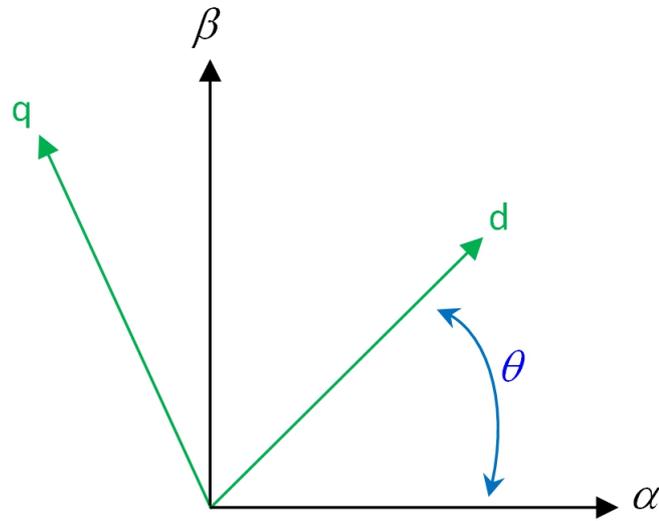
La matrice de rotation 3x3 s'écrira :

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Suivant la figure 6.5, on aura donc :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_o \end{bmatrix}$$

4. Robert H. Park est né le 15 mars 1902 à Strasbourg (France) et est décédé le 18 février 1994 à Providence (USA). Park grandit aux États-Unis, à Wollaston dans le Massachussets. Il est diplômé en ingénierie électrique à l'université du Massachussets en 1923. Il réalise ensuite un travail post-universitaire à l'institut royal de technologie de Stockholm, en Suède. Il travaille dans plusieurs sociétés, dont la General Electric, puis la R.H. Park Company. À la fin de sa vie, il est consultant privé. Il publie son principal article en 1929 : Two reactions theory of synchronous machines, Trans. AIEE vol. 48, juillet 1929, pp. 716-727. Park a laissé son nom à la transformation qui est à la base des commandes actuelles des moteurs à courant alternatif

FIGURE 6.5 – Rotation du système $\alpha\beta$ vers le système dq .

i_d représente l'axe direct et i_q l'axe en quadrature « avant ». i_o représente la composante homopolaire perpendiculaire au plan de la figure 6.5. On remarque que $[R(-\theta)] = [R(\theta)]^{-1}$.

La transformation de Concordia conserve la puissance instantanée, on utilisera cette transformation pour réaliser la transformation de Park qui conserve la puissance.

$$[P(\theta)] = [R(\theta)][Co]$$

Pour les courants, cela donnera :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

soit :

$$[i_{dqo}] = [P(\theta)][i_{abc}]$$

avec :

$$[P(\theta)] = [R(\theta)][Co]$$

La transformée inverse sera :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_o \end{bmatrix}$$

soit :

$$[i_{abc}] = [P(\theta)]^{-1}[i_{dqo}]$$

Cette matrice est orthogonale, soit : $[P(\theta)]_t[P(\theta)] = 1$ ou $[P(\theta)]^{-1} = [P(\theta)]_t$.

Il est à noter que, dans la littérature, la matrice que nous avons définie comme $[P(\theta)]$ est souvent appelée « transformée inverse de Park », par conséquent, son inverse est alors appelée « transformation directe de Park ».

La transformation de Park peut s'interpréter comme suit :

Les machines triphasées à champ tournant comportent trois enroulements fixes, décalés de 120° le long de l'entrefer et parcourus par trois courants alternatifs triphasés (décalés dans le temps de deux tiers de période). En vertu du théorème de Ferraris, ceci donne naissance à un champ magnétique tournant à la vitesse $\omega_s = \frac{f}{p}$ et dont l'amplitude est constante au cours du temps.

La transformation de Park permet de remplacer le système réel par un système composé de :

- deux enroulements tournants à la vitesse angulaire $\dot{\theta}_s = \omega_s$ et parcourus par les courants i_d et i_q ;
- un enroulement fixe, parcouru par le courant homopolaire i_o .

Le système équivalent donne naissance à un champ tournant dans l'entrefer qui est identique à celui créé par les trois enroulements décalés de 120° et parcourus par des courants triphasés.

6.2.3 Mise en équations de la machine asynchrone en coordonnées de Park

Au paragraphe 6.2.2, la machine asynchrone a été modélisée en utilisant deux repères séparés : un pour exprimer les grandeurs statoriques et l'autre pour exprimer les grandeurs rotoriques. Ces deux repères étant liés par l'angle θ , un modèle de la machine dans un repère tournant unique (repère dq) peut être obtenu à l'aide de deux matrices de rotation.

La figure 6.6 montre la disposition des systèmes d'axes diphasés et triphasés dans l'espace électrique. À un instant donné, la position du champ magnétique

tournant dans l'entrefer est repérée par l'angle θ_s par rapport à l'axe immobile \vec{O}_{as} . Pour développer le modèle de la machine, on considère un repère de Park aligné avec ce champ magnétique et tournant à la même vitesse ω_s . L'angle θ_s correspond à l'angle entre les axes \vec{O}_{as} et \vec{O}_d tandis que l'angle θ_r correspond à l'angle entre les axes \vec{O}_{ar} et \vec{O}_d .

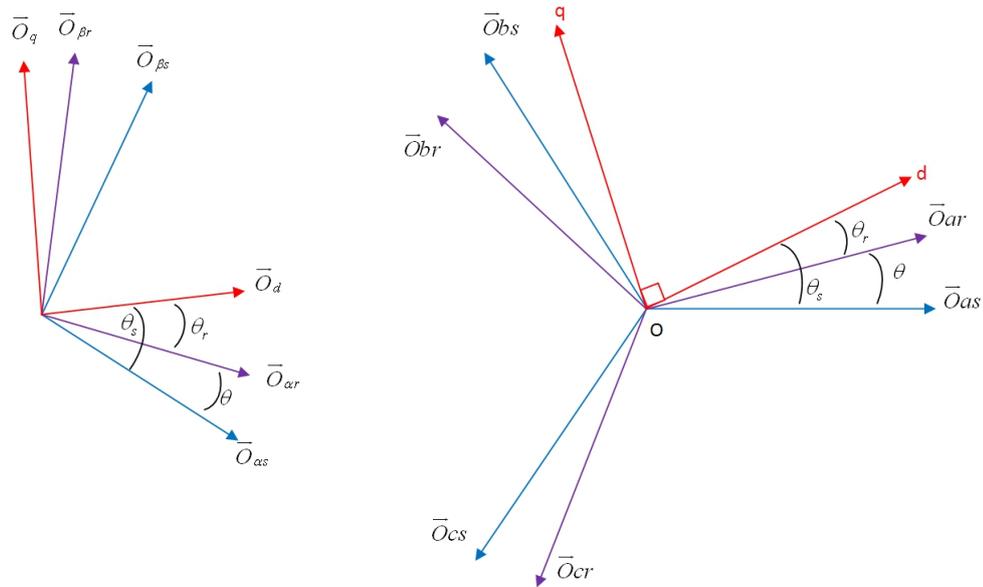


FIGURE 6.6 – Représentation angulaire des systèmes d'axes dans l'espace électrique.

Une transformation d'angle θ_s est nécessaire pour ramener les grandeurs du stator dans le repère tournant de Park et une transformation d'angle θ_r pour les grandeurs du rotor. En observant la figure 6.6, on constate que, pour exprimer les grandeurs statoriques et rotoriques dans un même repère de Park $(O, \vec{O}_d, \vec{O}_q)$, les angles sont liés par la relation :

$$\theta_s = \theta + \theta_r$$

L'angle $\theta = \theta_s - \theta_r$ correspond à la position du rotor par rapport au stator dans la machine, il peut être mesuré par un codeur solidaire du rotor.

De la relation entre les angles, nous pouvons établir une relation entre les vitesses du référentiel dans chaque repère et la vitesse mécanique :

$$\theta_s = \theta + \theta_r \Rightarrow \frac{d\theta_s}{dt} = \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\theta_r}{dt} \Rightarrow \omega_s = \omega + \omega_r$$

avec :

$$\omega_s = \frac{d\theta_s}{dt}, \omega_r = \frac{d\theta_r}{dt}, \omega = p\Omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Ω étant la vitesse mécanique, et ω cette même vitesse vue dans l'espace électrique, la vitesse des grandeurs rotoriques est donc de ω_r par rapport à la vitesse ω du rotor. Par rapport au repère du stator, les grandeurs rotoriques tournent donc à la même vitesse ω_s que les grandeurs statoriques.

L'utilisation de la transformation de Park va permettre de concevoir un modèle de la machine asynchrone indépendant de la position du rotor que l'on appellera « machine de Park ». La représentation de Park de la machine asynchrone est schématisée à la figure 6.7. Les axes magnétiques d et q sont perpendiculaires entre eux et l'axe 0 (ou homopolaire) est perpendiculaire au plan décrit par d et q , il est dessiné à l'écart pour plus de clarté visuelle.

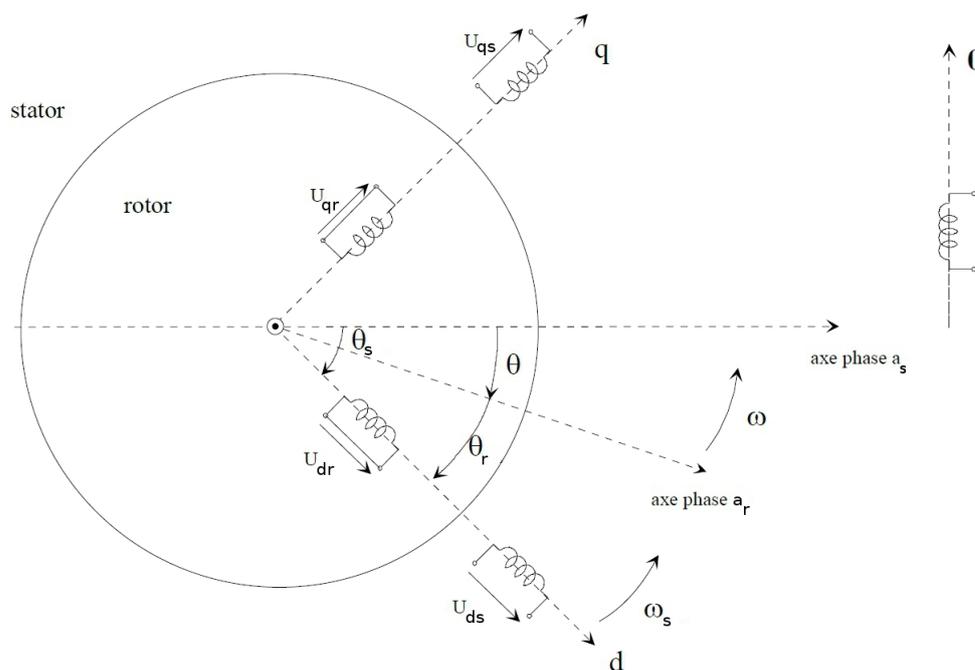


FIGURE 6.7 – Représentation de la machine asynchrone de Park.

Les angles θ_s et θ_r représentent respectivement l'angle électrique entre la phase a_s statorique et l'axe d de Park et celui entre la phase a_r rotorique et l'axe d de Park. L'enroulement homopolaire du rotor n'est pas représenté à cause de son influence inexistante.

Deux transformations sont utilisées, l'une $[P(\theta_s)]$ est appliquée aux grandeurs du stator, l'autre $[P(\theta_r)]$ est appliquée aux grandeurs du rotor :

$$\begin{cases} [x_{dqo-s}] = [P(\theta_s)][x_{abc-s}] \\ [x_{dqo-r}] = [P(\theta_r)][x_{abc-r}] \end{cases}$$

Les composantes directe et en quadrature x_d et x_q représentent les grandeurs, qui correspondent aux coordonnées x_a, x_b, x_c , dans un repère orthogonal tournant dans le même plan. Le terme $x_o = k \times (i_a + i_b + i_c)$, avec k constante, représente la composante homopolaire, orthogonale au plan formé par le système x_a, x_b, x_c .

6.2.3.1 Équations électriques

Exprimons les matrices colonnes des grandeurs triphasées ($[v_{abc}]$, pour les tensions, $[i_{abc}]$ pour les courants et $[\phi_{abc}]$ pour les flux) en fonction des matrices colonnes des composantes de Park ($[v_{abcP}]$, pour les tensions, $[i_{abcP}]$ pour les courants et $[\phi_{abcP}]$ pour les flux) :

$$[v_{abc}] = [P(\theta_s)]^{-1}[v_{abcP}]$$

$$[i_{abc}] = [P(\theta_s)]^{-1}[i_{abcP}]$$

$$[\phi_{abc}] = [P(\theta_s)]^{-1}[\phi_{abcP}]$$

Remplaçons ces grandeurs dans l'équation des tensions 6.2.1 de la page 257 que nous rappelons ici :

$$[v_{abc}] = [R_s][i_{abc}] + \frac{d}{dt}[\phi_{abc}]$$

$$[P(\theta_s)]^{-1}[v_{abcP}] = [R_s][P(\theta_s)]^{-1}[i_{abcP}] + \frac{d([P(\theta_s)]^{-1}[\phi_{abcP}])}{dt}$$

La formule de la dérivée d'un produit permet d'écrire :

$$[P(\theta_s)]^{-1}[v_{abcP}] = [R_s][P(\theta_s)]^{-1}[i_{abcP}] + [P(\theta_s)]^{-1} \frac{d([\phi_{abcP}])}{dt} + \frac{d([P(\theta_s)]^{-1})}{dt}[\phi_{abcP}]$$

Multiplions à gauche par la matrice de Park :

$$[v_{abcsP}] = [R_s][i_{abcsP}] + \frac{d([\phi_{abcsP}])}{dt} + [P(\theta_s)] \frac{d([P(\theta_s)]^{-1})}{dt} [\phi_{abcsP}]$$

Pour simplifier le dernier terme, écrivons la matrice de la transformation inverse de Park :

$$P(\theta_s)^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_s & -\sin \theta_s & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Dérivons-la par rapport au temps :

$$\frac{d([P(\theta_s)]^{-1})}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} -\sin \theta_s & -\cos \theta_s & 0 \\ -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) & 0 \end{bmatrix} \times \frac{d\theta_s}{dt}$$

Effectuons le produit matriciel :

$$[P(\theta_s)] \cdot \frac{d([P(\theta_s)]^{-1})}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \frac{d\theta_s}{dt}$$

En nous rappelant que :

$$[v_{abcsP}] = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{os} \end{bmatrix}$$

Nous pouvons en déduire les relations entre les composantes de Park :

$$\begin{aligned} v_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \phi_{qs} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} \\ v_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} + \phi_{ds} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} \\ v_{os} &= R_s i_{os} + \frac{d\phi_{os}}{dt} \end{aligned}$$

Introduisons la vitesse angulaire électrique du repère dq , définie par :

$$\omega_{dq} = \frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s$$

Les expressions des tensions statoriques deviennent ainsi :

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \phi_{qs} \cdot \omega_s \quad (6.2.7)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} + \phi_{ds} \cdot \omega_s \quad (6.2.8)$$

Un calcul identique appliqué aux grandeurs rotoriques nous donne :

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} - \phi_{qr} \cdot \frac{d\theta_r}{dt}$$

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} + \phi_{dr} \cdot \frac{d\theta_r}{dt}$$

$$0 = R_r i_{or} + \frac{d\phi_{or}}{dt}$$

La relation entre les angles étant :

$$\theta_s = \theta + \theta_r$$

La dérivée de cette relation est :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\theta_r}{dt}$$

Soit, en introduisant la vitesse de rotation $\omega_{dq} = \omega_s$ du repère dq et la vitesse angulaire électrique $\omega = \frac{d\theta}{dt}$:

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_{dq} - \omega$$

Les expressions des tensions rotoriques deviennent ainsi :

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} - \phi_{qr} (\omega_{dq} - \omega) \quad (6.2.9)$$

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} + \phi_{dr} (\omega_{dq} - \omega) \quad (6.2.10)$$

6.2.3.2 Relations entre flux et courants

Nous allons suivre un procédé similaire à celui du paragraphe 6.2.3.1.

Partons de la relation :

$$[\phi_s] = [L_s][i_{abcs}] + [M_{sr}][i_{abcr}]$$

En multipliant à gauche par $[P(\theta_s)]$, il vient :

$$[\phi_{abcsP}] = [P(\theta_s)][\phi_s] = [P(\theta_s)][L_s][i_{abcs}] + [P(\theta_s)][M_{sr}][i_{abcr}]$$

Pour calculer le premier terme de la somme du second membre, décomposons la matrice des inductances statoriques de la façon suivante :

$$[L_s] = \begin{bmatrix} l_s - m_s & 0 & 0 \\ 0 & l_s - m_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s - m_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_s & m_s & m_s \\ m_s & m_s & m_s \\ m_s & m_s & m_s \end{bmatrix}$$

Soit :

$$[L_s] = (l_s - m_s) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + m_s \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Effectuons d'abord le produit à droite par la matrice colonne des courants :

$$[L_s][i_{abcs}] = (l_s - m_s) \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + m_s \begin{bmatrix} i_{as} + i_{bs} + i_{cs} \\ i_{as} + i_{bs} + i_{cs} \\ i_{as} + i_{bs} + i_{cs} \end{bmatrix}$$

Effectuons ensuite le produit à gauche par la matrice de Park, en introduisant la composante homopolaire $i_o = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{as} + i_{bs} + i_{cs})$ du courant statorique :

$$[P(\theta_s)][L_s][i_{abcs}] = (l_s - m_s)[P(\theta_s)][i_{abcs}] + \sqrt{3}m_s i_o [P(\theta_s)] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Nous voyons apparaître la matrice colonne des composantes de Park des courants statoriques :

$$[P(\theta_s)][i_{abcs}] = [i_{abcsP}]$$

Par ailleurs, effectuons le produit matriciel :

$$[P(\theta_s)] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Nous arrivons à :

$$[P(\theta_s)][L_s][i_{abc s}] = \begin{bmatrix} (l_s - m_{sr})i_{ds} \\ (l_s - m_{sr})i_{qs} \\ (l_s + 2m_{sr})i_{os} \end{bmatrix}$$

Considérons maintenant le second terme de la somme. La matrice des inductances mutuelles entre stator et rotor est :

$$[M_{sr}] = m_{sr} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Effectuons, pour commencer, le produit de la matrice de Park par la matrice des inductances mutuelles entre stator et rotor :

$$[P(\theta_s)][M_{sr}] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_s) & -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot m_{sr} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Le calcul des coefficients de cette matrice nécessite la transformation des produits de fonction trigonométriques en sommes par les formules :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b))$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a + b) + \sin(a - b))$$

De plus, la somme de trois fonctions sinusoidales déphasées de $\frac{2\pi}{3}$ est nulle :

$$\cos x + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

Enfin, en utilisant la relation : $\theta = \theta_s - \theta_r$, nous obtenons :

$$[P(\theta_s)][M_{sr}] = \sqrt{\frac{3}{2}} m_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta_r & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta_r & -\sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Il reste à effectuer le produit à droite avec la matrice colonne des courants du rotor. Comme nous l'avons vu :

$$\begin{aligned} i_{dr} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_{ar} \cdot \cos\theta + i_{br} \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{cr} \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ &\Rightarrow \left[i_{ar} \cdot \cos\theta + i_{br} \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{cr} \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot i_{dr} \end{aligned}$$

Il en est de même pour i_{qr}

Cela fait apparaître les composantes directe et en quadrature de ces courants :

$$[P(\theta_s)][M_{sr}][i_{abc}] = \frac{3}{2} m_{sr} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \\ 0 \end{bmatrix}$$

La relation entre les composantes de Park des flux et des courants s'écrit donc :

$$\begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \\ \phi_{os} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (l_s - m_{sr}) i_{ds} \\ (l_s - m_{sr}) i_{qs} \\ (l_s + 2m_{sr}) i_{os} \end{bmatrix} + \frac{3}{2} m_{sr} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \\ 0 \end{bmatrix}$$

que l'on peut écrire aussi :

$$\begin{bmatrix} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \\ \phi_{os} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (l_s - m_{sr}) & 0 & 0 \\ 0 & (l_s - m_{sr}) & 0 \\ 0 & 0 & (l_s + 2m_{sr}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{os} \end{bmatrix} + \frac{3}{2} m_{sr} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dr} \\ i_{qr} \\ i_{os} \end{bmatrix}$$

On constate que l'on a ici des *matrices diagonales*, cela justifie l'intérêt de la transformation de Park.

Posons :

$$\begin{aligned} L_s &= l_s - m_{sr} \\ L_{os} &= l_s + 2m_{sr} \\ M &= \frac{3}{2}m_{sr} \end{aligned}$$

L_s est l'inductance cyclique du stator, L_{os} son inductance homopolaire et M est l'inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor.

Les expressions des composantes de Park des flux du stator sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ds} = L_s i_{ds} + M i_{dr} \\ \phi_{qs} = L_s i_{qs} + M i_{qr} \\ \phi_{os} = L_{os} i_{os} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (6.2.11) \\ (6.2.12) \\ (6.2.13) \end{array}$$

En posant :

$$\begin{aligned} L_r &= l_r - m_{rs} \\ L_{or} &= l_r + 2m_{rs} \end{aligned}$$

où L_r est l'inductance cyclique du rotor et L_{or} son inductance homopolaire, nous obtenons de la même façon des relations analogues pour les composantes de Park des flux du rotor :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{dr} = L_r i_{dr} + M i_{ds} \\ \phi_{qr} = L_r i_{qr} + M i_{qs} \\ \phi_{or} = L_{or} i_{or} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (6.2.14) \\ (6.2.15) \\ (6.2.16) \end{array}$$

6.2.4 Équations dans différents référentiels

6.2.4.1 Référentiel lié au stator

Dans un référentiel lié au stator, la vitesse ω_s est nulle. En remplaçant $\omega_s = \omega_{dq}$ par 0 dans les équations page 270 :

L'équation 6.2.7 page 270 devient :

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt}$$

L'équation 6.2.8 page 270 devient :

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt}$$

L'équation 6.2.9 page 270 devient :

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} + \phi_{qr} \cdot \omega$$

L'équation 6.2.10 page 270 devient :

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} + \phi_{dr} \cdot \omega$$

6.2.4.2 Référentiel lié au rotor

Dans un référentiel lié au rotor, la vitesse ω_s est égale à la vitesse électrique ω du rotor. Toujours en utilisant les équations de la page 270, on obtient :

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \phi_{qs} \cdot \omega$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} + \phi_{ds} \cdot \omega$$

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt}$$

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt}$$

6.2.4.3 Référentiel lié au champ tournant

Dans un référentiel lié au champ tournant, la vitesse ω_{dq} est égale à la pulsation statorique ω_s et la différence $\omega_{dq} - \omega$ est égale à $g\omega_s$, les équations de la page 270 conduisent à :

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \phi_{qs} \cdot \omega_s \quad (6.2.17)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} + \phi_{ds} \cdot \omega_s \quad (6.2.18)$$

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} - \phi_{qr} \cdot g \cdot \omega_s \quad (6.2.19)$$

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} + \phi_{dr} \cdot g \cdot \omega_s \quad (6.2.20)$$

6.2.4.4 Calcul du couple

Le couple électromagnétique peut être dérivé de l'expression de la co-énergie ou obtenu, comme ci-dessous à l'aide d'un bilan de puissance. La transformation de Park conserve la puissance instantanée, nous pouvons donc écrire :

$$p(t) = v_{as}(t) \cdot i_{as}(t) + v_{bs}(t) \cdot i_{bs}(t) + v_{cs}(t) \cdot i_{cs}(t) = v_{ds}(t) \cdot i_{ds}(t) + v_{qs}(t) \cdot i_{qs}(t)$$

En remplaçant dans l'expression précédente les valeurs de v_{ds} et v_{qs} tirées des équations 6.2.17 et 6.2.18 de la présente page, il vient :

$$p(t) = R_s \cdot (i_{ds}^2(t) + i_{qs}^2(t)) + \left(\frac{d\phi_{ds}(t)}{dt} \cdot i_{ds}(t) + \frac{d\phi_{qs}(t)}{dt} \cdot i_{qs}(t) \right) + \omega_s \cdot (\phi_{ds}(t) i_{qs} - \phi_{qs}(t) i_{ds})$$

Le premier terme représente les pertes par effet Joule, le deuxième la puissance électromagnétique stockée, le dernier terme constitue la puissance électrique convertie en puissance mécanique. Nous avons donc :

$$p_{\text{méca}}(t) = \omega_s \cdot (\phi_{ds}(t) \cdot i_{qs} - \phi_{qs}(t) \cdot i_{ds}) = c_{\text{méca}}(t) \cdot \omega_s$$

On en déduit l'expression du couple instantané :

$$c_{\text{méca}}(t) = (\phi_{ds}(t) \cdot i_{qs} - \phi_{qs}(t) \cdot i_{ds})$$

En exploitant les expressions des flux statoriques et en appelant p est le nombre de paires de pôles, il est possible d'établir d'autres expressions du couple toutes égales :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_e = p \cdot (\phi_{ds} \cdot i_{qs} - \phi_{qs} \cdot i_{ds}) \\ C_e = p \cdot (\phi_{qr} \cdot i_{dr} - \phi_{dr} \cdot i_{qr}) \\ C_e = p \cdot M (i_{qs} \cdot i_{dr} - i_{ds} \cdot i_{qr}) \\ C_e = p \cdot \frac{M}{L_r} (\phi_{dr} \cdot i_{qs} - \phi_{qr} \cdot i_{ds}) \end{array} \right. \begin{array}{l} (6.2.21a) \\ (6.2.21b) \\ (6.2.21c) \\ (6.2.21d) \end{array}$$

C'est cette dernière expression (6.2.21d) que nous allons utiliser dans la commande vectorielle qui sera présentée par la suite.

6.2.5 Contrôle vectoriel

Il existe plusieurs types de contrôles vectoriels, nous n'aborderons dans ce chapitre que la *commande vectorielle à flux rotorique orienté*.

Voyons tout d'abord le principe de la commande vectorielle.

La formule du couple électromagnétique donné par l'expression 6.2.21d est complexe et ne laisse pas présager que son contrôle soit chose aisée. Cette formule ne ressemble pas à celle du couple d'une machine à courant continu où le découplage entre le réglage du flux et celui du courant est naturel et rend la commande facile. La commande vectorielle, en découplant flux et courant, permet de simplifier la commande du couple en la rendant semblable à ce qui se passe pour une machine à courant continu. Cette simplification a cependant un prix : il est nécessaire de disposer d'une puissance de calcul suffisante afin de pouvoir effectuer les calculs nécessaires en temps réel.

Nous avons vu que le couple en régime transitoire (quelconque) s'exprime dans le repère dq comme un produit croisé de courants ou de flux. Reprenons l'écriture de ce couple :

$$C_e = p \cdot \frac{M}{L_r} (\phi_{dr} \cdot i_{qs} - \phi_{qr} \cdot i_{ds})$$

Il est évident que pour donner au couple une forme exactement semblable à celui d'une machine à courant continu, il faut éliminer le deuxième produit

$(\phi_{qr} \cdot i_{ds})$. Pour supprimer ce produit, il suffit d'orienter le repère dq de manière à annuler la composante de flux en quadrature, c'est à dire de choisir convenablement l'angle de rotation de Park de sorte que le flux rotorique soit entièrement portée par l'axe direct d et donc d'avoir $\phi_{qr} = 0$. Ainsi ϕ_r sera uniquement égal à ϕ_{dr} (voir la figure 6.8).

Le couple s'écrit alors :

$$C_e = p \cdot \frac{M}{L_r} \cdot \phi_{dr} \cdot i_{qs}$$

On règle le flux ϕ_{dr} en agissant sur la composante i_{ds} du courant statorique, ensuite, le couple peut être fixé en agissant sur la composante i_{qs} .

C'est bien l'action sur i_{ds} qui permet de régler le flux. En effet, les équations 6.2.14 de la page 274 et 6.2.19 de la page 276 dans laquelle on fait $v_{dr} = 0$, en considérant le rotor en court-circuit, donnent :

$$\begin{cases} \phi_{dr} = L_s i_{dr} + M i_{ds} \\ 0 = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} \end{cases}$$

On rappelle que le flux ϕ_{qr} est annulé dans cette commande.

d'où l'on tire par substitution :

$$\phi_{dr} + \frac{L_r}{R_r} \cdot \frac{d\phi_{dr}}{dt} = M \cdot i_{ds}$$

Cette équation différentielle du premier ordre montre que lorsqu'on fixe le courant i_{ds} , on impose le flux rotorique ϕ_{dr} si le flux ϕ_{qr} est nul. La constante de temps est assez grande, de l'ordre de 100 ms pour un moteur à rotor à cage. Ainsi, une fois le régime permanent $\phi_{dr} = M i_{ds}$ atteint, les variations de flux sont lentes, cela donne une grande stabilité au comportement de la machine.

Une fois la régulation du couple maîtrisée, on peut ajouter une boucle de régulation externe pour contrôler la vitesse. Il s'agit alors d'une régulation en cascade et les boucles sont imbriquées l'une dans l'autre. Il est évident que pour augmenter la vitesse, il faut imposer un couple positif et que pour la diminuer il faut imposer un couple négatif. Il apparaît alors clairement que la sortie du régulateur de vitesse doit être la consigne de couple. Ce couple de référence doit à son tour être imposé par l'application des courants ; c'est le rôle des régulateurs de courants, voir la figure 6.9.

Calcul de θ_s :

Pour pouvoir commander les composants, il est nécessaire de revenir dans le référentiel abc , donc de connaître la position de l'axe d . Cette position est repérée par l'angle θ_s qui vérifie : $\theta_s = \theta + \theta_r$.

L'angle θ est mesuré par un capteur de position et θ_r peut être obtenu par intégration de la pulsation des grandeurs rotoriques ω_r .

À partir des relations :

$$0 = R_r i_{qr} + \omega_r \phi_{dr}$$

$$\phi_{qr} = 0 \Rightarrow L_r i_{qr} + M i_{qs} = 0$$

La pulsation des grandeurs rotoriques s'écrit :

$$\omega_r = -\frac{M \cdot R_r}{L_r} \cdot \frac{i_{qs}}{\phi_{dr}} = -\frac{M}{\tau_r} \cdot \frac{i_{qs}}{\phi_{dr}}$$

Elle peut donc être évalué à partir de la valeur estimée de i_{qs} et de celle, calculée, de ϕ_{dr} .

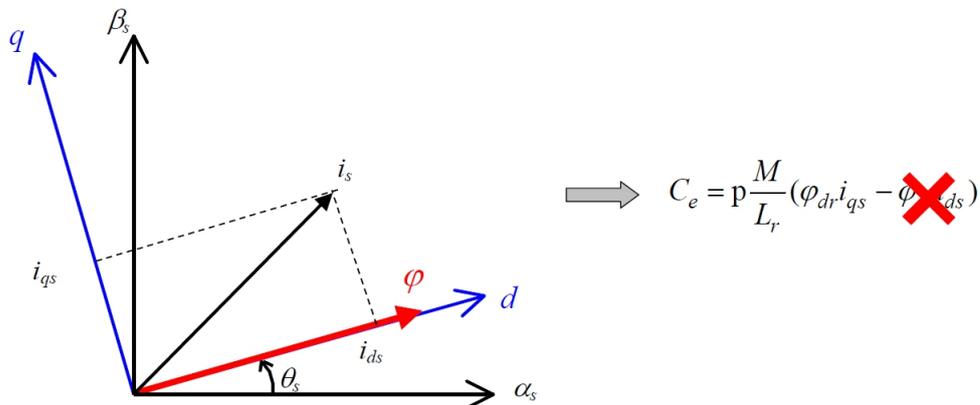


FIGURE 6.8 – Principe du contrôle vectoriel.

La machine de Park se comporte comme une machine à courant continu à excitation indépendante :

- le flux inducteur est ϕ_{dr} , puisqu'on fait en sorte que $\phi_{qr} = 0$;
- le courant équivalent au courant d'induit est i_{qs} .

On a alors deux variables d'action comme dans le cas d'une machine à courant continu. Une stratégie consiste à laisser la composante i_{ds} constante, c'est à dire à fixer sa référence de manière à imposer un flux nominal dans la machine. Le régulateur du courant i_{ds} s'occupe alors de maintenir le courant i_{ds} constant et égal à la référence i_{ds}^* .

Le flux dans la machine étant constant, on peut imposer des variations de couple en agissant sur le courant i_{qs} . Si l'on veut accélérer la machine, donc augmenter sa vitesse, on impose une référence courant i_{qs}^* positive. C'est le régulateur du courant i_{qs} qui va imposer ce courant de référence à la machine.

On peut également automatiser le pilotage de cette référence de courant i_{qs}^* en la connectant à la sortie d'un régulateur de vitesse. C'est ce dernier qui pilotera le couple de référence (et donc i_{qs}^*) puisqu'il agira au mieux de manière à asservir la vitesse à une vitesse de consigne Ω^* .

La figure 6.9 résume cette régulation, elle représente le schéma de contrôle vectoriel de la machine asynchrone avec une régulation de vitesse et la régulation des deux courants i_{ds} et i_{qs} . Ces deux courants sont régulés par deux boucles de courants dont les sorties sont les tensions de références v_{ds}^* et v_{qs}^* dans le repère dq .

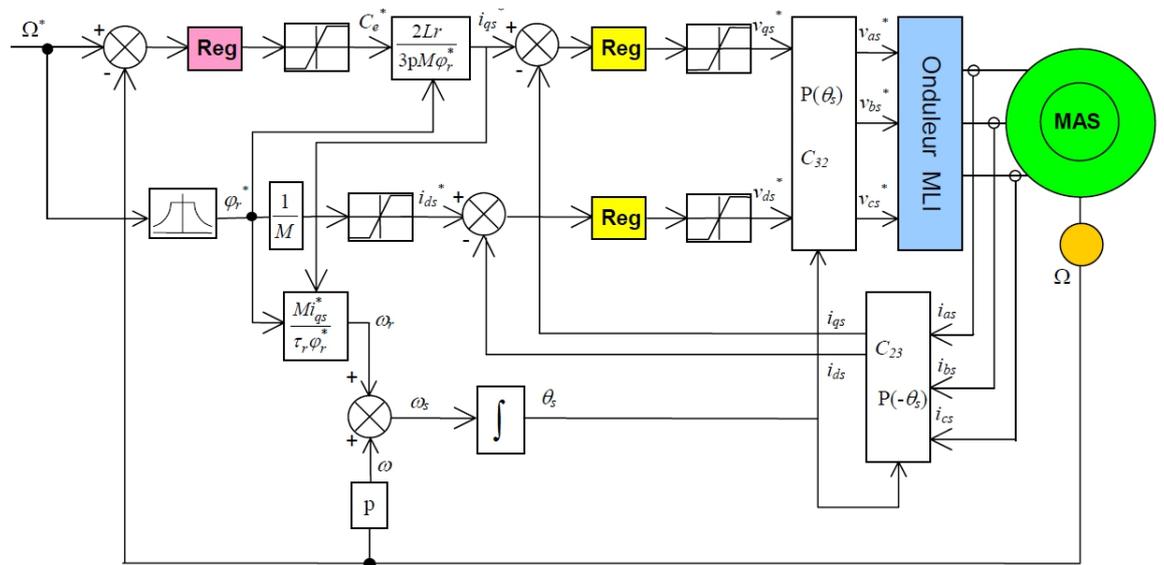


FIGURE 6.9 – Schéma de régulation de vitesse de machine asynchrone à flux rotorique orienté.

Le schéma de la figure 6.9 comporte 3 régulateurs :

Le régulateur de vitesse : il agit sur le couple afin de réguler la vitesse, sa sortie est le couple de référence.

Le régulateur de courant i_{qs} : il agit sur la tension de référence v_{qs}^* pour ajuster le courant i_{qs} . Si l'on regarde de plus près le schéma, on remarque qu'il y a un coefficient entre le couple de référence et le courant de référence i_{qs}^* . Ce coefficient tient compte de la valeur du flux (voir la formule

du couple) mais également un facteur 2/3 qui dépend de la transformation triphasé – biphasé choisie. La présence de ce facteur 2/3 est due au choix de la transformation de Clarke dans ce schéma.

Le régulateur de courant i_{ds} : il agit sur la tension de référence v_{ds}^* . Réguler ce courant à une valeur constante, c'est garantir un flux rotorique constant car : $\phi_r = \frac{M}{1+p\tau_r} \cdot i_{ds}$ avec $\tau_r = \frac{L_r}{R_r}$ la constante de temps rotorique et p la variable de la transformé de Laplace. On voit alors qu'en regime permanent $\phi_r = M \cdot i_{ds}$.

Par ailleurs, deux transformations sont importantes :

Une transformation inverse de Park : qui permet, à partir des tensions biphasées (v_{ds}^* , v_{qs}^*) dans le repère dq , de calculer les tensions triphasées v_{as}^* , v_{bs}^* , v_{cs}^* à imposer à la machine via l'onduleur à MLI⁵ ;

Une transformation directe de Park : qui permet, à partir des trois courants de ligne de la machine, de calculer les courants biphasés (i_{ds} , i_{qs}) qu'il faut réguler dans le repère dq .

Ces deux transformations nécessitent le calcul de l'angle θ_s . Le bloc chargé d'effectuer ce calcul utilise la vitesse mesurée et la pulsation de glissement ω_r . Dans le cadre de la commande par orientation du flux rotorique, la pulsation de glissement se calcule par $\omega_r = \frac{i_{qs}}{\tau_r i_{ds}}$ ou en utilisant les références en lieu et place des mesures. Ainsi le calcul de l'angle des transformations directes et inverses peut se faire en sommant la pulsation de glissement avec la vitesse électrique, ce qui donne la pulsation statorique puis en intégrant cette dernière, on obtient θ_s .

$$\theta_s = \int \omega_s dt = \int \left(p\Omega + \frac{i_{qs}^*}{\tau_r i_{ds}^*} \right) dt$$

On obtient ainsi le schéma général à implanter sur une commande numérique (DSP ou micro-contrôleur).

À chaque période de fonctionnement de l'onduleur, la commande doit ouvrir ou fermer les interrupteurs de puissance (IGBT ou autre) de manière à créer dans la machine électrique un champ magnétique résultant dont le module et la direction sont optimaux pour répondre aux consignes de vitesse et de couple. Le calculateur, qui va agir sur la commande des interrupteurs, se doit d'avoir quelques informations pour effectuer les calculs et particulièrement :

5. MLI = Modulation de Largeur d'Impulsion ou PWM en anglais, soit Pulse Width Modulation

- la position du rotor ;
- la vitesse du rotor.

Ces informations sont obtenues à l'aide d'un capteur de position ou de vitesse. Néanmoins, il est possible de reconstituer cette information avec plus ou moins de précision à l'aide d'informations électriques telles que la connaissance des courants. On parle alors de *commande vectorielle sans capteur*.

6.3 Exercices et problèmes sur la commande de la machine asynchrone

6.3.1 Commande vectorielle à flux rotorique orienté

Une machine asynchrone est commandée en orientant son flux rotorique. Il s'agit une commande en courant, la boucle de vitesse est donc inexistante et les références des courants sont directement imposées par l'utilisateur. La transformation triphasé - diphasé utilisée est celle de Clarke. Dans le repère dq , la référence de courant i_{ds}^* est de 8 A et elle est constante. La valeur maximale que peut prendre la référence de courant i_{qs}^* est de 15 A.

Les caractéristiques de la machine sont :

- $R_s = 2,25 \Omega$;
- $R_r = 0,7 \Omega$;
- $L_s = 0,1232 \text{ H}$;
- $L_r = 0,1122 \text{ H}$;
- $M = 0,1118 \text{ H}$;
- nombre de paires de pôles : $p = 2$;
- $J = 0,038 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

1. Quel est ce type de contrôle, sur quel vecteur flux cherche-t-on à placer l'axe d du repère tournant ?

2. A partir de :
$$\begin{cases} \phi_{ds} \\ \phi_{qs} \\ \phi_{dr} \\ \phi_{qr} \end{cases}$$

Écrivez $\phi_{ds}, \phi_{qs}, i_{dr}, i_{qr}$ en fonction du reste des variables ($\phi_{dr}, \phi_{qr}, i_{ds}, i_{qs}$).

Notez que $\sigma L_s = L_s \left(1 - \frac{M^2}{L_s L_r}\right)$.

6.3. EXERCICES ET PROBLÈMES SUR LA COMMANDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE 283

3. Éliminer $\phi_{ds}, \phi_{qs}, i_{dr}, i_{qr}$ des équations :

$$\begin{cases} v_{ds} = R_s \cdot i_{ds} - \omega_s \cdot \phi_{qs} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} \\ v_{qs} = R_s \cdot i_{qs} - \omega_s \cdot \phi_{ds} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} \\ 0 = R_r \cdot i_{dr} - \omega_r \cdot \phi_{qr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} \\ 0 = R_r \cdot i_{qr} - \omega_r \cdot \phi_{dr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} \end{cases}$$

4. Ce contrôle vectoriel implique $\phi_{dr} = \phi_r$ et $\phi_{qr} = 0$. Montrer que l'on obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} v_{ds} = R_s \cdot i_{ds} + \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{M}{L_r} \cdot \frac{d\phi_r}{dt} - \omega_s \cdot \sigma \cdot L_s \cdot i_{qs} \\ v_{qs} = R_s \cdot i_{qs} + \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_s \cdot \sigma \cdot L_s \cdot i_{ds} + \omega_s \cdot \frac{M}{L_r} \cdot \omega_r \\ 0 = \frac{1}{\tau_r} \cdot \phi_r + \frac{d\phi_r}{dt} - \frac{M}{\tau_r} \cdot i_{ds} \\ 0 = \omega_r \cdot \phi_r - \frac{M}{\tau_r} \cdot i_{qs} \end{cases}$$

5. Le terme $\frac{M}{\tau_r} \cdot \frac{d\phi_r}{dt}$ est négligé et les termes $\omega_s \cdot \sigma \cdot L_s \cdot i_{qs}, \omega_s \cdot \sigma \cdot L_s \cdot i_{ds}, \omega_s \cdot \frac{M}{L_r} \cdot \omega_r$ sont appelés termes de couplage. On peut les compenser. Montrer alors que la fonction de transfert des courants de la machine pour les deux axes est : $\frac{1}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + \sigma \tau_s p}$.
6. Montrer que le flux rotorique répond avec une constante de temps du 1^{er} ordre. Ecrire sa fonction de transfert.
7. Trouver comment on génère la pulsation rotorique puis l'angle de Park.
8. Décrire cette commande en expliquant le rôle des différentes parties.
9. Calculer les constantes de temps statorique τ_s et rotorique τ_r de la machine.
10. Combien vaut $\sigma \tau_s$, que peut-on dire au sujet du temps de réponse des courants par rapport à celui du flux rotorique ?
11. Calculer le module du vecteur flux rotorique dans le repère dq .
12. Calculer le module du vecteur flux statorique pour $i_{qs}^* = 0A$ et pour $i_{qs}^* = 15A$.
13. Dessiner les vecteurs flux rotorique et statorique pour les deux cas de figure. Dessinez également, avec une autre échelle mais sur le même schéma, le vecteur courant i_s et ses deux composantes i_{ds}, i_{qs} .
14. Donner la signification de l'angle entre les deux vecteurs flux.
15. Montrer que le couple électromagnétique s'écrit : $C_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{M}{L_r} \cdot \phi_r \cdot i_{qs}$. Quelle est la valeur maximale du couple électromagnétique que peut générer la machine à l'aide de ce contrôle et sans dépasser les limites.
16. Donner la valeur du courant statorique (par exemple i_{ds}), valeur max et valeur efficace (pour $i_{qs}^* = 15A$).

17. Que deviennent ces valeurs si l'on avait utilisé dans notre schéma de commande une transformation de Concordia au lieu d'une transformation de Clarke tout en gardant les mêmes valeurs pour les références i_{ds}^* et i_{qs}^* .
18. La vitesse de la machine ne dépend que du couple électromagnétique ; c'est-à-dire qu'il n'y a pas de frottements. La machine est supposée « fluxée » avec une consigne de courant $i_{ds}^* = 8$ A et le courant i_{qs}^* passe de 0 à 15 A à $t = 0$. On suppose que les boucles de courant répondent instantanément. Combien de temps met la machine pour atteindre les 500 tr/mn. Ce temps est-il réaliste ?
19. Décrire le comportement de la machine si au moment où elle atteint les 500 tr/mn on met brusquement $i_{qs}^* = 0$ A.
20. Décrire le comportement de la machine si au moment où elle atteint les 500 tr/mn on met brusquement $i_{qs}^* = -15$ A. Est-ce qu'elle atteindrait dans ce cas un régime permanent, si oui lequel, si non expliquer.

Voir la correction page [284](#)

6.3.2 Corrigé de l'exercice 6.3.1, page 282

1. C'est une commande vectorielle par orientation du flux rotorique, on cherche à orienter l'axe d sur le vecteur flux rotorique.
2. À partir de

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ds} = L_s \cdot i_{ds} + M \cdot i_{dr} \\ \phi_{qs} = L_s \cdot i_{qs} + M \cdot i_{qr} \\ \phi_{dr} = M \cdot i_{ds} + L_r \cdot i_{dr} \\ \phi_{qr} = M \cdot i_{qs} + L_r \cdot i_{qr} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (6.3.1a) \\ (6.3.1b) \\ (6.3.1c) \\ (6.3.1d) \end{array}$$

L'équation 6.3.1c permet d'exprimer i_{dr} en fonction de ϕ_{dr} et de i_{ds} , en reportant dans 6.3.1a, on obtient :

$$\phi_{ds} = \sigma L_s i_{ds} + \frac{M}{L_r} \phi_{dr}$$

en répétant ce type d'opération, on obtient finalement :

6.3. EXERCICES ET PROBLÈMES SUR LA COMMANDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE 285

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ds} = \sigma L_s i_{ds} + \frac{M}{L_r} \phi_{dr} \\ \phi_{qs} = \sigma L_s i_{qs} + \frac{M}{L_r} \phi_{qr} \\ i_{dr} = \frac{1}{L_r} (\phi_{dr} - M i_{ds}) \\ i_{qr} = \frac{1}{L_r} (\phi_{qr} - M i_{qs}) \end{array} \right. \quad \text{avec } \sigma L_s = L_s \left(1 - \frac{M^2}{L_s L_r} \right)$$

3. Éliminons ϕ_{ds} , ϕ_{qs} , i_{dr} , i_{qr} des équations :

Dans :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ds} = R_s \cdot i_{ds} - \omega_s \cdot \phi_{qs} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} \\ v_{qs} = R_s \cdot i_{qs} + \omega_s \cdot \phi_{ds} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} \\ 0 = R_r \cdot i_{dr} - \omega_r \cdot \phi_{qr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} \\ 0 = R_r \cdot i_{qr} + \omega_r \cdot \phi_{dr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} \end{array} \right.$$

on y remplace les variables par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ds} = \sigma L_s i_{ds} + \frac{M}{L_r} \phi_{dr} \\ \phi_{qs} = \sigma L_s i_{qs} + \frac{M}{L_r} \phi_{qr} \\ i_{dr} = \frac{1}{L_r} (\phi_{dr} - M i_{ds}) \\ i_{qr} = \frac{1}{L_r} (\phi_{qr} - M i_{qs}) \end{array} \right.$$

4. Ce contrôle vectoriel implique $\phi_{dr} = \phi_r$ et $\phi_{qr} = 0$. On a alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{ds} = R_s \cdot i_{ds} + \sigma L_s \cdot \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{M}{L_r} \cdot \frac{d\phi_r}{dt} - \omega_s \sigma L_s i_{qs} \\ v_{qs} = R_s \cdot i_{qs} + \sigma L_s \cdot \frac{di_{qs}}{dt} + \omega_s \sigma L_s i_{ds} + \omega_s \frac{M}{L_r} \phi_r \\ 0 = \frac{1}{\tau_r} \phi_r + \frac{d\phi_r}{dt} - \frac{M}{\tau_r} i_{ds} \\ 0 = \omega_r \phi_r - \frac{M}{\tau_r} i_{qs} \end{array} \right.$$

5. Le terme $\frac{M}{L_r} \cdot \frac{d\phi_r}{dt}$ est négligé.

$$\text{Les termes de couplage sont : } \left\{ \begin{array}{l} \omega_s \sigma L_s i_{qs} \\ \omega_s \sigma L_s i_{ds} \\ \omega_s \frac{M}{L_r} \omega_r \end{array} \right.$$

On peut les compenser en introduisant, à la sortie des régulateurs de courant, des termes calculés qui correspondent à ces termes mais de signe contraire. Néanmoins, cela ne s'avère nécessaire que si l'on souhaite obtenir une dynamique élevée.

En appliquant la transformation de Laplace aux équations du système, on obtient :

$$\begin{aligned} v_{ds} + \omega_s \sigma L_s i_{qs} &= v'_{ds} = (R_s + \sigma L_s p) i_{ds} \\ v_{qs} + \omega_s \sigma L_s i_{ds} - \omega_s \frac{M}{L_r} \phi_r &= v'_{qs} = (R_s + \sigma L_s p) \end{aligned}$$

La fonction de transfert des courants de la machine pour les deux axes est :

$$\frac{1}{R_s} \cdot \frac{1}{1 + \sigma \tau_s p}$$

6. Le flux rotorique répond avec une constante de temps du 1^{er} ordre.

$$0 = \frac{1}{\tau_r} \phi_r + p \phi_r - \frac{M}{\tau_r} i_{ds}$$

La fonction de transfert est donc :

$$\phi_r = \frac{M}{1 + p \tau_r} i_{ds}$$

7. Génération de la pulsation rotorique puis l'angle de Park : à partir de la dernière équation $0 = \omega_r \phi_r - \frac{M}{\tau_r} i_{qs}$ on calcule la pulsation rotorique $\omega_{sr} = \frac{i_{qs}}{\tau_r i_{ds}^*}$ puis l'angle de Park $\theta_s = \int \omega_s dt = \int (p\Omega + \frac{i_{qs}^*}{\tau_r i_{ds}^*}) dt$.

Généralement on utilise les références plutôt que les mesures à causes des perturbations (bruit, harmoniques MLI, ...) que peuvent comporter les mesures.

8. Description de la commande en expliquant le rôle des différentes parties :

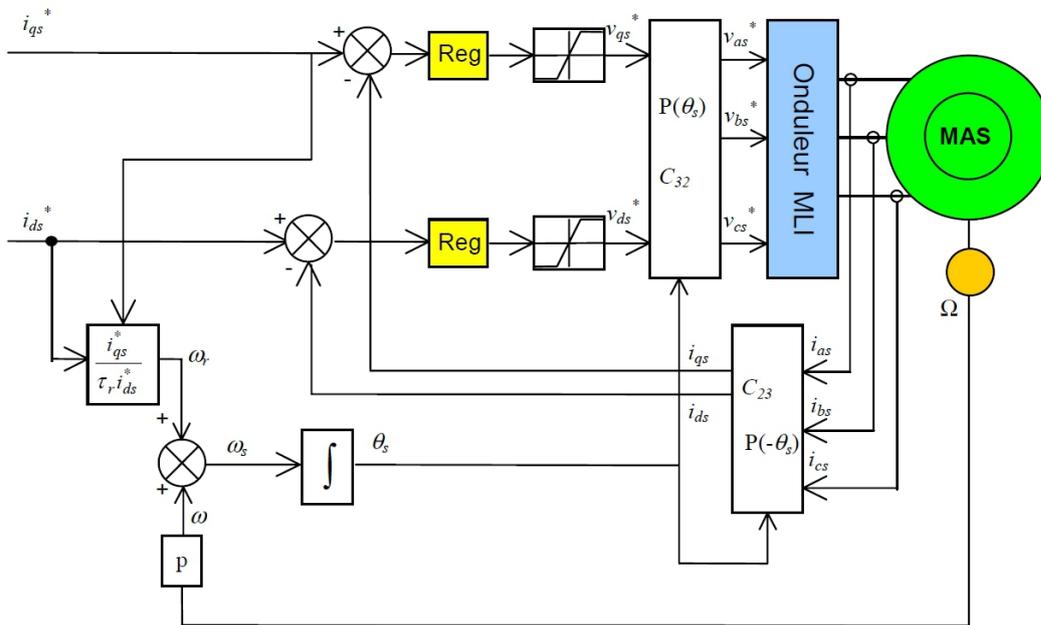


FIGURE 6.10 – Schéma de régulation de vitesse de machine asynchrone en orientation indirecte du flux rotorique.

Le régulateur de courant i_{qs} , le régulateur de courant i_{ds} , les transformations directes et inverses et le calcul de l'angle de la transformation de Park θ_s .

9. Calcul des constantes de temps statorique τ_s et rotorique τ_r de la machine.

$$\tau_s = \frac{L_s}{R_s} = 0,056 \text{ s} \quad \text{avec} \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r} = 0,160 \text{ s}$$

10. $\sigma\tau_s = 0,005 \text{ s}$. Les courants répondent à des échelons de tension avec une constante de temps $\sigma\tau_s$ qui est beaucoup plus faible que la constante de temps avec laquelle répond le flux sur un échelon de courant $i_{ds}(\tau_r)$

11. Calcul du module du vecteur flux rotorique :

$$\phi_r = \sqrt{\phi_{dr}^2 + \phi_{qr}^2} = \phi_r = M i_{ds} = 0,89 \text{ mWb}$$

12. Calcul du module du vecteur flux statorique (pour $i_{qs}^* = 0 \text{ A}$ et pour $i_{qs}^* = 15 \text{ A}$).

$i_{qs}^* = 0 \text{ A}$	$i_{qs}^* = 15 \text{ A}$
$\phi_s = \sqrt{\phi_{ds}^2 + \phi_{qs}^2}$	$\phi_s = \sqrt{\phi_{ds}^2 + \phi_{qs}^2}$
$\phi_{ds} = \sigma L_s i_{ds} + \frac{M}{L_r} \phi_{dr} = 0,986 \text{ mWb}$	$\phi_{ds} = \sigma L_s i_{ds} + \frac{M}{L_r} \phi_{dr} = 0,986 \text{ mWb}$
$\phi_{qs} = \sigma L_s i_{qs} + \frac{M}{L_r} \phi_{qr} = 0 \text{ Wb}$	$\phi_{qs} = \sigma L_s i_{qs} + \frac{M}{L_r} \phi_{qr} = 0,177 \text{ Wb}$
$\phi_s = 0,986 \text{ Wb}$	$\phi_s = 1 \text{ Wb}$

13. Diagramme des vecteurs flux rotorique et statorique pour les 2 cas de figure.

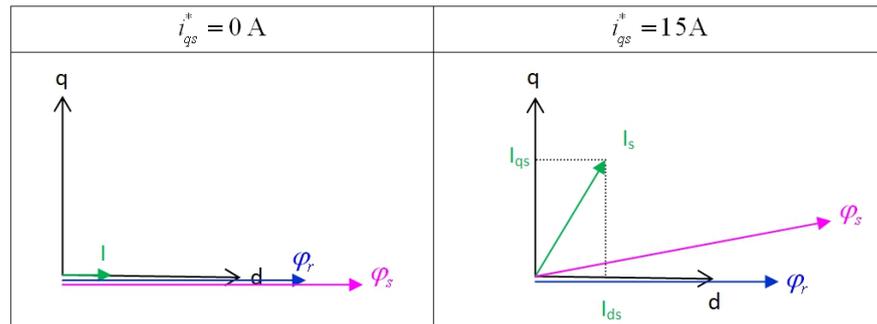


FIGURE 6.11 – Diagramme des vecteurs courants i_s et ses deux composantes (i_{ds}, i_{qs}).

14. L'angle entre les deux vecteurs flux correspond à l'angle interne. Plus il est important, plus le couple est important.
15. Comme la transformation est celle de Clarke et non de Concordia, il apparaît un coefficient 3/2 sur la formule du couple.

La valeur maximale du couple électromagnétique que peut générer la machine à l'aide de ce contrôle et sans dépasser les limites correspond à i_{qs} maximal.

$$C_e = p \cdot \frac{M}{L_r} \cdot \phi_{dr} \cdot i_{qs} = 40,1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

16. On choisit un instant où l'axe α coïncide avec l'axe d . De sorte que :

$$\begin{cases} i_{\alpha s} & = i_{ds} & = 8 \text{ A} \\ i_{\beta s} & = i_{qs} & = 15 \text{ A} \\ |i_{as}| & = |i_s| & = \sqrt{i_{ds}^2 + i_{qs}^2} = 17 \text{ A} \\ I_{s\text{eff}} & = 12 \text{ A} \end{cases}$$

17. Dans le cas d'une transformation de Concordia tout en gardant les mêmes valeurs pour les références i_{ds}^* et i_{qs}^* .

$$\begin{aligned} |i_{as}| &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{i_{ds}^2 + i_{qs}^2} = 13,9 \text{ A} \\ I_{s\text{eff}} &= 9,8 \text{ A} \end{aligned}$$

18. La vitesse de la machine ne dépend que du couple électromagnétique ; c'est-à-dire qu'il n'y a pas de frottements. La machine est supposée « fluxée » avec une consigne de courant $i_{ds}^* = 8 \text{ A}$ et le courant i_{qs}^* passe de 0 à 15 A à $t = 0$. On suppose que les boucles de courant répondent instantanément. Pour atteindre 500 tr/mn,

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_e \Rightarrow J \frac{\Delta\Omega}{\Delta t} \approx C_e \Rightarrow \Delta t \approx J \frac{\Delta\Omega}{C_e} \approx 0,038 \frac{500}{40,1} \frac{\pi}{30} \approx 0,050 \text{ s}$$

Ce temps est tout à fait réaliste, on peut le comparer à certain relevés expérimentaux.

19. Si, quand elle atteint les 500 tr/mn, on met brusquement $i_{qs}^* = 0 \text{ A}$, alors sa vitesse reste constante et égale à 500 tr/mn car le couple est nul et il n'y a pas de frottement.

20. Si, quand elle atteint les 500 tr/mn, on met brusquement $i_{qs}^* = -15 \text{ A}$, la vitesse décroît avec un couple de $-40,1 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Elle atteindra le zéro au bout de 50 ms mais continuera sa course à accélération négative constante. Elle ne pourra pas aller à une vitesse infiniment négative à cause de la limitation en tension. En effet, le système ne peut fournir plus de tension que la valeur du bus continu. Hors, plus la vitesse est grande plus la valeur en tension (appliquée à la machine par le contrôle commande pour assurer le fonctionnement) est grande ($v_{qs} \neq \omega_s \phi_{ds}$).

Bibliographie

- [BAG05] Lotfi BAGHLI : Page web de lotfi baghli, 2005. site internet : <http://www.baghli.com/>.
- [CH95] Jean-Pierre CARON et Jean-Paul HAUTIER : *Modélisation et commande de la machine asynchrone*. Éditions Technip, 1995.
- [LNS81] Jacques LESENNE, Francis NOTELET et Guy SEGUIER : *Introduction à l'électrotechnique approfondie*. Technique et Documentation, 1981.
- [MAY05] Pierre MAYÈ : *Moteurs électriques industriels*. Dunod, 2005.
- [MIN81] MINOT : Cours d'électrotechnique. Polycopié de cours uniquement disponible à l'École Navale, 1981.